Письма в ЖЭТФ, том 86, вып. 10, с. 779 – 784

О неустойчивости однородного состояния слабонеидеального бозе-газа при внешнем охлаждении

Р. Б. Сапцов[1)]

Институт теоретической физики им. Ландау РАН, 119991 Москва, Россия

Institut für Festkörperforschung, FZ-Jülich, Germany

Поступила в редакцию 25 октября 2007 г.

В рамках гидродинамических уравнений изучено поведение слабонеидеального бозе-газа с конечным временем жизни частиц при условиях постоянной внешней подкачки массы и энергии и наличии внешнего охлаждения. Показано, что пространственно однородное состояние такого газа является неустойчивым по отношению к формированию структур неоднородной плотности. Обсуждается возможная связь полученных результатов с экспериментами [3, 4].

PACS: 47.50.Gj, 64.60.Ht, 67.40.Bz

В работах [1, 2] изучался механизм образования бозе-конденсата в слабонеидеальном бозе-газе при внешнем охлаждении. В качестве модели был выбран газ бозе-частиц, находящихся в матрице твердого тела (примером может быть бозе-газ экситонов, находящихся в решетке твердого тела) при температуре несколько выше критической. При этом предполагалось, что газ находится в неравновесных условиях, когда решетка твердого тела имеет температуру ниже его критической температуры. Внутренняя кинетика бозе-газа, приводящая к установлению квазиравновесия в газе, предполагалась гораздо более быстрой по сравнению с медленным процессом установления равновесия между газом и решеткой. Это предположение обосновывается тем фактом, что выравнивание температур газа и решетки происходит посредством излучения газом фононов в решетку в результате трехчастичных процессов, включающих столкновение двух бозе-частиц с излучением фонона (излучение фонона одной частицей запрещено законами сохранения энергии и импульса). Такие столкновения, очевидно, случаются гораздо реже по сравнению с двухчастичными столкновениями, приводящими к термализации бозе-газа к квазиравновесному состоянию. Последнее затем медленно релаксирует к полному равновесию с решеткой.

В работах [1, 2] было показано, что образование очагов сверхпроводящей фазы начинается уже при температурах выше критической под влиянием тепловых флуктуаций температуры и плотности. Физически это связано с высокой сжимаемостью бозе-газа вблизи и ниже критической температуры: если в некоторой области бозе-газа произошло локальное понижение температуры, то в условиях постоянства давления во всем объеме бозе-газа это приводит к сильному локальному увеличению плотности и, как следствие, увеличению охлаждения за счет фононной эмиссии в решетку [1, 2], так как последнее, как будет показано ниже, пропорционально квадрату плотности. Таким образом, имеет место неустойчивость относительно понижения температуры, которая и приводит к тому, что флуктуации температуры, после преодоления некоторого "порога", развиваются в очаги новой фазы.

В работах [1, 2], однако, рассматривалась заведомо нестационарная ситуация – предполагалось, что неравновесное состояние бозе-газа создавалось импульсно (например, возбуждение экситонов в решетке лазерным импульсом), и затем бозе-частицы взаимодействуют лишь друг с другом и решеткой. Время жизни бозе-частиц при этом предполагалось много большим как времен внутренней термализации бозе-газа, так и характерных времен установления равновесия с решеткой.

В то же время, в экспериментах [3, 4] время жизни бозе-частиц (двумерных экситонов) не является очень большой величиной и исследование экситонного бозе-газа производится при постоянной накачке, состоящей в непрерывной генерации экситонов лазерным полем. При этом образуется стационарное, хотя и неравновесное, состояние бозе-газа. В этой работе будет рассмотрено влияние описанной в работах [1, 2] неустойчивости на стационарное состояние в таких экспериментах, в частности, будет показано, что однородное стационарное состояние слабонеидеального бозе-газа вблизи его критической температуры не-

1)e-mail: r.saptsov@fz-juelich.de

устойчиво при условии, что время жизни бозе-частиц превышает характерные времена охлаждения за счет фононной эмиссии в решетку. О неустойчивости однородного состояния бозе-газа экситонов докладывалось и в экспериментах [3 – 6], где наблюдалось формирование упорядоченных структур. В настоящее время нет единого мнения о причинах их возникновения, а имеются различные теоретические подходы, пытающиеся объяснить явление [7, 8]. Неустойчивость, описываемая в данной работе, возможно, играет некоторую роль в формировании наблюдаемых структур.

