

# Влияние коррелированного беспорядка на температуру необычного куперовского спаривания ( $^3\text{He}$ в аэрогеле)

И. А. Фомин

Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, 119334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 июня 2008 г.

На примере жидкого  $^3\text{He}$  в аэрогеле показано, что корреляции в расположении примесей могут существенно влиять на температуру перехода ферми-жидкости в необычное сверхтекучее или сверхпроводящее состояние –  $T_c$ , если радиус корреляции для системы примесей превышает длину когерентности  $\xi_0$  в возникающей сверхтекучей фазе. Для  $^3\text{He}$  в аэрогеле понижение  $T_c$  выражено через структурный фактор аэрогеля. Учет фрактальной структуры аэрогеля позволяет получить простую формулу, удовлетворительно описывающую наблюдаемое понижение  $T_c$ .

PACS: 67.57.–z

1. При необычном куперовском спаривании как магнитные так и немагнитные примеси понижают температуру сверхпроводящего (сверхтекучего) перехода [1]. Величина понижения в большинстве случаев хорошо описывается теорией сверхпроводящих сплавов Абрикосова и Горькова (в дальнейшем АГ) [2]. Сверхтекучий  $^3\text{He}$  является наиболее полно изученным примером необычного куперовского спаривания – пары здесь образуются в  $p$ -состоянии, то есть в состоянии с орбитальным моментом  $l = 1$ , при этом также их спин  $s = 1$ . В жидкий  $^3\text{He}$  не удается ввести не связанные друг с другом примеси, поскольку они оседают на стенках ячейки. Эта трудность была обойдена путем использования в качестве примеси высокопористого аэрогеля [3, 4], представляющего собой самоподдерживающийся каркас, образованный нитями  $\text{SiO}_2$  со средним диаметром 3–4 нм. Следует иметь в виду, что жесткость каркаса предполагает существование корреляций во взаимном расположении образующих его частиц. Модель однородного рассеяния (в дальнейшем МОР) [5], обобщающая теорию АГ на случай  $p$ -спаривания, не учитывает этих корреляций. Из экспериментов известно, что эта модель не позволяет удовлетворительно описать переход  $^3\text{He}$  в аэрогеле в сверхтекучее состояние и свойства возникающих фаз. Это видно уже на примере величины понижения температуры сверхтекучего перехода в аэрогеле  $T_a$  по сравнению с температурой перехода  $T_b$  в свободном от примесей  $^3\text{He}$ . В теории АГ и ее обобщении МОР относительная величина понижения температуры перехода  $\tau_{ba} = (T_b - T_a)/T_b$  определяется одним параметром – отношением сверхпроводящей корреляционной длины  $\xi_0 = \hbar v_F / 2\pi T_c$  к транспортной длине свободного

пробега  $l_{tr}$ , то есть  $x = \xi_0 / l_{tr}$ . При  $\tau_{ba} \ll 1$ , согласно теории АГ,  $\tau_{ba} = \frac{\pi^2 \xi_0}{4 l_{tr}}$ . Обе величины,  $\xi_0$  и  $l_{tr}$ , могут быть найдены из независимых экспериментов [6]. Измеренная температура перехода  $T_a$  оказывается большей, чем вычисленная по МОР с использованием найденных значений  $\xi_0$  и  $l_{tr}$ . Для устранения указанного расхождения были предложены другие модели [5, 7], в которых понижение температуры перехода происходит из-за геометрических ограничений. В частности, рассматривался гелий, заполняющий щель между плоскопараллельными плоскостями или заполняющий внутренность сферической полости. При этом удается добиться лучшего согласия вычисленной температуры сверхтекучего перехода с наблюдаемой. Остается не ясным, однако, как сопоставить эти модели с реальным аэрогелем и каким именно его характеристикам соответствуют подгонные параметры моделей.

