Письма в ЖЭТФ, том 47, вып. 12, стр. 650 – 653 25 июня 1988 г.

О ФРУСТРАЦИОННОМ МЕХАНИЗМЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

И.Е.Дзялошинский

Показано, что предположение о том, что носители сверхпроводящего тока фрустрируют магнитную систему высокотемпературного сверхпроводника, не только разрушает антиферромагнитный порядок, но и превращает магнитные возбуждения возникающего квантового (моттовского) парамагнетика в нейтральные фермионы.

За последний год в связи с развитием высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) возродился интерес к квантовым парамагнитным (моттовским) изоляторам [1]. Уже с первых дней высокотемпературного бума стало более или менее ясно, что те самые заряды, которые переносят сверхпроводящий ток, разрушают антиферромагнитный порядок, фрустрируя антиферромагнитное взаимодействие. Рассматривались две возможности. В андерсоновской модели РВБ или родственных ей моделях (см. [1]) сверхпроводящие заряды помещались на меди. В картине Эмери [2], напротив, дырки локализовались на кислороде.

К настоящему времени накопилось достаточное число экспериментальных доказательств в пользу Эмери (см., например, [3,4]). Дырочная d^9-зона меди по-видимому полностью расщеплена на две "мотт-хаббардовские подзоны", а p-зона кислорода лежит как раз между ними. Разумно поэтому принять модель Эмери, описывать с помощью квантового гайзенберговского магнетика со спином $1/2$ нижнюю заполненную мотт-хаббардовскую подзону и считать, что нестихиометрия порождает то или иное число дырок в кислородной p-зоне.

Фрустрирующее действие p-дырок легко понять в металлическом пределе, в котором они индуцируют обычное взаимодействие РККИ между спинами меди. Фрустрация, порождаемая малым числом дырок, подробно обсуждалась в работе Ахарони и др. [5].

Недавно Вигман, Поляков и автор [6,7] построили топологическую теорию квантового $2d$ гайзенберговского магнетика при нулевой температуре и обнаружили в его спектре возбуждений нейтральные фермионы, введенные Померанчуком [8] еще в 1941 году для описания свойств квантовых парамагнетиков и недавно переоткрытые Андерсоном [2] в контексте ВТСП. Ниже я остановлюсь на роли фрустрации в рамках топологической теории [6], в частности на том обстоятельстве, что она вызывается p-дырками.

Мы работали [6] в непрерывном пределе, описывая двухмерный квантовый антиферромагнетик при помощи трехкомпонентного векторного поля $\mathbf{n}$ единичной длины ($n_a^2 = 1$; $a = 123$) в евклидовом $2+1$ пространстве $xy\tau$ квантовой статистики. Классическая часть действия записывается в виде

$$\alpha S^2 \int d\tau d^2x\,(\dot{\mathbf{n}}^2 + (\nabla \mathbf{n})^2). \qquad (1)$$

Спин S перед интегралом обеспечивает правильное разложение при $S \to \infty$. Коэффициент α определяет меру фрустрированности исходной решетки: $\alpha = 0$ при полной фрустрации. Теперь мы знаем, что в La, Sr | Cu | O и Y | Ba | Cu | O интенсивность фрустрации $1/\alpha$ возрастает с концентрацией p-дырок.

Величина αS^2 может быть понимаема как обратная эффективная температура

$$T_{eff} = 1/\alpha S^2 \qquad (2)$$

классического трехмерного магнетика с энергией (1). Теория двухмерного квантового магнетика на основании этой хорошо известной аналогии недавно обсуждалась Вигманом [9] и особенно детально Чакраватти и др. [10]. При достаточной концентрации дырок $2d$ квантовый магнетик находится в неупорядоченном квантовом парамагнитном состоянии, которое соответствует "горячему" классическому $3d$ магнетику. Корреляционная функция спинов квантового парамагнетика дается обычной трехмерной формулой

$$\langle \mathbf{n}(\mathbf{r},\tau)\,\mathbf{n}(0,0)\rangle \sim \exp\left\{-\frac{(x^2+y^2+\tau^2)^{1/2}}{R_c}\right\} . \tag{3}$$

На этой стадии нейтральных фермионов еще нет. Они появляются благодаря фрустрации и нетривиальному топологическому члену в квантовом действии. Этот топологический член специфичен для $2d$ квантового магнетика и представляет собою так называемый инвариант Хопфа $\hat{H}$ – отображение $S_3 \to S_2$, $(\Pi_3(S_2))$. $\hat{H}$ принимает только целостные значения $H = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, которые являются индексом зацепления квантовых траекторий частиц, описываемых действием (1). Чтобы записать выражение для инварианта Хопфа надо ввести "ток" j_μ, "магнитное поле" $f_{\mu\nu}$ и соответствующий "вектор-потенциал" a_μ:

$$j_\lambda = \frac{1}{2}\epsilon_{\lambda\mu\nu} f_{\mu\nu} = \frac{1}{8\pi} n^a \frac{\partial n^b}{\partial x_\mu} \frac{\partial n^c}{\partial x_\nu}\epsilon_{\lambda\mu\nu}\epsilon_{abc} ,$$

$$f_{\mu\nu} = \partial a_\nu/\partial x_\mu - \partial a_\mu/\partial x_\nu ; \qquad \lambda\mu\nu = xy\tau,\ abc = 123.$$

Тогда

$$\hat{H} = -\frac{1}{2\pi}\int d^2x d\tau a_\lambda j_\lambda . \tag{4}$$

Нетривиальный характер хопфовского отображения проявляется в нелокальности (4) как функционала от поля $\mathbf{n}$.

