

## Основное состояние антиферромагнетика с однородным антисимметричным обменом в магнитном поле

С. Н. Мартынов<sup>1)</sup>, В. И. Тугаринов

Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отд. РАН, 660036 Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 18 июня 2010 г.

Для планарного антиферромагнетика с однородным антисимметричным обменом в магнитном поле предложено описание распределения ориентации спинов системой двух нелинейных дифференциальных уравнений на углы подрешеток. Данная система отражает исходную симметрию задачи, сводится к одному дифференциальному уравнению с запаздыванием, и ее решения параметризуются начальным условием на угол одной подрешетки в гиперболической особой точке фазового пространства. Численным анализом границы устойчивости солитонных решений показано, что переход в соизмеримую фазу происходит вне области появления стохастических решений и сопровождается скачком намагниченности  $\Delta m \sim 10^{-1}m$ .

Полевая зависимость намагниченности является одним из основных критериев правильности определения типа магнитной структуры. Величина критического магнитного поля, в котором происходит качественное изменение этой зависимости, определяется механизмами формирования данной структуры и является главным источником информации об их величинах. Несоизмеримая магнитная структура (НМС) антиферромагнетика с антисимметричным обменом

$$H = \sum_{r,a} [JS_r \mathbf{S}_{r+a} + \mathbf{D}[\mathbf{S}_r \times \mathbf{S}_{r+a}] - \mathbf{H}_o \mathbf{S}_r] \quad (1)$$

в окрестности перехода по полю в соизмеримую магнитную фазу имеет вид солитонной решетки – структуры с переменной скоростью пространственного изменения ориентации магнитных моментов [1, 2]. Ее описание даже в простейшем двумерном случае сопряжено с определенной математической сложностью. Несмотря на успешное развитие в последнее время методов решения нелинейных уравнений спиновой динамики [3], в аналитическом виде оно возможно только при использовании ряда существенных упрощений исходной задачи, сужающих область применимости подхода. Так приближение Дзялошинского, обычно используемое при феноменологическом описании с помощью функционала энергии, содержащего инвариант Лифшица в виде

$$I_L \sim b\rho^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \rho = \text{const}, \quad (2)$$

где  $\rho$  – амплитуда параметра порядка, а  $\varphi$  – угол его ориентации на плоскости, приводит при вариацион-

ной процедуре Эйлера к уравнению математического маятника, не зависящему от исходного механизма несоизмеримости – параметра  $b$  (антисимметричного обмена  $D$  (1)).

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + c \frac{H_0^2}{J^2 S^2} \sin 2\varphi = 0. \quad (3)$$

В результате энергия НМС вычисляется на траекториях фазового пространства (рис.1), соответствующих нулевому приближению задачи –

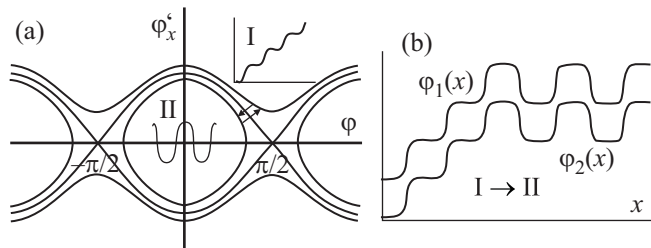


Рис.1. (а) Фазовая плоскость математического маятника. Стрелки – переходы между областями решений разных типов. (б) Переход между областями для системы уравнений (6)

системы без антисимметричного обмена. Очевидно, что такой подход можно считать допустимым только при малости последнего.

Второе существенное ограничение приближения (1) – постоянство модуля параметра порядка – проявляется при оценке устойчивости решения вблизи перехода в соизмеримую фазу [2, 4, 5]. Несоизмеримое решение теряет устойчивость до выхода минимума энергии на односолитонное решение (сепаратриса на рис.1). Модуль параметра порядка – длина вектора антиферромагнетизма – меняется при изменении угла между подрешетками даже при  $T = 0$ ,

<sup>1)</sup> e-mail: unonav@iph.krasn.ru

что сильнее всего проявляется в солитонной фазе в областях с быстрой переориентацией моментов – доменных стенках.