Поведение бозе-газа будем описывать в рамках гидродинамических уравнений [9], пока без учета сверхтекучих явлений, считая, что однородное стационарное состояние в системе (оно будет найдено ниже) соответствует температуре чуть выше критической, либо что температура настолько ниже критической, что ролью сверхтекучести можно пренебречь (ее влияние и соответствующие критерии будут вычислены ниже):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\mathrm{div}(\rho \mathbf{v}) + G - \frac{\rho}{\tau}, \qquad (1)$$

$$T\rho\frac{\partial s}{\partial t}=\kappa\nabla^2 T+Jc_v\rho-c_vT\frac{\rho^2}{\tau_0\rho_0}-\left(G-\frac{\rho}{\tau}\right)\left(\frac{v^2}{2}+w\right), \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -(\mathbf{v},\nabla)\mathbf{v} - \frac{\nabla p}{\rho} + \nu\nabla^2\mathbf{v}, \qquad (3)$$

$$p = m^{3/2}T^{5/2} + m\rho^2 a_0. \qquad (4)$$

Под s понимается энтропия на единицу массы газа. Давление (4) феноменологически учитывает конечную сжимаемость бозе-газа, связанную с его слабой неидеальностью [1], и соответствует трехмерному случаю (при этом для простоты опущены безразмерные коэффициенты порядка единицы). Двумерная ситуация, особенно привлекательная с экспериментальной точки зрения, будет рассмотрена ниже.

В уравнении (1) G – величина накачки, τ – среднее время жизни экситонов. Здесь m – масса отдельного экситона, а $w = \epsilon + p/\rho$ – тепловая функция, отнесенная к единице массы вещества. Можно сразу увидеть, что уравнение (1) имеет стационарное решение: $\rho_0 = G\tau$. В уравнении (2) J – внешний нагрев экситонного газа на единицу его массы. Потери энергии на одну частицу пропорциональны [1] $-T/\tau_{ph}$, где $1/\tau_{ph} \sim n v_T \sigma_{ph} = (\rho/\rho_0) n_0 v_T \sigma_{ph}$ и где σ_{ph} – сечение рассеяния бозе-частиц с испусканием фонона. Мы обозначили $\tau_0 = n_0 v_T \sigma_{ph}$ – среднее фононное время при однородной плотности $n_0 = \rho_0/m = G\tau/m$. Таким образом, полная потеря энергии на единицу массы вещества $-T\rho c_v/\rho_0\tau_0$, где c_v – теплоемкость на единицу массы. Эти члены введены в уравнение (2) в качестве источников и стоков энергии. Здесь мы пренебрегли вязкой диссипацией как членом квадратичного порядка по v, и далее будем пренебрегать всеми членами по v в порядке выше линейного. Последний член в уравнении (2) получается при выводе уравнения на изменение энтропии при наличии источников массы в (1). В уравнении (3) ν – коэффициент кинематической вязкости.

Система уравнений имеет очевидное стационарное однородное решение:

$$\rho = \rho_0 = G\tau, \quad T = J\tau_0 \equiv T_0, \quad v = 0. \qquad (5)$$

Выбирая в качестве независимых термодинамических переменных ρ и T и используя термодинамические тождества, мы можем переписать левую часть уравнения (2) в виде $\rho c_v \partial T/\partial t - (\partial p/\partial T)_\rho (\partial\rho/\partial t) T/\rho$. Отметим, что при постоянном давлении $\partial\rho/\partial t$ и $\partial T/\partial t$ будут связаны, и, исключив $\partial\rho/\partial t$, мы получим в левой стороне (2) $\rho c_p \partial_t T$ (согласно термодинамическому тождеству $c_p = c_v + T(\partial p/\partial T)^2_\rho/\rho^2(\partial p/\partial\rho)_T$), то есть (2) становится обычным уравнением теплопроводности с источниками массы и энергии.