$\hat{H}$ нарушает временную четность $\tau \to -\tau$. Это накладывает жесткие условия на значения перенормированного заряда θ, с которым $\hat{H}$ входит в теорию:

$$\frac{1}{T_{eff}}\int d\tau d^2x\,(\dot{\mathbf{n}}^2 + (\nabla\mathbf{n})^2) + i\pi\theta\hat{H}. \tag{5}$$

Мнимая единица необходима для унитарности теории в реальном времени $t = -\tau i$. Временная четность требует, чтобы θ было целым числом. В этом случае вклад топологического члена в статистическую сумму

$$Z = \sum_H Z_{cl}(|H|)(-1)^{i\pi\theta H} \tag{6}$$

равен ± 1 и Z не меняется при временном сопряжении $H \to -H$. В предыдущих статьях [6, 7] мы сделали соблазнительное предположение $\theta = 2S$ и показали, что при высокой эффективной температуре T_{eff}, т. е. при большой концентрации дырок, частицы, описываемые действием (5), являются безмассовыми фермионами, если $S = 1/2$.

Пока до конца не ясно, как вывести топологический член в (5) из решеточного гайзенберговского гамильтониана. Причина в том, что на решетке хопфовские текстуры топологически тривиальны, и поэтому внутри самой теории нет механизмов, способных генерировать ненулевые хопфовские инварианты. Единственный путь их получения состоит в том, чтобы ввести в теорию неперенормированную малую константу θ_0, нарушающую временную четность, и посмотреть, что случится в процессе перенормировки. Хочется надеяться, что типичная фазовая диаграмма будет похожа на рис. 1. p-дырки могут генерировать хопфовский член и сами по себе. В этом случае нарушение временной четности возникает из взаимодействий между спинами меди, которые соответствуют замкнутым контурам, содержащим нечетное число p-дырочных линий (рис. 2). Суммирование по спинам дырок дает в этом случае необходимые i в хопфовской части действия. Например,

$$(\vec{\sigma} \cdot (\vec{\sigma} \times \vec{\sigma})) \equiv 6i$$

и т. д. Более того, теперь, по крайней мере на первый взгляд не видно основания, почему ϑ должно быть целым числом, что в соответствии с (6) означает появление парафермионов.

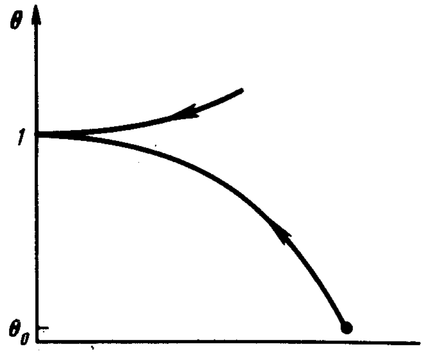

Рис. 1

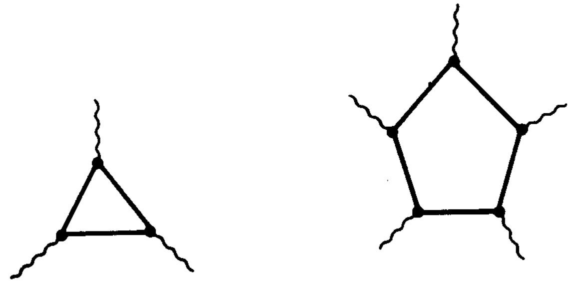

Рис. 2

Имеется второй путь, каким фрустрация может разрушать квантовый магнитный порядок. В действительности при высокой концентрации дырок мы *a priori* не знаем, какой именно тип порядка будет разрушен в результате фрустрации. Вполне может случиться, что маргинальное упорядоченное состояние есть многоподрешеточный неколлинеарный антиферромагнетик, для которого параметр порядка есть группа $SO(3)$, или проективное пространство RP_3. Последнее удобно представить себе как сферу S_3 с отождествленными диаметрально противоположными точками. Параметр порядка есть тем самым четырехкомпонентный единичный вектор $\vec{\nu}$ ($\nu_a^2 = 1$; $a = 1234$) с условием сшивки $\vec{\nu} \equiv -\vec{\nu}$.