Описание состояний гамильтониана классических двумерных спинов (аналога двухпараметрической модели в феноменологическом описании) в рамках континуального приближения сводится к решению дифференциального уравнения одномерного математического маятника (уравнения Sine-Gordon) только заменой исходных тригонометрических функции первыми степенями их аргументов и отбрасыванием производных от угла между вектором антиферромагнетизма и направлением моментов подрешеток [6]. Последующее вычисление энергии и намагниченности НМС на невозмущенных траекториях математического маятника ведет к тому же главному результату, что и приближение (2) феноменологического подхода – фазовому переходу второго рода в соизмеримую фазу.

Наиболее серьезным следствием замены исходной дискретной задачи (1) континуальным приближением может стать полная потеря стохастических решений в окрестности особых точек и траекторий фазового пространства. При таком приближении в однокомпонентных системах стохастические решения отсутствуют [7]. Примером является точно интегрируемое уравнение (3). В то же время дискретная анизотропная цепочка спинов в окрестности сепаратрисы имеет область стохастических решений, как это было показано для ферро- и антиферромагнетика с дипольным взаимодействием [8] и ферромагнетика с антисимметричным обменом [2]. При приближении к точке перехода в соизмеримую фазу траектория солитонного решения с минимальной энергией из области I или успевает перейти в область стохастических решений в окрестности сепаратрисы, или его энергия совпадает с энергией скошенной антиферромагнитной структуры в области устойчивых замкнутых решений. Во втором случае переход произойдет с конечного значения периода солитонной решетки и будет сопровождаться скачком намагниченности. Реализация одного из вариантов перехода зависит от ширины стохастического слоя вокруг сепаратрисы (величины параметра анизотропии) [9]. Энергия соизмеримой фазы для ферромагнетика линейно зависит от приложенного магнитного поля, а для антиферромагнетика – квадратично. Для  $S$ -ионов, как правило,  $D \ll J$ , поле разрушения НМС мало, поэтому энергия соизмеримой фазы ферромагнетика понижается до энергии НМС значительно быстрее, чем в антиферромагнетике. Критическое поле для антиферромагнетика на два-три порядка больше чем в ферро-

магнетике при тех же абсолютных значениях обменов. Следовательно, выше вероятность реализации первого типа перехода в соизмеримую фазу через стохастическое разрушение НМС.

Для изучения поведения НМС в магнитном поле рассмотрим классический гамильтониан модели [6] без вышеупомянутых упрощений

$$H = \sum_n [JS^2 \cos(\varphi_{n+1} - \varphi_n) + DS^2 \sin(\varphi_{n+1} - \varphi_n) - H_o S \cos \varphi_n]. \quad (4)$$

Вариация энергии по переменным  $\varphi_n$  приводит к конечно-разностным уравнениям дискретной задачи

$$\begin{aligned} & \sin(\varphi_n - \varphi_{n+1} + \arctan d) + \\ & + \sin(\varphi_n - \varphi_{n-1} - \arctan d) - \frac{h}{2\sqrt{1+d^2}} \sin \varphi_n = \\ & = 2 \sin\left(\varphi_n - \frac{\varphi_{n+1} + \varphi_{n-1}}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi_{n+1} - \varphi_{n-1}}{2} - \arctan d\right) - \frac{h}{2\sqrt{1+d^2}} \sin \varphi_n = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $d = D/J$ ,  $h = H_o/JS$ . Континуальный переход к гладким функциям углов двух антиферромагнитных подрешеток  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  с точностью до вторых производных включительно,

$$\varphi_{1,2}(x \pm 1) = \varphi_{1,2}(x) \pm \frac{\partial \varphi_{1,2}}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi_{1,2}}{\partial x^2},$$

приводит к системе из двух нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка

$$\begin{aligned} & \sin\left(\varphi_1 - \varphi_2 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2}\right) \cos\left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial x} - \arctan d\right) - \\ & - \frac{h}{2\sqrt{1+d^2}} \sin \varphi_1 = 0, \quad (6) \\ & \sin\left(\varphi_2 - \varphi_1 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2}\right) \cos\left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \arctan d\right) - \\ & - \frac{h}{2\sqrt{1+d^2}} \sin \varphi_2 = 0. \end{aligned}$$

