Письма в ЖЭТФ, том 91, вып. 5, с. 233 – 236 © 2010 г. 10 марта

Поток гипермагнитной спиральности в зародышах новой фазы в электрослабом фазовом переходе

П. М. Ахметьев, В. Б. Семикоз[1], *Д. Д. Соколов*

Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова, ИЗМИРАН, 142190 Троицк, Московская обл., Россия

Московский государственный университет, Физический факультет, 119992 Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 декабря 2009 г.

После переработки 29 января 2010 г.

Изучается динамика магнитной спиральности в электрослабом фазовом переходе в ранней Вселенной. Показано, что поверхность раздела между симметричной (гипермагнитной) и нарушенной (максвелловской) фазами служит мембраной, на которой происходит разделение спиральности. Если число узлов гипермагнитного поля отрицательно, то накапливающаяся в максвелловской фазе спиральность является лево-поляризованной.

В ранней Вселенной могли быть сильные первичные магнитные поля, которые, не влияя ни на сам процесс расширения, ни на первичный нуклеосинтезис, выживают при определенных условиях после рекомбинации ($z < 1100$) и служат затравочными полями в галактическом динамо механизме [1, 2]. Существенной топологической характеристикой магнитного поля, глобально сохраняющейся в процессах остывания Вселенной и изменения структуры поля на разных масштабах, является магнитная спиральность, например, $H = \int d^3x\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$ в случае максвелловского поля. По существующим представлениям [3], она может существенно повлиять на эволюцию магнитного поля в галактиках.

Космологическое магнитное поле и его спиральность могут образовываться в результате фазовых переходов в ранней Вселенной и, в частности, электрослабого фазового перехода. В этом фазовом переходе гипермагнитное поле превращается в максвелловское электромагнитное поле.

В настоящей работе мы пытаемся проследить каким образом спиральность гипермагнитного поля связана с магнитной спиральностью максвелловского поля в момент этого фазового перехода. Мы показываем, что во время электрослабого фазового перехода на границе раздела фаз происходит разделение магнитной спиральности. Магнитная спиральность, накапливающаяся в ходе этого разделения в максвелловской фазе, сохраняется далее в ходе расширения Вселенной и последующего образования галактик. Как показано в работах [4, 5], изучаемое явление обусловлено нейтринной асимметрией и несохранением четности (P-неинвариантностью) в слабых взаимодействиях. В отсутствие нейтринной асимметрии в идеальной плазме спиральность сохраняется.

Рассмотрим шар (пузырь максвелловской фазы) радиуса R, погруженный в горячую плазму ранней Вселенной в момент электрослабого фазового перехода при температуре $T_{EW} \sim 100$ ГэВ. Будем полагать, что шар расширяется с постоянной скоростью $R(t) = v(t - t_{EW})$, где скорость v ($v = 0.1 - 1$ по оценкам [6]) окажется несущественной (сократится) в конечном результате нашей задачи. Важным обстоятельством проводимых расчетов является малость величины $(t - t_{EW})/t_{EW} \ll 1$ или постоянство температуры в момент фазового перехода, $t_{EW} = M_0/2T_{EW}^2 = 0.23\cdot 10^{-10}$ с, где $M_0 = M_{Pl}/1.66\sqrt{g^*}$ определено массой Планка $M_{Pl} = 1.2\cdot 10^{19}$ ГэВ и числом степеней свободы $g^* \sim 100$. В результате радиус пузыря оказывается много меньше размера горизонта ($2t_{EW} = l_H = 1.44$ см), $R \ll l_H$. Более того, мы будем предполагать, что радиус пузыря значительно меньше масштаба среднего гипермагнитного поля, $R \ll \eta_Y/\alpha_Y \ll l_H$.