Чтобы исследовать устойчивость стационарного решения (5), линеаризуем систему по малым отклонениям $\rho^{'}$, $T^{'}$ и $\mathbf{v}$ вблизи (5). При этом получим систему линейных уравнений:

$$\frac{\partial \rho^{'}}{\partial t} = -\rho_0 \mathrm{div}\mathbf{v} - \frac{\rho^{'}}{\tau}, \qquad (6)$$

$$\frac{\partial T^{'}}{\partial t} = \chi\nabla^2 T^{'} - \frac{T^{'}}{\tau_0} - \frac{T_0\rho^{'}}{\rho_0}\left(\frac{1}{\tau_0} - \frac{1}{\tau}\right) - \frac{T_0}{C_v}\mathrm{div}\mathbf{v}, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T \nabla\rho^{'} - \frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho \nabla T^{'} + \nu\nabla^2\mathbf{v}, \qquad (8)$$

где $C_v = c_v m$ – безразмерная теплоемкость, а $\chi = \kappa/\rho_0 c_v$ – температуропроводность газа. Здесь, согласно (4),

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T = \frac{T_0 n_0}{\rho_0}\eta^{1/3} = \frac{T_0}{m}\eta^{1/3} = v_T^2\eta^{1/3}, \qquad (9)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho = n_0 \qquad (10)$$

и введены обозначения $\eta = a_0\rho_0^3/m^3 \ll 1$ – так называемый газовый параметр бозе-газа, который должен быть мал для слабонеидеального газа, и $v_T =$

$\sqrt{T/m}$ – средняя тепловая скорость экситонов. При этом было учтено, что мы находимся близко к критической температуре, то есть $T_0 \sim T_c \sim n_0^{2/3}/m$.

Взяв дивергенцию от уравнения(8), будем искать решение системы (6)–(8) в виде $\rho^{'}(t) = \exp(\lambda t + i\mathbf{kr})\rho^{'}(k)$, $T^{'}(t) = \exp(\lambda t + i\mathbf{kr})T^{'}(k)$, $\mathrm{div}\mathbf{v}(t) = \exp(\lambda t + i\mathbf{kr})\mathrm{div}\mathbf{v}(k)$. Получающееся уравнение на спектр $\lambda(k)$ имеет вид

$$\lambda^3 + \lambda^2\left[(\chi+\nu)k^2 + \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau}\right] + \\ + \lambda\Bigg[\left(\chi k^2 + \frac{1}{\tau_0}\right)\left(\nu k^2 + \frac{1}{\tau}\right) + \\ + v_T^2 k^2\left(\frac{1}{C_v} + \eta^{1/3}\right) + \frac{\nu}{\tau}k^2\Bigg] + \\ + \frac{\nu k^2}{\tau}\left(\chi k^2 + \frac{1}{\tau_0}\right) - v_T^2 k^2\left(\frac{1}{\tau_0} - \frac{1}{\tau}\right) + \\ + v_T^2 k^2 \eta^{1/3}\left(\chi k^2 + \frac{1}{\tau_0}\right) = 0, \quad (11)$$

где были использованы (9), (10) и определение v_T. При этом видно, что уравнение (11) имеет чисто действительный корень, который обращается в нуль при

$$k_0 = \sqrt{-\frac{1}{\chi\tau_0}\left[1 - \frac{1-\tau_0/\tau}{\eta^{1/3} + \nu/\tau v_T^2}\right]}; \quad (12)$$