В настоящей работе произведен учет влияния корреляций в расположении образующих аэрогель структурных элементов на температуру перехода  $^3\text{He}$  в сверхтекучее состояние  $T_a$ . Влияние корреляций оказывается тем более существенным, чем больше отношение радиуса корреляции  $R$  к  $\xi_0$ . При  $R^2 \sim l_{tr} \xi_0$  учет корреляций приводит к изменению  $\tau_{ba}$  на величину порядка его самого. Именно эта область представляет наибольший интерес для реально используемых аэрогелей. Для упрощения вычислений здесь предполагается, что  $\tau_{ba} \ll 1$ .

Изложенные далее рассуждения могут быть применены также к сверхпроводникам с необычным куперовским спариванием. В частности, теория АГ не дает удовлетворительного описания понижения  $T_c$  примесями для некоторых высокотемпературных

сверхпроводников. Как показывает проведенный в работе [8] численный анализ, для улучшения согласия рассчитанного понижения  $T_c$  с наблюдаемым требуется учет того обстоятельства, что корреляционная длина  $\xi_0$  в этих материалах существенно меньше, чем в традиционных сверхпроводниках и может быть сравнимой со средним расстоянием между примесями.

2. При  $p$ -спаривании параметром порядка является  $3 \times 3$  комплексная матрица  $A_{\mu j}$ , ее первый индекс пробегает три значения и нумерует проекции спина куперовской пары, а второй индекс – три проекции ее орбитального момента. При  $\tau_{ba} \ll 1$  для определения температуры перехода  $T_a$  можно воспользоваться линейризованным уравнением Гинзбурга и Ландау:

$$-\tau A_{\mu j} + A_{\mu l} \eta_{lj}(\mathbf{r}) - \frac{3}{5} \xi_s^2 \left( \frac{\partial^2 A_{\mu j}}{\partial x_l^2} + 2 \frac{\partial^2 A_{\mu l}}{\partial x_l \partial x_j} \right) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $\tau = (T_b - T)/T_b \ll 1$ . Присутствие примесей (аэрогеля) учитывается в уравнении вещественным и симметричным случайным тензором  $\eta_{lj}(\mathbf{r})$ , он описывает локальное понижение температуры перехода и возможное локальное расщепление этой температуры для разных орбитальных компонент  $A_{\mu j}$ . Запись второго члена в уравнении (1) в локальном виде возможна потому что тензор  $\eta_{lj}(\mathbf{r})$  изменяется на расстояниях  $\sim \xi_0$ , в то время как  $A_{\mu j}$  вблизи  $T_b$  изменяется на расстояниях  $\sim \xi(T) = \xi_0/\sqrt{\tau} \gg \xi_0$  [9]. Коэффициент перед производными записан в обозначениях работы [10], то есть  $\xi_s^2 = \frac{7\zeta(3)}{12} \xi_0^2 \simeq 0,7 \xi_0^2$ . При  $\tau > 0$  уравнение (1) может иметь отличные от нуля решения. Эти решения, вообще говоря пространственно неоднородны и могут быть локализованными. Под температурой сверхтекучего перехода в аэрогеле  $T_a$  следует понимать максимальную температуру, при которой в  $^3\text{He}$  устанавливается дальний порядок. Формально этой температуре соответствует наименьшее  $\tau = \tau_a$ , при котором у уравнения (1) впервые появляется делокализованное решение. Уравнения для разных спиновых компонент  $\mu$  не связаны друг с другом, поэтому спиновый индекс здесь несуществен. Таким образом, задача о нахождении  $\tau_{ab}$  аналогична задаче о нахождении порога локализации для частицы со спином 1, находящейся в случайном потенциале  $\eta_{lj}(\mathbf{r})$ , причем  $\tau$  играет роль энергии. Чтобы в дальнейшем избежать громоздких вычислений, упростим задачу еще больше и заменим градиентные члены в этом уравнении на модельное изотропное выражение с некоторым “средним” коэффициентом  $\overline{\xi_s^2}$  перед градиентным членом:

$$-\tau A_{\mu j} + A_{\mu l} \eta_{lj}(\mathbf{r}) - \overline{\xi_s^2} \left( \frac{\partial^2 A_{\mu j}}{\partial x_l^2} \right) = 0. \quad (2)$$

