

МНОГОКВАНТОВЫЕ ВИХРИ В $^3\text{He-B}$ ВБЛИЗИ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА В $^3\text{He-A}$

Г.Е. Воловик, Т.Ш. Мисирпашаев

Квантованные вихри в $^3\text{He-B}$ с большим числом квантов циркуляции $N \gg 1$ локально устойчивы вблизи температуры фазового перехода T_{AB} между $^3\text{He-B}$ и $^3\text{He-A}$. Вихри имеют большой кор, состоящий из метастабильной A -фазы.

В сверхтекучих жидкостях устойчивы как правило вихри с одним квантом циркуляции ($N = 1$). Вихри с большим N распадаются на элементарные вихри, поскольку их энергия в логарифмическом приближении пропорциональна $N^2 \ln(R/r_0)$; где r_0 – радиус кора, а R – внешний параметр обрезания (расстояние между вихрями). Единственным пока исключением является несингулярный вихрь с $N = 2$ в $^3\text{He-A}$ (см., например, обзор ¹), который конкурирует с одноквантовыми вихрями, поскольку обладает гигантским кором, где завихренность $\text{rot } \mathbf{v}_s$, распределена непрерывно. Мы покажем, что это свойство A -фазы – возможность существования непрерывной завихренности – приводит к существованию нового типа вихрей в $^3\text{He-B}$ с большим N . Завихренность в этих вихрях непрерывно распределена внутри кора, который состоит из A -фазы, отделенной от B -фазы вне кора границей раздела фаз (AB -граница). Эти вихри локально устойчивы, если $T_{AB} - T \ll T_{AB}$. Энергия такого вихря содержит 3 основных вклада (r – радиус кора):

$$F = \pi r^2 (F_A - F_B) + 2\pi r \sigma_{AB} + \pi \rho_s k^2 N^2 \ln \frac{R}{r}. \quad (1)$$

Здесь $F_A - F_B \ll |F_B|$ – разность энергий конденсации A и B фаз; $\sigma_{AB} \sim |F_B| \xi$ – поверхностное натяжение AB -границы; третий член – гидродинамическая энергия $\frac{1}{2} \rho_s \mathbf{v}_s^2$, набирающаяся вне кора (гидродинамической энергией внутри кора можно пренебречь, поскольку она пропорциональна $N \ll N^2$), $k = \hbar/2m_3$, где m_3 – масса атома ^3He . Минимизация энергии приводит к следующему равновесному значению радиуса кора

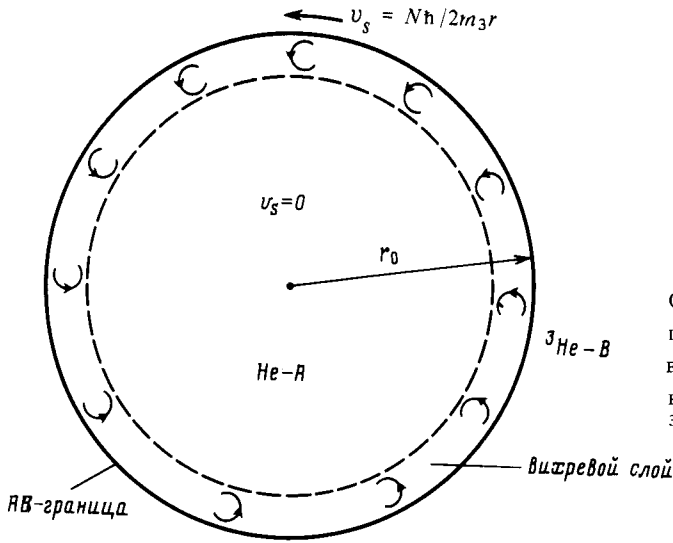
$$r_0 = \frac{\sigma_{AB}}{2(F_A - F_B)} \left[\sqrt{1 + N^2 \frac{2\rho_s k^2 (F_A - F_B)}{\sigma_{AB}^2}} - 1 \right]. \quad (2)$$

Нужно выяснить устойчивость такого образования по отношению к возмущениям, меняющим форму кора. Здесь существенным является то обстоятельство, что из-за логарифмического отталкивания между одноименно заряженными вихрями внутри кора вся завихренность A -фазы выталкивается к AB -границе, где она образует узкий вихревой слой размером $2\pi r_0/N$. При больших N этот размер значительно превышает длину когерентности ξ и тем самым больше, чем толщина AB -границы. Поэтому вихревой слой не может проникнуть через границу раздела фаз. Ситуация напоминает заряженный проводник, заряд которого сосредоточен на поверхности проводника и не может выйти за его пределы. Есть и формальная аналогия с электростатикой заряженного проводника. Если ввести фиктивное электрическое поле $\mathbf{E} = \hat{z} \times \mathbf{v}_s$, где z – направление оси вихря, то вне кора для него имеются три уравнения, совпадающие с уравнениями электростатики

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \nu, \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad \nu \mathbf{E} = \mathbf{F}^{ext}, \quad (3)$$

где $\nu = (\text{rot } \mathbf{v}_s)_z$ – завихренность, сосредоточенная на границе кора и играющая роль плотности поверхностного заряда; второе уравнение следует из уравнения непрерывности для сверх-

текущей скорости v_s и третье уравнение описывает силу Магнуса, действующую на завихренность со стороны v_s (левая часть), которая компенсируется внешней силой F^{ext} со стороны границы, т.е. поверхностным натяжением. Из последнего равенства следует, что равновесное распределение завихренности на поверхности требует отсутствия тангенциальной компоненты электрического поля на границе раздела в качестве граничного условия.