при этом неустойчивость имеет место при $k < k_0$, где этот корень приобретает положительные значения. Поскольку, по определению, k всегда действительно, то неустойчивость (область λ с положительными значениями) имеет место только при условии

$$\frac{1-\tau_0/\tau}{\eta^{1/3} + \nu/\tau v_T^2} > 1. \quad (13)$$

Поэтому для существования неустойчивости необходимо, чтобы $\tau > \tau_0$, кроме того, необходима малость $\eta^{1/3}$, что действительно имеет место ввиду слабой неидеальности, и малость $\nu/\tau v_T^2 \sim \tau_{tr}/\tau$, что тем более имеет место ввиду $\tau > \tau_0$ и неравенств (14) $\tau_{tr} \sim 1/n v_T a_0^2$ – характерное время столкновений частиц между собой. Чтобы проанализировать все решения (11), упростим его, для чего будем пренебрегать величиной τ_0/τ (считая время жизни экситонов большим), учитывая при этом, что $\chi \sim \nu \sim v_T^2\tau_{tr}$ и $v_T^2\tau_0/\chi \sim \tau_0/\tau_{tr}$. Время τ_{tr}, ответственное за установление равновесия внутри газа, является самым коротким для рассматриваемой системы, при этом

$$\frac{\tau_0}{\tau_{tr}} \gg \frac{1}{\eta^{1/3}} \gg 1. \quad (14)$$

В широкой области $1/\tau_0 v_T \ll k \ll v_T/\chi$ уравнение (11) при сделанных предположениях имеет три решения:

$$\lambda_1 \approx \frac{1}{\tau_0} - k^2\chi\eta^{1/3} \quad (15)$$

и

$$\lambda_{2,3} \approx \pm ikv_T - \frac{(\chi+\nu)}{2}k^2 - \frac{1}{2\tau_0}. \quad (16)$$

Первый корень является чисто действительным и имеет положительные значения при

$$k < k_0^{'} = \frac{1}{\sqrt{\chi\tau_0\eta^{1/3}}}, \quad (17)$$

что соответствует неустойчивости, а последние два представляют собой обычный звук со слабым затуханием ($k_0^{'}$ здесь – предельное значение k_0 из уравнения (12) в пренебрежении $1/\tau$ и ν, а λ_1 – та самая мода, о которой идет речь после (12)). В области малых $k < 1/v_T\tau_0$ решения имеют вид

$$\lambda_{1,2} = \pm v_T|k|, \quad (18)$$

где положительный знак соответствует неустойчивой ветви λ_1, и

$$\lambda_3 = -1/\tau_0, \quad (19)$$

которое описывает однородное остывание газа за счет фононной эмиссии. Таким образом, неустойчивая ветвь ведет себя как $v_T k$ при малых k и как $2k_0^{'}(1/\tau_0\chi\eta^{1/3})(k_0^{'} - k)$ вблизи $k_0^{'}$. При этом имеется полоса $0 \le k \le k_0^{'}$, для которой существует неустойчивость. Это может приводить к образованию структур неоднородной плотности с периодом, большим $1/k_0^{'}$. Однако нельзя утверждать, что характерный период таких структур определяется именно величиной $1/k_0^{'}$, так как в неустойчивой области $\lambda_1(k)$ будет иметь максимум, вероятнее, ближе к границе $k = 1/v_T\tau_0$, нежели $k = k_0^{'}$. Сжимаемость трехмерного бозе-газа $\partial p/\partial n$, равная при $T < T_c$ по порядку $T_c\eta^{1/3}$, растет по мере удаления вверх от T_c, оставаясь все же высокой в пределах температур $T_0 - T_c < T_c$. При достаточно малом значении $\eta^{1/3}$ может наступить ситуация, когда сжимаемость превысит $T_c\eta^{1/3}$, но будет удовлетворять условиям существования неустойчивости (13) – в таком случае во всех приведенных выше выкладках следует заменить $\eta^{1/3}$ этой величиной, отнесенной к T_c, в остальном вид написанных выше выражений сохранится.