Чтобы определить  $\overline{\xi_s^2}$ , заметим, что для продольной компоненты  $A_{\mu l}$ , удовлетворяющей условию  $\partial A_{\mu l}/\partial x_l = 0$ , коэффициент перед производной в уравнении (2) есть  $(3/5)\xi_s^2$ . Для двух поперечных мод, таких что  $A_{\mu l} = \partial \psi_\mu / \partial x_l$ , где  $\psi_\mu$  – скалярные функции, следует использовать коэффициент  $(9/5)\xi_s^2$ . Усреднение по трем возможностям приводит к  $\overline{\xi_s^2} = (7/5)\xi_s^2$ . С учетом того, что  $\xi_s^2 \simeq 0,7 \xi_0^2$ , убеждаемся, что с хорошей точностью  $\overline{\xi_s^2} \simeq \xi_0^2$ . В дальнейшем будем полагать, что коэффициент перед производными в уравнении (2) равен  $\xi_0^2$ .

Для определения явного вида тензора  $\eta_{lj}(\mathbf{r})$  следует задаться микроскопической моделью аэрогеля. Здесь будет предполагаться, что элементами, образующими аэрогель, являются шары одинакового радиуса  $\rho$ . Величина радиуса подбирается так, чтобы обеспечить нужную пористость аэрогеля и длину свободного пробега квазичастиц в нем. Для пористости 98,3% и длины пробега  $l_{tr} \approx 130$  нм  $\rho \approx 2$  нм, то есть  $\rho \ll \xi_0$ . Для такой модели

$$\eta_{jl}(\mathbf{r}) = \sum_s \eta_{jl}^{(1)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s), \quad (3)$$

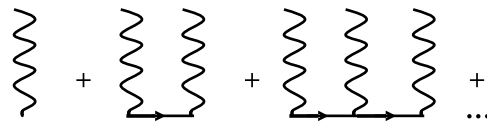
где  $\mathbf{r}_s$  – координата центра  $s$ -го шара, а  $\eta_{jl}^{(1)}(\mathbf{r})$  – это потенциал, создаваемый одним шаром, он зависит от сечения рассеяния фермиевских квазичастиц на шаре [11]. Если для определенности предположить, что рассеяние диффузное, то при  $r \gg \rho$  [9]

$$\eta_{jl}^{(1)}(\mathbf{r}) = -\frac{\rho^2}{r^2} \hat{v}_j \hat{v}_l \ln \left[ \tanh \left( \frac{r}{2\xi_0} \right) \right]. \quad (4)$$

Согласно написанной формуле,  $\eta_{jl}^{(1)}(\mathbf{r})$  спадает на расстояниях  $\sim \xi_0$ . При  $r \leq \xi_0$   $\eta_{jl}^{(1)}(\mathbf{r}) \sim (\rho/\xi_0)^2$ . Будем поэтому искать  $\tau_{ba}$ , рассматривая  $\eta_{jl}(\mathbf{r})$  как возмущение. Усредненная по реализациям потенциала  $\eta_{jl}(\mathbf{r})$  гриновская функция для уравнения (2) имеет вид  $\langle G_{mn}(\tau; \mathbf{k}, \mathbf{k}') \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{mn} G(\tau; \mathbf{k})$ , где

$$G(\tau; \mathbf{k}) = \frac{1}{\tau - \xi_0^2 k^2 - \Sigma(\tau, \mathbf{k})}. \quad (5)$$

Умноженная на  $(2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{mn}$  собственно-энергетическая часть  $\Sigma(\tau, \mathbf{k})$  является результатом усреднения ряда, который графически представлен на рисунке. Стрелкам на рисунке соответствуют



невозмущенные функции Грина

$$G_{mn}^{(0)}(\tau; \mathbf{k}) = \frac{\delta_{mn}}{\tau - \xi_0^2 k^2}. \quad (6)$$