Система двух взаимодействующих нелинейных маятников в отличие от одномерной однокомпонентной динамической системы является интегрируемой только при специальном подборе параметров, приводящим к разделению переменных [10]. Таким образом, в общем случае система (6) сохраняет стохастические свойства в окрестности исчезновения НМС. Она, как и уравнение маятника (3), имеет два типа замкнутых периодических решений, разделенных на фазовой плоскости сепаратрисой. Солитонные решения первого типа (I) с меньшей энергией при  $h < h_c$

имеют симметрию относительно оси второго порядка, проходящей через начало координат  $x = 0$ , выбираемого из условия  $\varphi_2(0) = -\varphi_1(0)$  (гиперболическая особая точка  $\varphi = \pi/2$  на рис.1). Ось ортогональна плоскости решений  $\varphi_{1,2}(x)$ , параллельна приложенному магнитному полю (рис.2) и отражает симмет-

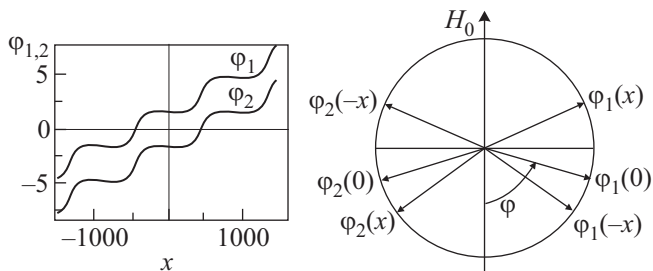


Рис.2. Симметрия солитонных решений I типа

рию исходной системы (6), преобразующейся в себя при таком повороте  $\varphi_1 \leftrightarrow -\varphi_2, x \rightarrow -x$ . Существование симметрии уравнений и их решений вытекает из исходной симметрии задачи. Существование антисимметричного обмена предполагает отсутствие в элементах симметрии кристалла центра инверсии между магнитными ионами (и, следовательно, присутствие нечетных производных в уравнениях) и допускает существование между ними оси второго порядка или зеркальной плоскости [11]. Уравнение Sine-Gordon данной симметрией не обладает.

Такой выбор начала координат позволяет параметризовать решения только одним начальным значением  $\varphi_1(0)$ . Учитывая, что в этой точке  $\varphi_1'(0) = \varphi_2'(0) = 0$ , из (6) получаем и начальные условия на скорости:

$$\begin{aligned} \varphi_1(0)' &= \arctan d \pm \arccos\left(\frac{h}{2\sqrt{1+d^2} \cos \varphi_1(0)}\right), \\ \varphi_2(0)' &= \varphi_1(0)'. \end{aligned} \quad (7)$$

Траектории с меньшей энергией располагаются ближе к сепаратрисе – начальные скорости задаются минусом в (7). Симметрия решений (6) относительно выбранного начала координат позволяет свести систему к одному запаздывающему дифференциальному уравнению (delay differential equation) относительно переменной  $y(x)$ , которая в зависимости от начального условия будет описывать пространственное распределение ориентации каждой подрешетки

$$\begin{aligned} \sin(y(x)+y(-x)+y''(-x)/2) \cos(y'(-x) - \arctan d) - \\ - \frac{h}{2\sqrt{1+d^2}} \sin y(x) = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$y(x) \equiv \varphi_1(x), \text{ если } y(0) = \pi/2 - \delta,$$

$$y(x) \equiv \varphi_2(x), \text{ если } y(0) = -\pi/2 + \delta.$$

Решения в окрестности сепаратрисы очень чувствительны к изменению начальных условий, при которых проводится поиск решений системы [6]. Ограниченность точности численных расчетов приводит к малым флуктуациям траектории, приводящим к такому же эффекту. В результате в стохастической фазе происходит изменение периода солитонных решений, и на больших интервалах поиска решений ( $x > 10^5$  постоянных решетки) возникают переходы из области I в область II и обратно (рис.1). При всей условности такого выбора критерия возникновения стохастичности он позволяет просто и наглядно представить качественную перестройку состояния. Проведем оценку границы устойчивости решений относительно таких переходов. Зависимость периода солитонной решетки  $L_s$  (рис.3), начиная с которого