В системе покоя среды как целого уравнение индукции гипермагнитного поля $\mathbf{B}_Y = \nabla\times\mathbf{Y}$ вне шара имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}_Y}{\partial t} = \nabla\times\alpha_Y\mathbf{B}_Y + \eta_Y\nabla^2\mathbf{B}_Y, \qquad (1)$$

а уравнение индукции максвелловского магнитного поля $\mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A}$ внутри шара имеет аналогичный вид, однако с другим значением α-эффекта, который и характеризует P-неинвариантность слабых взаимодействий, являясь скаляром вместо соответствующего псевдоскаляра $< \mathbf{v}\cdot(\nabla\times\mathbf{v}) >$ в стандартной маг-

[1] e-mail: semikoz@yandex.ru

нитной гидродинамике [3]. После фазового перехода такой параметр спиральности имеет вид [4]

$$\alpha = 2\cdot 10^{-2} G_F T \lambda^{-1} \sum_a c_a^{(A)} \xi_{\nu_a}, \qquad (2)$$

а до него [5]

$$\alpha_Y = 3\times 10^{-3} g'^2 \sigma^{-1} T \sum_a \xi_{\nu_a}, \qquad (3)$$

где G_F – константа Ферми, T – температура, λ – пространственный масштаб неоднородности нейтринного газа; $c_a^{(A)} = \mp 0.5$ – аксиальная константа слабых взаимодействий (верхний знак для электронных нейтрино); g' – константа связи гиперполя в модели Вайнберга-Салама; $\xi_{\nu_a} = \mu_{\nu_a}/T$ – безразмерный химпотенциал нейтрино, $a = e, \mu, \tau$, а коэффициенты магнитной и гипермагнитной диффузии $\eta = \eta_Y = (4\pi\sigma)^{-1}$ определяются электропроводностью плазмы $\sigma \sim 100\,T$ и практически совпадают. Все коэффициенты, ξ_{ν_a}, α_Y, η_Y зависят от температуры (или времени) в силу закона расширения Фридмана, но в рассматриваемой задаче при фиксированной температуре фазового перехода T_{EW} оказываются постоянными.

Домножая это уравнение на соответствующий векторный потенциал и складывая с аналогичной конструкцией для уравнения, управляющего эволюцией векторного потенциала, получаем после интегрирования по пространству уравнение эволюции суммарной спиральности $H = \int(\mathbf{B}\cdot\mathbf{A})d^3x + \int(\mathbf{B}_Y\cdot\mathbf{Y})d^3x$, где интегрирование ведется по областям, занятым максвелловской фазой и гипермагнитным полем, соответственно. Это уравнение имеет вид

$$\frac{dH}{dt} = -2\int(\mathbf{E}\cdot\mathbf{B})d^3x - \\ - \oint_S ((\mathbf{E}\times\mathbf{A} + A_0\mathbf{B})\cdot\mathbf{n})d^2S + \ldots, \qquad (4)$$

где точки означают соответствующие члены для гипермагнитного поля. Нас интересуют поверхностные интегралы, которые обычно не учитываются в однофазной системе [7] как интегралы по бесконечно удаленной границе. Однако в нашей задаче именно эти интегралы определяют поток магнитной спиральности через поверхность шара радиуса R, на которой и происходит разделение спиральности. С учетом граничного условия $A_\mu = \cos\theta_W Y_\mu$, где $\sin^2\theta_W = 0.23$ – параметр стандартной модели Вайнберга-Салама, эти интегралы суммируются на поверхности как

$$\frac{dH_Y}{dt} = -\sin^2\theta_W \oint(\mathbf{E}_Y\times\mathbf{Y} + Y_0\mathbf{B}_Y)\mathbf{n}_Y d^2S, \qquad (5)$$

где единичный вектор $\mathbf{n}_Y = -\hat{\mathbf{e}}_r = (-1,0,0)$ направлен внутрь шара максвелловской плазмы (фазы с нарушенной симметрией).

Поток плотности гипермагнитной спиральности, проникающий внутрь шара через его поверхность в момент электрослабого перехода

$$\mathbf{S} = \mathbf{n}_Y h_Y(t) = \mathbf{n}_Y\left(\frac{1}{4\pi R^2(t)d}\right)\int_{t_{EW}}^t dt\frac{dH_Y(t)}{dt}, \quad (6)$$

является псевдовектором и аналогичен векторному потоку энергии плоской электромагнитной волны $\mathbf{S} = W\mathbf{n}$, где $W = (E^2+B^2)/8\pi$ – плотность энергии поля. Здесь $4\pi R^2(t)d$ – объем тонкого шарового слоя с толщиной d доменной стенки, разделяющей фазы. Для полей масштаба R, $Y \sim B_Y R$, величина потока обратно пропорциональна толщине d, $h_Y \sim d^{-1}$.