По импульсам внутренних линий, как обычно, подразумевается интегрирование. Волнистым линиям соответствует фурье-образ потенциала  $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ :

$$\eta_{jl}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \eta_{jl}^{(1)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \sum_s e^{i(\mathbf{k}' - \mathbf{k})\mathbf{r}_s}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  – импульсы, соответствующие входящей и выходящей из вершины стрелкам,  $\mathbf{r}_s$  – координаты частиц, образующих аэрогель, по ним и производится усреднение. Порогу локализации соответствует полюс гриновской функции (5) при  $k = 0$ , он находится из уравнения

$$\tau = \Sigma(\tau, 0). \quad (8)$$

Фурье-образ  $\eta_{jl}^{(1)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$  находится непосредственным обращением выражения (4). В дальнейшем нас будет интересовать  $\eta_{jl}^{(1)}(\mathbf{k} \rightarrow 0) = \delta_{jl}\eta^{(1)}(0)$ , где

$$\eta^{(1)}(0) = \frac{\pi^3}{3}\rho^2\xi_0. \quad (9)$$

Рассмотрим последовательные члены ряда представленного на рисунке. В первом порядке по возмущению имеем

$$\langle \eta_{jl}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \rangle = \eta_{jl}^{(1)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \langle \sum_s e^{i(\mathbf{k}' - \mathbf{k})\mathbf{r}_s} \rangle. \quad (10)$$

Предполагая, что аэрогель в среднем однороден, имеем

$$\langle \sum_s e^{i(\mathbf{k}' - \mathbf{k})\mathbf{r}_s} \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') n, \quad (11)$$

где  $n$  – среднее число частиц в единице объема. В результате в первом порядке по возмущению сдвиг температуры имеет вид

$$\tau_{ba}^{(1)} = n\eta^{(1)}(0) = \frac{\pi^2}{4} \frac{\xi_0}{l_{tr}}, \quad (12)$$

где для удобства сравнения с МОР введена транспортная длина свободного пробега квазичастиц  $l_{tr}$ , согласно определению

$$\frac{1}{l_{tr}} = \frac{4}{3}\pi\rho^2 n. \quad (13)$$

Такое определение соответствует диффузному рассеянию квазичастиц на случайно расположенных одинаковых сферических частицах радиуса  $\rho$ . Поправка первого порядка (12) в точности совпадает с результатом МОР для малых  $\tau_{ba}$ .

Для поправки второго порядка имеем:

$$\begin{aligned} \Sigma^{(2)}(\tau, \mathbf{k})\delta_{jl} &= \int \eta_{jm}^{(1)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\eta_{nl}^{(1)}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}) \times \\ &\times n \langle \sum_t e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k})\mathbf{r}_{st}} \rangle G_{mn}(\tau, \mathbf{k}_1) \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3}. \end{aligned} \quad (14)$$

Вместо невозмущенной функции Грина (6) здесь использована усредненная гриновская функция (5). Эта замена соответствует использованию самосоглавленного борновского приближения [12]. Суммирование производится по относительной координате  $\mathbf{r}_{st} = \mathbf{r}_s - \mathbf{r}_t$ . Усредненная сумма это – структурный фактор:

$$\langle \sum_t e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k})\mathbf{r}_{st}} \rangle \equiv S(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}), \quad (15)$$

он характеризует корреляции в расположении частиц аэрогеля. Структурный фактор непосредственно измеряется в экспериментах по малоугловому рассеянию рентгеновских лучей. В изотропном аэрогеле  $S(\mathbf{k})$  не зависит от направления  $\mathbf{k}$ . Полагая в формуле (14)  $\mathbf{k} = 0$ , имеем:

$$\tau_{ba}^{(2)}\delta_{jl} = n \int \eta_{jm}^{(1)}(-\mathbf{k}_1)\eta_{ml}^{(1)}(\mathbf{k}_1) S(k_1) G(\tau_{ba}, k_1) \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3}. \quad (16)$$