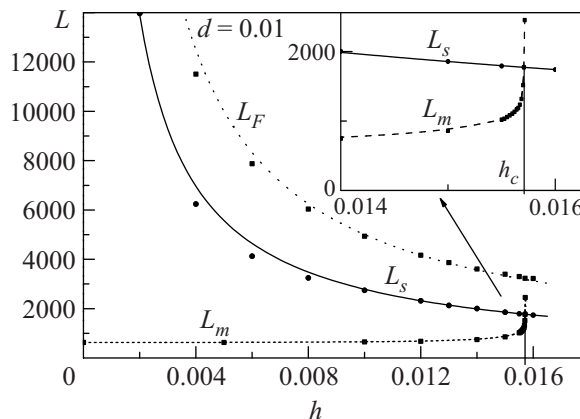


Рис.3 Полевые зависимости предельных устойчивых периодов  $L_F$  конечно-разностного уравнения (5) и  $L_S$  системы дифференциальных уравнений (6), а также периода с минимальной энергией  $L_m$  солитонной решетки. Сплошная линия – функция (9), пунктир – (11)

устойчивость теряется и начинаются переходы между областями с разным типом солитонных решений, имеет характерную спадающую зависимость от величины приведенного магнитного поля и хорошо аппроксимируется зависимостью

$$L_s \approx \alpha/h. \quad (9)$$

Период солитонной решетки, соответствующий траектории с минимальной энергией  $L_m$ , мало меняется вплоть до критической области, где резко возрастает (рис.3). Точка пересечения этих кривых ограничивает область достоверности численных решений системы (6). Совпадение энергии НМС (4), вычисленной на соответствующем поле периоде  $L_m$ , с энергией

скошенной антиферромагнитной структуры (соизмеримой фазы) происходит на границе стабильности, что позволяет сделать вывод о конечности критического периода солитонной решетки. При этом

$$h_c = \frac{\pi}{2}d, \quad (10)$$

что отличается от результата вычислений на траекториях маятника [6]. Это связано с тем, что однородный антисимметричный обмен, в отличие от знакопеременного [11, 12], не приводит к перенормировке антиферромагнитного обмена в соизмеримой фазе. Правильная асимптотика к однородному решению получается из системы (6) обращением в нуль производных.

Намагниченность НМС, вычисленная на траекториях минимальной энергии при  $h \rightarrow h_c$  стремится к значению, меньшему, чем намагниченность антиферромагнетика в поле  $h_c$ , переход в соизмеримую фазу сопровождается скачком намагниченности (рис.4). Соответственно восприимчивость при при-

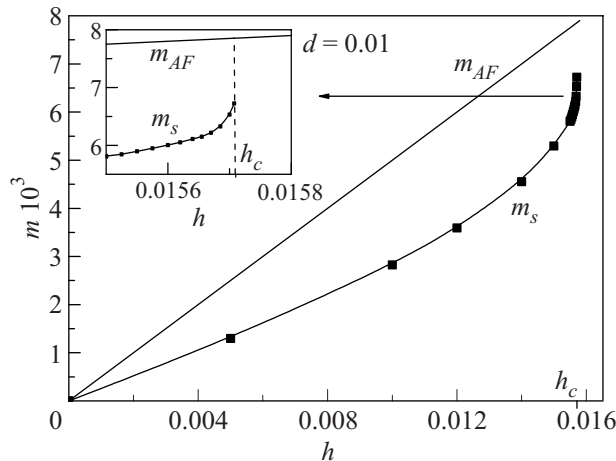


Рис.4. Полевые зависимости намагниченностей НМС  $m_s$  и антиферромагнетика  $m_{AF}$ . На вставке – критическая область

ближении к точке перехода резко возрастает, но остается конечной (рис.5). Таким образом, переход по полю в соизмеримую фазу происходит до стохастического разрушения НМС и имеет признаки фазового перехода первого рода. Увеличение антисимметричного обмена до  $d = 0.1$  приводит к соответствующему количественному изменению периодов и критического поля, не меняя качественно результат. Относительный скачок намагниченности остается таким же,  $\Delta m/m \sim 10^{-1}$ .