Нетрудно проверить, что поверхностные интегралы обращаются в нуль, то есть разделения спиральности не происходит, если гипермагнитное поле **плоское**, $Y_0 = Y_z = 0$, $Y_x = Y(t)\sin k_0 z$, $Y_y = Y(t)\cos k_0 z$ (смотри оценки барионной асимметрии в [8]). Напротив, для трехмерного топологически нетривиального (с ненулевой спиральностью) поля эти интегралы отличны от нуля. Рассмотрим потенциал гипермагнитного поля с числом узлов n:

$$\begin{aligned} Y_r &= \frac{-Y\cos\theta}{(\rho^2+1)^2}, \\ Y_\theta &= \frac{\sin\theta}{(\rho^2+1)^2}\left(1 + B(\rho-1)^2 + b(\rho-1)^3\right), \qquad (7)\\ Y_\phi &= \frac{-Yn\sin\theta}{(\rho^2+1)^2}\left(\rho + C(\rho-1)^2 + (C+c)(\rho-1)^3\right), \end{aligned}$$

где $\rho = r/R$, временная зависимость $Y(t) = \dfrac{2B_0(t)}{\pi R}$ (ср. [9]), а коэффициенты b, c, B, C будут подобраны ниже. На поверхности пузыря $\rho = 1$ наш выбор потенциала, а также соответствующего ему гипермагнитного поля, совпадает с выбором в [9]. Разумеется, $\nabla\cdot\mathbf{B}_Y = 0$. Мы используем калибровку Лоренца $\partial Y_\mu/\partial x_\mu = 0$ для того, чтобы найти временную компоненту гиперзарядового поля,

$$Y_0(\rho,\theta,t) = -\frac{4\rho\cos\theta}{(\rho^2+1)^3}\int_{t_{EW}}^t \frac{Y(t')}{R(t')}dt'.$$

Прямое вычисление поверхностного члена (5) дает

$$\frac{dH_Y(t)}{dt} = \frac{2\pi\sin^2\theta_W n}{3}R(t)Y(t)\int_{t_{EW}}^t \frac{Y(t')}{R(t')}dt', \quad (8)$$

где мы подставили в $\mathbf{E}_Y = -\partial\mathbf{Y}/\partial t - \nabla Y_0$

$$\nabla Y_0 = \frac{1}{R(t)} \int_{t_{EW}}^{t} \frac{Y(t^{'})dt'}{R(t')} \Big[\frac{4\sin\theta \hat{\mathbf{e}}_\theta}{(\rho^2+1)^3} - - \frac{4\cos\theta(1-5\rho^2)\hat{\mathbf{e}}_r}{(\rho^2+1)^4} \Big], \quad (9)$$

и учли, что B_r^Y в осесимметричной конфигурации (7) не зависит от ϕ. Все величины здесь вычисляются на поверхности шара $\rho = 1$. Таким образом, задача сводится к вычислению амплитуды $Y(t)$ из уравнения Фарадея (1), которое для рассматриваемой конфигурации потенциала (7) сводится к

$$\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} - \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} = \frac{2\alpha_Y^2}{n\alpha_Y R(t) + 2\eta_Y}. \quad (10)$$

При получении этого уравнения нам пришлось выполнить ряд условий сопряжения поля на поверхности шара. Эти условия приводят к следующему выбору параметров, входящих в конфигурацию, $B = -1$, $c = -5/3$, $b = -2$ и

$$C(t) = \frac{2(n - n^{-1})\alpha_Y R^{-1} + 4\eta_Y R^{-2}}{n\alpha_Y R^{-1} + 2\eta_Y R^{-2}}. \quad (11)$$