В соответствии с формулой (8) и в пренебрежении возможным малым изменением спектра можно считать, что  $G(\tau_{ba}, k_1) = -1/(\xi_0 k_1)^2$ . Для вычисления интеграла в формуле (16) заметим, что в некотором интервале волновых векторов  $k_{\min} < k < k_{\max}$  аэрогель имеет фрактальную структуру, то есть  $S$  зависит от  $k$  степенным образом:  $S \sim k^{-D}$ . Показатель  $D$  называется фрактальной размерностью. В частности, для исследованных в работе [13] образцов 98%-ного аэрогеля  $k_{\min} \simeq 5 \div 7 \cdot 10^{-3} \text{ \AA}^{-1}$ ,  $k_{\max} \simeq 1 \div 2 \cdot 10^{-1} \text{ \AA}^{-1}$ ,  $D \approx 1.8$ . Такой закон убывания  $S(k)$  обеспечивает сходимость рассматриваемого интеграла на бесконечности. Тем самым, основной вклад в интеграл в правой части уравнения (16) дают малые  $k$ . Это позволяет считать, что в существенной области интегрирования  $\eta_{jm}^{(1)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \simeq \eta_{jm}^{(1)}(0) = \delta_{jl}\eta^{(1)}(0)$ , тогда

$$\tau_{ba}^{(2)} = n[\eta^{(1)}(0)]^2 \int S(k_1) G(0, k_1) \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3}. \quad (17)$$

Внутри фрактального интервала интеграл в правой части формулы (17) имеет вид  $\sim \int dk/k^D$ , и при  $k_{\min} \rightarrow 0$  он расходится при малых  $k$ . Фактически интеграл сходится, поскольку на расстояниях, существенно превышающих  $R \sim 1/k_{\min}$ , корреляции в расположении шаров исчезают. Для вычислений удобно

выбрать модельный закон спада корреляций, зависящий от  $R$  как от параметра, и рассматривать по определению этот параметр как радиус корреляции. Воспользуемся для этого связью  $S(\mathbf{k})$  с парной корреляционной функцией  $C(\mathbf{r}_{st})$  в координатном представлении:

$$S(\mathbf{k}) = \langle \sum_t e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_{st}} \rangle = n \int C(\mathbf{r}_{st}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_{st}} d^3 r_{st}. \quad (18)$$

При  $r \ll R$  для фрактала с размерностью  $D$  корреляционную функцию можно записать как  $C(r) \approx A(R/r)^{3-D}$ , где  $A$  – пока не известный коэффициент. При  $r \gg R$  корреляции в расположении рассеивателей исчезают и  $C(r) \rightarrow 1$ , то есть интеграл в формуле (18) расходится. Обычная процедура регуляризации состоит в замене под интегралом  $C(r)$  на  $v(r) = C(r) - 1$ , что соответствует выделению отклонения в распределении рассеивателей от некоррелированного. Оставшаяся единица дает вклад в  $S(\mathbf{k})$ , пропорциональный  $\delta(\mathbf{k})$ , который не сказывается на дальнейших вычислениях. С помощью непосредственных преобразований интеграл в уравнении (17), обозначаемый далее как  $Q$ , можно выразить через функцию  $v(r)$ :

$$Q = \int S(k_1) G(k_1) \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3} = -\frac{n}{\xi_0^2} \int v(r) r dr. \quad (19)$$

При  $r \ll R$  функция  $v(r) \sim A(R/r)^{3-D}$ . Для  $D > 1$  интеграл в правой части уравнения (19) сходится на малых  $r$ , поэтому фрактальную асимптотику можно использовать вплоть до  $r = 0$ . При  $r \geq R$  следует учесть исчезновение корреляций. Проще всего это сделать, умножив экстраполированную из фрактального интервала зависимость на  $\exp(-r/R)$  [14], то есть считать, что

$$v(r) = [A(R/r)^{3-D} - 1] \exp(-r/R). \quad (20)$$

Коэффициент  $A$  находится из условия нормировки:  $4\pi n \int v(r) r^2 dr = -1$ . Для аэрогелей, о которых идет речь,  $nR^3 \gg 1$ . В этом случае непосредственное вычисление дает  $A = 2/\Gamma(D)$ , где  $\Gamma(D)$  – гамма-функция. Для такого  $A$  имеем:  $\int v(r) r dr = R^2(3-D)/(D-1)$ . В результате