При значениях J, для которых T_0 ниже T_c, все большую роль начинают играть сверхтекучие явления. Поэтому оценим их. Для простоты опять будем считать время жизни $\tau \gg \tau_0$ и полностью пренебрежем вязкостью (хотя вблизи T_c вязкость в несверхтекучей компоненте формально не мала, ее неучет не влияет на качественную картину явления, однако заметно упрощает выкладки). Состояние теперь будет описываться в рамках двухжидкостной гидродинамики [10], при этом к системе (1)–(4) добавится уравнение на сверхтекучую скорость:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} = -\nabla \mu, \tag{20}$$

где $\mu = na_0/m$ – химический потенциал бозе-газа. Поток массы теперь будет складываться из сверхтекучего и нормального потоков: $\mathbf{j} = \rho_s \mathbf{v}_s + \rho_n \mathbf{v}_n$ – поток массы, ρ_s, $\mathbf{v}_s$ и ρ_n, $\mathbf{v}_n$ – сверхтекучая плотность и скорость и нормальная плотность и скорость, соответственно, а полная плотность $\rho = \rho_n + \rho_s$. Получающаяся система будет иметь такое же стационарное решение (5), как и (1)–(4) (вместо последнего уравнения, конечно, возникнет два: $v_s = v_n = 0$). По аналогии с несверхтекучим случаем получается уравнение на спектр, которое, в силу наличия дополнительного уравнения (20), будет уравнением четвертого порядка:

$$\begin{gathered}\lambda^4 + \lambda^3 \left[\chi k^2 + \frac{1}{\tau_0}\right] + \\ + \lambda^2 k^2 \left[v_T^2 \left(\frac{1}{C_v} + \eta^{1/3}\right) + v_T^2 \frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{S}{C_v}\right] + \\ + \lambda v_T^2 k^2 \left[\eta^{1/3} \left(\chi k^2 + \frac{1}{\tau_0}\right) - \frac{1}{\tau_0}\right] + \\ + v_T^4 k^4 \eta^{1/3} \frac{S}{C_v} \frac{\rho_s}{\rho_n} = 0. \end{gathered} \tag{21}$$

Здесь S – энтропия на одну частицу (S и C_v при этом являются безразмерными величинами порядка единицы). При обращении ρ_s в нуль (21), как и следовало ожидать, переходит в (11) (если в последнем тоже отбросить члены с $1/\tau$ и вязкостью). Без учета теплопроводности и фононного охлаждения уравнение (21) имеет четыре чисто мнимых корня: два, $\lambda \approx \pm i v_T k$, соответствующие обычному звуку, и два, $\lambda \approx \pm i v_T k \sqrt{\eta^{1/3} \rho_s S/\rho_n C_v}$, соответствующие второму звуку (при этом видно, что скорость второго звука на фактор $\sqrt{\eta^{1/3}\rho_s/\rho_n} \ll 1$ меньше скорости первого звука). При наличии же фононного охлаждения проявляется описанная выше неустойчивость в решении для второго звука при малых k:

$$\lambda \approx -\frac{1}{\tau_0}\left[\eta^{1/3}\tau_0\chi k^2 - 1\right] \pm i\sqrt{c_{2s}^2 - \frac{1}{\tau_0^2}\left[\eta^{1/3}\tau_0\chi k^2 - 1\right]^2}, \tag{22}$$

где в качестве $c_{2s} = v_T\sqrt{\eta^{1/3}\rho_s S/\rho_n C_v}$ обозначена скорость второго звука. При этом видно, что неустойчивость имеет место при $k < k_0^{'}$, где $k_0^{'}$ имеет тот же вид (17), что и без учета сверхтекучести. Различие состоит лишь в том, что теперь λ не является чисто действительной вблизи $k_0^{'}$, а содержит соответствующую второму звуку колебательную часть. Таким образом, наличие сверхтекучести не меняет ни главного вывода о наличии неустойчивости вблизи однородного состояния для k, меньших некоторого $k_0^{'}$, ни само выражение (17) для $k_0^{'}$.