В заключение отметим принципиальное отличие исходной задачи (1) от случая с дипольным взаимодействием [8]. Замена  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$  (перестановка индек-

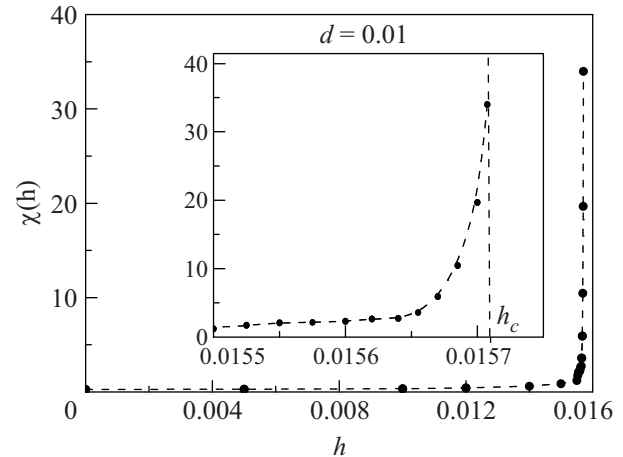


Рис.5. Полевая зависимость восприимчивости НМС. На вставке – критическая область

сов при спинах в (1)) меняет гамильтониан. Это является особенностью однородного антисимметричного обмена. Такая замена эквивалентна замене  $t \rightarrow -t$  в динамических системах. Таким образом, конечно-разностные уравнения (5) и система дифференциальных уравнений (6) относятся к классу необратимых негамильтоновых систем. И, следовательно, могут иметь особые траектории, качественно отличные от рассмотренных стохастических решений и решений для случая с дипольным взаимодействием [8]. Эти траектории находятся вблизи границы устойчивости периодических решений конечно-разностных уравнений (5). Анализ последних выходит за рамки данной работы. Отметим только, что эта граница

$$L_F \approx \beta/h. \quad (11)$$

проходит выше границы устойчивости системы (6) и значений периодов с минимальной энергией (рис.3), и эти решения, включающие периоды, близкие к граничным значениям  $L_F$ , имеют энергию выше энергии основного состояния НМС и соизмеримой фазы.

1. И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ **47**, 992 (1964).
2. Ю. А. Изюмов, Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах, М.: Энергоатомиздат, 1987, сс. 39, 166.
3. А. Б. Борисов, В. В. Киселев, Нелинейные волны, солитоны и локализованные структуры в магнетиках, т.1, Квазидвимерные магнитные солитоны, Екатеринбург: УрО РАН, 2009.
4. Д. Г. Санников, ФТТ **23**, 953 (1981).
5. Ю. А. Изюмов, В. М. Лаптев, ФММ **56**, 877 (1983).
6. A. Zheludev, S. Maslov, G. Shirane et al, Phys. Rev. B **57**, 2968 (1998).

7. Я. Г. Синай, *ЖЭТФ* **83**, 1223 (1982); *J. Statist. Phys.*, **29**, 401 (1982).
8. П. И. Белобров, В. В. Белошапкин, Г. М. Заславский, *ЖЭТФ*, **87**, 310 (1984).
9. Г. М. Заславский, *Стохастичность динамических систем*, М.: Наука, 1984.
10. Г. М. Заславский, Р. З. Сагдеев, *Введение в нелинейную физику*, М.: Наука, 1988.
11. С. Н. Мартынов, *Письма в ЖЭТФ* **90**, 60 (2009); С. Н. Мартынов, *ЖЭТФ* **136**, 1134 (2009).
12. D. N. Aristov and S. V. Maleev, *Phys. Rev. B* **62**, R751 (2000).