В реальной ситуации конечной проводимости масштаб среднего гипермагнитного поля $\kappa\eta_Y/\alpha_Y$, где $\kappa \geq 1$, должен значительно превышать размер пузыря новой фазы, то есть выполняется неравенство $\alpha_Y R(t) \ll \kappa\eta_Y$. Если выполнено более жесткое условие, $\alpha_Y R(t) \ll 2\eta_Y/n \leq \kappa\eta_Y$, то из (10) для функции $\tilde{Y}(t) = Y(t)/R(t)$ получим, используя (3),

$$\tilde{Y}(t) = B_Y(t_{EW}) \exp\left[\left(\frac{\alpha_Y^2}{\eta_Y}\right)(t - t_{EW})\right] = = \tilde{Y}_{00} \exp\left[63\left(\frac{\xi_\nu}{0.001}\right)^2 \frac{(t - t_{EW})}{t_{EW}}\right], \quad (12)$$

где $B_Y(t_{EW})$ – амплитуда гипермагнитного поля на масштабе шара, $\alpha_Y = \alpha_Y(T_{EW})$, $\eta_Y = \eta_Y(T_{EW})$ – постоянные коэффициенты в момент фазового перехода, $\xi_\nu = \sum_a \xi_{\nu_a}(T_{EW})$ – суммарный параметр вырождения нейтрино (нейтринная асимметрия), $(t - t_{EW})/t_{RW} \ll 1$ – малый параметр по условию задачи (см. выше).

Подставляя амплитуду гиперзарядового поля $Y(t) = \tilde{Y}(t)R(t)$ на поверхности разделения фаз (12) в выражение для поверхностного интеграла (8), интегрируя по времени и деля на объем шарового слоя толщиной d, получим из (6) величину искомого потока плотности гипермагнитной спиральности через поверхность шара

$$\frac{h_Y(t)}{\text{Гс}^2 \cdot \text{см}} = \frac{5 \times 10^{-3} n}{d(\text{см})} \left(\frac{B_Y(t_{EW})}{1\ G}\right)^2 \left(\frac{t - t_{EW}}{t_{EW}}\right)^2. \quad (13)$$

Неизвестная нейтринная асимметрия вблизи электрослабого перехода оценивается как $(\xi_\nu/0.001) \simeq \simeq 0.12$ в соответствии с ограничением Eq. (24) в работе [5], полученным из условия выживания гиперполя относительно омической диффузии для пространственных масштабов $\sim \eta_Y/\alpha_Y$.

Отметим, что для отсутствия экранировки гиперэлектрического поля $\mathbf{E}_Y$ и временной компоненты Y_0 на поверхности шара толщина доменной стенки d должна быть меньше дебаевского радиуса, $d < r_D = = \sqrt{3T_{EW}/4\pi e^2 n_e} \sim 10/T_{EW}$, что позволяет оценить фактор d^{-1} в величине потока (13) как $d^{-1}(\text{см}) > > 10^{15}/2$, так что даже небольшое гипермагнитное поле $B_Y(t_{EW})$ обеспечит огромный поток плотности спиральности (13).

Действительно, подставляя в (13) величину гипермагнитного поля на момент фазового перехода $B_Y(t_{EW})$, оцененную в [8] как $B_Y(t_{EW}) \sim 5 \cdot 10^{17}$ Гс, получим $h/\text{Гс}^2\,\text{см} > 6.25 \cdot 10^{47}[(t - t_{EW})/t_{EW}]^2$, что на начальной стадии роста пузыря новой фазы, например, при $R(t)/l_H < [(t - t_{EW})/t_{EW}] \sim 10^{-6}$, с учетом последующего сохранения суммарной глобальной спиральности на различных масштабах протогалактик, намного превышает плотность спиральности галактического магнитного поля $h_{gal} \sim 10^{11}\ \text{Гс}^2{\cdot}\text{см}$ (см. также оценку первичной магнитной спиральности в работах [10]).