$$\begin{aligned} \tau_{ba}^{(2)} &= -(n\eta^{(1)}(0))^2 \frac{R^2}{\xi_0^2} \frac{3-D}{D-1} = \\ &= -\frac{\pi^2 \xi_0}{4 l_{tr}} \left( \frac{\pi^2 R^2}{4 \xi_0 l_{tr}} \frac{3-D}{D-1} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Поправка второго порядка отрицательна, то есть суммарное понижение температуры

$$\tau_{ba} = \frac{\pi^2 \xi_0}{4 l_{tr}} - \frac{\pi^2 \xi_0}{4 l_{tr}} \left( \frac{\pi^2 R^2}{4 \xi_0 l_{tr}} \frac{3-D}{D-1} \right) \quad (22)$$

оказывается менее сильным, чем предсказанное в рамках МОР. Дополнительный по сравнению с поправкой первого порядка множитель  $\frac{\pi^2 R^2}{4 \xi_0 l_{tr}} \frac{3-D}{D-1}$  растет по мере уменьшения  $\xi_0$  и может стать порядка единицы из-за компенсации малого параметра  $\xi_0/l_{tr}$  большим отношением  $(R/\xi_0)^2$ . В связи с этим возникает вопрос об учете членов более высокого порядка в разложении  $\tau_{ba}$  по потенциалу  $\eta_{jl}$ . Член третьего порядка имеет вид

$$\begin{aligned} \tau_{ba}^{(3)} &= n(\eta^{(1)}(0))^3 \times \\ &\times \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3} G(k_1) G(k_2) \langle \sum_{t,u} e^{i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}_{st}} e^{i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}_{us}} \rangle. \end{aligned} \quad (23)$$

Входящая сюда усредненная сумма зависит от трехчастичных корреляций, а члены следующих порядков, соответственно, зависят от корреляционных функций большего числа частиц. Весь ряд можно просуммировать, если сделать упрощающее предположение о том, что все корреляторы высших порядков можно представить как произведения двухчастичных. В частности,

$$\langle \sum_{t,u} e^{i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}_{st}} e^{i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}_{us}} \rangle = S(\mathbf{k}_1) S(\mathbf{k}_2). \quad (24)$$

В этом случае  $\tau_{ba}^{(3)}$  получается умножением  $\tau_{ba}^{(2)}$  на  $\eta^{(1)}(0)Q$ . Последовательные члены ряда для  $\tau_{ba}$  образуют геометрическую прогрессию, сумма которой

$$\tau_{ba} = \frac{\tau^{(1)}}{1 - \tau^{(1)}Q}. \quad (25)$$

Если теперь воспользоваться для  $\tau^{(1)}$  и  $Q$  полученными ранее выражениями, то

$$\tau_{ba} = \frac{\pi^2 \xi_0}{4 l_{tr}} \left/ \left( 1 + \frac{\pi^2 R^2}{4 \xi_0 l_{tr}} \frac{3-D}{D-1} \right) \right. \quad (26)$$

В пределе больших и малых  $R$  формула (26) дает физически естественные результаты. При  $R \ll \xi_0$  воспроизводится результат МОР. Если же значение  $R$  настолько велико, что  $\frac{\xi_0}{l_{tr}} \left( \frac{R}{\xi_0} \right)^2 \gg 1$ , то длина пробега  $l_{tr}$  выпадает из выражения для понижения температуры перехода:  $\tau_{ba} \sim \left( \frac{\xi_0}{R} \right)^2$ . Это соответствует ситуации, когда сверхтекучесть сначала возникает в областях с пониженной локальной плотностью аэрогеля и характерным размером  $R \gg \xi_0$ . Понижение температуры перехода в этом случае возникает из-за геометрических ограничений.