Классическая часть действия останется по форме той же. Однако, топологический член, нарушающий временную четность, имеет совершенно другую природу. Теперь это тривиальная степень D отображения $S_3 \to S_3$, ($\Pi_3(S_3)$). Полное действие имеет вид

$$\frac{1}{T_{eff}} \int d\tau d^2x \, (\dot{\vec{\nu}}^2 + (\nabla\vec{\nu})^2) + i\pi\theta\hat{D}, \tag{9}$$

где $\hat{D}$ дается известным локальным выражением

$$\hat{D} = \frac{1}{4\pi^2} \int d\tau d^2x \, \epsilon_{\lambda\mu\nu} \, \nu^a \frac{\partial \nu^b}{\partial x_\lambda} \frac{\partial \nu^c}{\partial x_\mu} \frac{\partial \nu^d}{\partial x_\nu} \epsilon_{abcd} \; .$$

Легко проверить, что член $\hat{D}$ в (9) не может изменить характера возбуждений. Они остаются бозонами с корреляционной функцией типа (3) в неупорядоченном состоянии. Недавно Андерсона и др.[11] привели соображения, что в случае магнитного порядка, описываемого группой $SO(3)$ имеется другая причина, по которой возбуждения становятся фермионами. Они отождествили квантовые траектории этих фермионов с устойчивыми дисклинациями $\Pi_1(SO(3)) = Z_2$.

Рассуждения Андерсона и др.[11] применимы и в случае третьего типа маргинального порядка, который в принципе может быть порожден фрустрацией. Наряду с простым $\mathbf{n}$ или $SO(3)$ мыслим и так называемый спиновый жидкий кристалл [12]. В нем состояния $\mathbf{n}$ и $-\mathbf{n}$ тождественны, и поэтому вместо S_2 имеется проективная плоскость RP_2, где так же существует устойчивая дисклинация $\Pi_1(RP_2) = Z_2$.

Так или иначе можно выделить два различных класса квантового беспорядка, создаваемого дырками в $2d$ гайзенберговском магнетике. В первом, где исчезающий порядок описывается трехкомпонентным вектором $\mathbf{n}$, мы имеем предположительно в зависимости от спина S и концентрации p-дырок, квантовый парамагнетик (3) или фермионную (парафермионную) жидкость. Во втором случае четырехкомпонентного вектора $\vec{\nu}$ возбуждения всегда фермионы, или, если аргументы Андерсона и др. недостаточно убедительны, мы снова имеем квантовый парамагнетик с соответственно отличной структурой антипарамагнонов в (3)

Механизмы спаривания могут быть различными в ферми-жидкости или в квантовом парамагнетике. Прежде всего, поскольку по предположению заряженные дырки расположены на кислороде, а не на меди, отпадает известное топологическое ограничение (см. [1, 9]), и нейтральный фермион и дырка могут образовать бозон с зарядом e. Явно, что прямое кулоновское отталкивание не играет в этом процессе никакой роли. Однако, чтобы объяснить полуцелое квантование потока, приходится принять, что в реальном бозе-конденсате содержится значительная порция бозонов с зарядом $2e$, чье образование уже существенно зависит от соотношения кулоновского отталкивания между однозарядными бозонами и силами, создаваемыми нейтральными фермионами. Сценарий, опирающийся на наличие одно- и двузаряженных бозонов в конденсате представляется тем более вероятным, что как хорошо известно из квантовой механики [13], спаривание бозонов в двумерном случае возможно уже при сколь угодно слабом притяжении. Не надо забывать, конечно, что существует и старый надежный способ, когда имеешь дело с двумя примесями (p-дырками) в нейтральной ферми-жидкости.

Без нейтральных фермионов притяжение между дырками в квантовом парамагнетике создается за счет обмена антипарамагнонами (3) или их аналогом для $SO(3)$. Недавно Бирженo и др. [14] вычислили соответствующую температуру перехода для La, Sr | Cu | O.

Конечно обмен антипарамагнонами может оказаться эффективным и в ферми-жидкости, если расстояние между дырками в парах окажется меньшим, чем радиус деконфайнмента фермионов.

Литература

1. *Anderson P.W.* 50 years of the Mott phenomena, Varenna, 1987.
2. *Emery V.J.* Phys. Rev. Lett., 1987, **58**, 2794.
3. *Rietschel H. et al.* Electronic and phonomic properties of High-T_c superconductors, Interlaken Conference, 1988.
4. *Nücker N. et al.* Phys. Rev. B, in press.
5. *Aharoni A. et al.* Phys. Rev. Lett., 1988, **60**, 1330.
6. *Dzyaloshinskii I., Polyakov A., Wiegmann P.* Phys. Lett., 1988, **A127**, 112.
7. *Polyakov A.* Mod. Phys. Lett., 1988, **A3**, 325.
8. *Померанчук И.* ЖЭТФ, 1941, **11**, 226.
9. *Wiegmann P.* Phys. Rev. Lett., 1988, **60**, 812.
10. *Chakravarty S., Halperin B.I., Nelson D.R.* Phys. Rev. Lett., 1988, **60**, 1057.
11. *Anderson P.W. et al.* Preprint, Prihuton University, 1988.
12. *Андреев А.Ф., Грищук И.А.* ЖЭТФ, 1984, 87, 467.
13. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1974, §45.
14. *Birgenean R.J. et al.* Preprint, MIT, 1988, Zeischr. Phys. B, in press.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
12 мая 1988 г.