Эксперименты [3–6] проводились в двумерном случае. Неоднородные структуры наблюдались вблизи перехода Березинского – Костерлица – Таулесса (БКТ) в газе непрямых экситонов с лазерной накачкой. Основное отличие для двумерной системы вблизи перехода БКТ будет состоять в замене уравнения (4) выражением [11]

$$p = \frac{n^2}{m\ln(1/na_0{}^2)} + mT^2 \tag{23}$$

(здесь, как и в трехмерном случае, опущены безразмерные коэффициенты порядка единицы). Другое важное отличие состоит в том, что выражение для температуры перехода теперь имеет вид [11, 12]

$$T_c = \frac{n}{m\ln\ln(1/na_0{}^2)}, \tag{24}$$

где двойной логарифм $\ln\ln(1/na_0{}^2) \gg 1$ предполагается большой величиной [12]. При этом изменяются производные (9), (10):

$$\begin{gathered}\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T = \frac{T_0 n_0}{\rho_0}\frac{\ln\ln(1/na_0{}^2)}{\ln(1/na_0{}^2)} = \\ = \frac{T_0}{m}\frac{\ln\ln(1/na_0{}^2)}{\ln(1/na_0{}^2)} = v_T^2\frac{\ln\ln(1/na_0{}^2)}{\ln(1/na_0{}^2)},\end{gathered} \tag{25}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho = \frac{n_0}{\ln\ln(1/na_0{}^2)}. \tag{26}$$

Роль малой величины $\eta^{1/3}$ теперь играет малая величина $\zeta = \ln\ln(1/na_0{}^2)/\ln(1/na_0{}^2) \ll 1$. Проделывая выкладки, аналогичные трехмерному случаю, получаем, что неустойчивость будет иметь место при

$$k < k_0 = \tag{27}$$

$$\sqrt{-\frac{1}{\chi\tau_0}\left[1 - \frac{1-\tau_0/\tau}{\ln\ln(\frac{1}{na_0{}^2})^2/\ln(\frac{1}{na_0{}^2}) + \ln\ln(\frac{1}{na_0{}^2})\nu/\tau v_T^2}\right]}.$$

Таким образом, мы видим, что однородное состояние слабонеидеального бозе-газа с накачкой массы и энергии и при внешнем охлаждении может быть неустойчивым. Из условия (17) видно, что имеется целая полоса значений $0 \leq k \leq k^{'}$, на которых имеет место неустойчивость, поэтому в рамках линеаризованного уравнения (6) не существует явного отбора характерных периодов возникающего устойчивого неоднородного состояния. Принципиальный подход для их изучения состоит в том, чтобы выделить неустойчивую моду в общей нелинейной системе уравнений, получив нелинейное уравнение для ее описания. Такая процедура является типичной для систем, в которых диффузия сопровождается химическими реакциями (diffusion reaction systems), при этом, однако, исследование вида образующихся неоднородных структур в рамках полученного нелинейного уравнения не является универсальной процедурой и сильно зависит от конкретного типа задачи, являясь само по себе отдельной трудоемкой задачей. В этой работе я не буду ее касаться.