Следует отметить, что если усиление гипермагнитного поля задолго до электрослабого фазового перехода существенно (экспоненциально) зависит от нейтринной асимметрии ($B_Y(t) = = B_0^Y \exp[\int_{t_0}^t (\alpha_Y^2(t')/4\eta_Y(t'))dt']$ в α^2-динамо [5]), то в выражении для спиральности (13) гипермагнитное поле $B_Y(t_{EW}) = \tilde{Y}_{00}$ фиксировано в сам момент фазового перехода, причем для малых размеров пузыря зависимость от нейтринной асимметрии в меняющемся поле $\tilde{Y}(t)$ (12) уже несущественна.

Единственный пузырь максвелловской фазы в окружающей симметричной фазе, в которой потенциал имеет компоненты (7) вблизи (но вне) поверхности пузыря, является разумным приближением в начале фазового перехода, когда еще нет перколяции (слияния пузырей). В то же время, можно рассмотреть другой предельный случай завершения фазового перехода, когда преобладает новая фаза с нарушенной симметрией и рассматривается единственный пузырь симметричной фазы с гипермагнитным полем внутри шара. Нетрудно проверить, что в этом случае смена знака $\rho - 1 > 0$ на $\rho - 1 < 0$ в потенциале (7) приведет к тем же компонентам гипермагнитного поля внутри шара $\rho < 1$. Отметим выполнение в используемом приближении (7) условия отсутствия магнитных зарядов вблизи поверхности раздела фаз и на самой поверхности, $\nabla \cdot \mathbf{B}_Y = 0$.

Отрицательный знак для плотности спиральности (13) при $n < 0$ согласуется с результатом [11] для лево-поляризованной магнитной спиральности в том же электрослабом фазовом переходе, полученной в механизме распада заузленных петель Z-струн с образованием пары магнитный монополь-антимонополь в каждой струне, соединенных затем петлями максвелловского магнитного поля.

Напомним, что псевдоскаляр n, характеризующий число узлов в формуле Гаусса для магнитной спиральности $H(t) = \int d^3xh(t, \mathbf{x}) = n\Phi_1\Phi_2$, меняет знак при смене направления в замкнутой петле одного из магнитных потоков Φ_i.

Подчеркнем, что для единственного пузыря симметричной фазы поток плотности спиральности (6) через поверхность не меняет величины (13), сохраняя для того же $n < 0$ отрицательный знак при смене направления потока на противоположное, $\mathbf{n}_Y \to -\mathbf{n}_Y = \hat{\mathbf{e}}_r = (1, 0, 0)$, в полном соответствии со смыслом задачи: рост магнитной спиральности максвелловского поля продолжает идти за счет убывания в пузыре спиральности гипермагнитного поля.

---

1. D. Grasso and H. R. Rubinstein, Phys. Rep. **348**, 163 (2001).
2. M. Giovannini, Int. J. Mod. Phys. D **13**, 391 (2004).
3. A. Brandenburg and K. Subramanian, Phys. Rep. **417**, 1 (2005).
4. V. B. Semikoz and D. D. Sokoloff, Phys. Rev. Lett. **92**, 131301 (2004).
5. V. B. Semikoz and J. W. F. Valle, JHEP **03**, 67 (2008).
6. T. W. B. Kibble and A. Vilenkin, Phys. Rev. D **52**, 679 (1995); J. Ahonen and K. Enqvist, Phys. Rev. D **57**, 664 (1998).
7. Е. Прист, Т. Форбс, *Магнитное пересоединение; магнитогидродинамическая теория и приложения*, М.: Физматгиз 2005, 8.5.2 (глава 8, раздел 5, подраздел 2).
8. V. B. Semikoz, D. D. Sokoloff, and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **80**, 083510 (2009).
9. M. Giovannini, Phys. Rev. D **61**, 063502 (2000).
10. V. B. Semikoz and D. D. Sokoloff, Astronomy & Astrophysics **433**, L53 (2005); V. B. Semikoz and D. D. Sokoloff, Int. J. Mod. Phys. D **14**, 1839 (2005).
11. T. Vachaspati, Phys. Rev. Lett. **87**, 251302 (2001).