Структура вихря с $N \gg 1$ квантами циркуляции сверхтекучей скорости в ${}^3\text{He-B}$ вблизи температуры фазового перехода первого рода между ${}^3\text{He-B}$ и ${}^3\text{He-A}$.

Для кора, имеющего форму эллипса, $x^2/k^2 + k^2 y^2 = r^2$, задача электростатики о распределении заряда на проводнике имеет точное решение для любого k . Оно приводит к следующему видоизменению энергии кора (1)

$$F = \pi r^2 (F_A - F_B) + 2\pi r \sigma_{AB} k E' \left(\frac{1}{k^2} \right) + \pi \rho_s k^2 N^2 \left(\ln \frac{R}{r} + \ln \frac{2k}{k^2 + 1} \right), \quad (4)$$

где E' — эллиптический интеграл и мы выбрали $k > 1$. Причем при малом эллиптическом возмущении $k - 1 \ll 1$ поправка к энергии имеет вид

$$\delta F = \frac{\pi}{2} (k - 1)^2 (3r_0 \sigma_{AB} - \rho_s k^2 N^2). \quad (5)$$

Многоквантовый вихрь устойчив только тогда, когда $3r_0(N)\sigma_{AB} > \rho_s k^2 N^2$. Поэтому, подставляя $r_0(N)$ из формулы (2), получаем максимальное N , при котором вихрь все еще устойчив по отношению к эллиптическому возмущению

$$N^c = \sqrt{\frac{3\sigma_{AB}^2}{2\rho_s \left(\frac{\hbar}{2m_3} \right)^2 (F_A - F_B)}}. \quad (6)$$

Теперь мы покажем, что учет следующих гармоник возмущения формы кора не меняет выражения (6). При $n = 1$ это сдвиг кора как целого, что не меняет энергии вихря. При остальных $n > 1$ электростатическая задача при малых a_n решается переходом к комплексному переменному $z = x + iy$ с последующим конформным преобразованием $z \rightarrow z - a_n r_0^n / z^{n-1}$, которое с точностью до квадратичных по a_n членов восстанавливает круговую форму кора. При

этом для поправки к энергии получаем выражение

$$\delta F_n = \frac{\pi(n-1)}{2} [(n+1)r_0\sigma_{AB} - \rho_s k^2 N^2] a_n^2. \quad (8)$$

Из условия положительности этой величины следует максимальное значение величины N , при которой вихрь все еще устойчив по отношению к n -ой гармонике возмущения

$$N_n^c = \sqrt{\frac{(n^2-1)\sigma_{AB}^2}{\hbar 2\rho_s \left(\frac{\hbar}{2m_3}\right)^2 (F_A - F_B)}}. \quad (9)$$

Поскольку N_n^c растет с ростом n , наиболее критичным является возмущение с наименьшим n , т.е. эллиптическое возмущение с $n = 2$. Поэтому максимальное N , при котором вихрь локально устойчив по отношению к любому малому возмущению, определяется формулой (6). В области применимости функционала Гинзбурга–Ландау вблизи T_c , где $\rho_s \left(\frac{\hbar}{2m_3\xi}\right)^2 = \frac{20}{3} |F_B|$ имеем для N_c выражение

$$N_c = \frac{\sigma_{AB}}{|F_B| \xi} \sqrt{\frac{9}{40} \frac{|F_B|}{F_A - F_B}}, \quad (10)$$

причем согласно оценкам^{2,3} поверхностное натяжение в этой области равно $\sigma_{AB} \approx 0,85 |F_B| \xi$. Таким образом, чем ближе температура перехода 1-го рода T_{AB} , тем больше максимальный заряд N локально устойчивого вихря.

Отметим, что даже вдали от перехода величина $F_A - F_B$ мала. Кроме того следы описанной структуры кора вихря можно найти и в одноквантовом вихре. Как известно (см. ¹), кор аксиальносимметричного вихря с $N = 1$, который существует при достаточно больших давлениях, т.е. недалеко от области существования A -фазы, состоит преимущественно из A -фазы. При меньших давлениях A -фазы кор становится неустойчивым, что приводит к фазовому переходу внутри кора.

Многоквантовый вихрь это один из примеров, когда метастабильная A -фаза может существовать в макроскопическом объеме в окружении стабильной B -фазы. Это противоположно случаю зародышеобразования, при котором стабильная фаза находится в окружении метастабильной. Другие возможные случаи существования макроскопических областей метастабильной A -фазы, которые мы в дальнейшем предполагаем рассмотреть, должны осуществляться на границе сосуда.

Один из авторов (Г.Е.В.) выражает благодарность сотрудникам Лаборатории Низких Температур Технологического Университета г. Хельсинки, чьи уникальные эксперименты с квантованными вихрями в сверхтекучем ³Ne стимулировали данную работу.

Литература

1. *Salomaa M.M., Volovik G.E.* Rev. Mod. Phys., 1987, **56**, 533.
2. *Schopohl N.* Phys. Rev. Lett., 1987, **58**, 1664.
3. *Salomaa M.M.* J. Phys. C, 1988, **21**, 4425.

Институт теоретической физики
им. П.Д.Ландау

Поступила в редакцию
2 апреля 1990 г.