Как отмечалось выше, о неустойчивости однородного состояния экситонного бозе-газа при условиях, схожих с описанными в данной работе, докладывалось в работах [3 – 6]. В работе [7] предлагалось объяснение данного явления как связанного с образованием упорядоченного вихревого состояния в системе. Другое объяснение предлагалось в работе [8], где вероятный механизм неустойчивости однородного состояния был связан с возможностью обменного притяжения двух непрямых экситонов, находящихся на близком расстоянии друг от друга, что эффективно приводило к смене знака в диффузном члене для некоторых пространственных фурье-компонент плотности экситонного газа. При этом возникает неустойчивость, в некотором смысле аналогичная имеющей место в задачах о спинодальном распаде. Этот механизм неустойчивости связан исключительно с видом взаимодействия частиц и никак не зависит ни от природы бозе-газа, ни от наличия и отсутствия сверхтекучести. В непрямых экситонах, кроме того, имеется диполь-дипольное взаимодействие, конкурирующее с описанным в [8] притяжением, так что неустойчивость подобного рода может проявляться только при достаточно больших плотностях экситонного газа и в достаточно тонких гетероструктурах. В нашей работе, напротив, природа бозе-газа и близость к критической температуре играют существенную роль. Это соответствует утверждению работ [3, 4] о наличии сверхтекучести в наблюдаемых структурах. Тем не менее, наша модель является достаточно качественной. Так, мы предположили слабую неидеальность газа, в котором имеется дальнодействующее диполь-дипольное взаимодействие, что, впрочем, в известной мере оправдано ввиду конечности борновской амплитуды рассеяния для диполь-дипольного взаимодействия в двумерном случае. Кроме того, достаточно сложная кинетика образования экситонов в лазерном поле феноменологически моделировалась простым истоковым членом. В нашей работе предполагалось, что время жизни экситонов не зависит от их плотности. Тем не менее, для достаточно больших плотностей имеет место так называемый эффект Оже (Auger decay) [13] – механизм, в котором время – число аннигилирующих в единицу времени экситонов пропорционально квадрату плотности. В таком случае, вместо обратного времени $1/\tau$ следует брать дифференциальную характеристику $\partial(dn/dt)_{\rm decay}/\partial n$. Такая характеристика могла бы быть, вообще говоря, и отрицательной, что вело бы к дополнительному механизму неустойчивости, однако это не так, по крайней мере в случае эффекта Оже. Поскольку мы используем для анализа только линеаризованные уравнения, эту характеристику можно считать не зависящей от плотности и использовать как определение обратного времени жизни экситонов (зависимость $1/\tau$ от плотности проявится только при анализе нелинейных уравнений). Тем не менее, описанная нами неустойчивость может играть роль в формировании структур в обсуждаемых экспериментах. Для более строгого обсуждения такой возможности необходим упомянутый выше нелинейный анализ неустойчивой моды. Полученные результаты, однако, интересны и сами по себе – можно утверждать, что в слабонедеальном бозе-газе с источниками и стоками массы и энергии вида (1)–(4) однородное состояние неустойчиво по отношению к образованию структур неоднородной плотности.

Автор благодарен С.В. Иорданскому и Е.А. Бренеру за полезные идеи и обсуждения.

Работа была поддержана Фондом некоммерческих программ "Династия".

---

1. E. A. Brener, S. V. Iordansky, and R. B. Saptsov, Phys. Rev. E **73**, 016127 (2006).
2. Р. Б. Сапцов, ЖЭТФ **132**, 642 (2007).
3. A. V. Gorbunov and V. B. Timofeev, JETP Lett. **83**, 146 (2006).
4. A. V. Gorbunov and V. B. Timofeev, JETP Lett. **84**, 329 (2006).
5. V. B. Timofeev and A. V. Gorbunov, J. Appl. Phys. **101**, 081708 (2007).
6. А. В. Горбунов, А. В. Ларионов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **86**, 48 (2006).

7. J. Keeling, L. S. Levitov, and P. B. Littlewood, Phys. Rev. Lett. **92**, 176402 (2004).
8. В. И. Сугаков, А. А. Чернюк, Письма в ЖЭТФ **85**, 699 (2007).
9. Л. Д. Ландау, И. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, т. **6**, М.: Наука, 1986.
10. И. М. Халатников, *Введение в теорию сверхтекучести*, М.: Физматлит, 1965.
11. В. Н. Попов, *Функциональные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике*, М.: Атомиздат, 1976.
12. D. S. Fisher and P. C. Hohenberg, Phys. Rev. B **37**, 4936 (1988).
13. K. E. O'Hara and J. P. Wolfe, Phys. Rev. B **62**, 12909 (2000).