В статье [15] была предложена эмпирическая формула, которая служит интерполяцией между пределами больших и малых  $R$  и хорошо описывает понижение температуры сверхтекучего перехода <sup>3</sup>Не

аэрогелем для всех давлений. Формула получается заменой в выражениях для  $T_a$ , полученных с помощью МОР, параметра распаривания  $x = \xi_0/2l_{tr}$  на эффективный параметр распаривания  $\tilde{x} = x/(1 + \zeta_a^2/x)$ . Здесь  $\zeta_a = \xi_a/l_{tr}$ , а  $\xi_a$  – типичное расстояние между нитями, образующими аэрогель. Заметим, что формулу (26) также можно переписать как формулу МОР для малых  $\tau_{ba}$ , в которую вместо  $x$  подставлен параметр  $\tilde{x}$ . Для этого в определении  $\tilde{x}$  следует положить  $\xi_a = R\pi\sqrt{(3-D)/8(D-1)}$ . Отсюда ясно, что формула (26) при надлежащем выборе  $R$  должна столь же хорошо описывать наблюдаемое понижение температуры до тех пор, пока его можно считать малым. Последнее ограничение не является существенным. Метод корреляционных функций [16] позволяет обобщить полученный результат на произвольные значения  $\tau_{ba}$ .

Хорошее согласие с данными для  $T_a$  в 98%-ном аэрогеле [15] получается при  $\xi_a \approx 500 \text{ \AA}$  и  $l_{tr} \approx 1400 \text{ \AA}$ . Для таких значений параметров при давлениях, больших  $\simeq 20$  бар,  $\zeta_a^2/x \approx 1.6$ , то есть учет корреляций приводит к существенному изменению температуры перехода. Таким образом, учет корреляций во взаимном расположении структурных элементов, образующих аэрогель, позволяет объяснить понижение аэрогелем температуры перехода  $^3\text{He}$  в сверхтекучее состояние. Наблюдаемые отличия свойств сверхтекучего  $^3\text{He}$  от предсказаний МОР [17] указывают на то, что учет корреляций необходим также при описании свойств возникающих сверхтекучих фаз.

Я благодарен А.Ф. Андрееву, В.И. Марченко, А.Я. Паршину, Л.П. Питаевскому и И.М. Суслеву за полезное обсуждение. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 07-02-00214) и Министерства науки и образования Российской Федерации.

1. А. И. Ларкин, ЖЭТФ **58**, 1466 (1970) [Sov. Phys. JETP **31**, 784 (1970)].
2. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **39**, 1781 (1961), [Sov. Phys. JETP **12**, 1243 (1961)].
3. J. V. Porto and J. M. Parpia, Phys. Rev. Lett. **74**, 4667 (1995).
4. D. T. Sprague, T. M. Haard, J. B. Kycia et al., Phys. Rev. Lett. **75**, 661 (1995).
5. E. V. Thuneberg, S.-K. Yip, M. Fogelstrom, and J. A. Sauls, Phys. Rev. Lett. **80**, 2861 (1998).
6. J. A. Sauls, Yu. M. Bunkov et al., Phys. Rev. B **72**, 024507 (2005).
7. R. Hanninen and E. V. Thuneberg, Phys. Rev. B **67**, 214507 (2003).
8. M. Franz, C. Kallin, A. J. Berlinsky, and M. I. Salkola, Phys. Rev. B **56**, 7882 (1997).
9. I. A. Fomin, Journ. Phys. and Chem. of Solids, **66**, 1321 (2005).
10. V. Ambegaokar, P. G. deGennes, and D. Rainer, Phys. Rev. A **9**, 2676 (1974).
11. D. Rainer and M. Vuorio, J. Phys. C: Solid State Phys. **10**, 3093 (1977).
12. S. Schmitt-Rink, C. M. Varma, and A. E. Ruckenstein, Phys. Rev. Lett. **60**, 2793 (1988).
13. J. V. Porto and J. M. Parpia, Phys. Rev. B **59**, 14583 (1999).
14. T. Freltoft, J. K. Kjems, and S. K. Sinha, Phys. Rev. B **33**, 269 (1986).
15. J. A. Sauls and P. Sharma, Phys. Rev. B **68**, 224502 (2003).
16. G. Luders and K.-D. Usadel, *The Method of the Correlation Function in Superconductivity Theory.*, in Springer Tracts in Modern Physics, vol. **56**, Springer, 1971.
17. J. M. Parpia, A. D. Fefferman, J. V. Porto et al., J. Low Temp. Phys. **150**, 464 (2008).