Письма в ЖЭТФ, том 92, вып. 3, с. 208 – 211 © 2010 г. 10 августа

Экранирование статического возмущения в системе дипольных экситонов

В. М. Ковалев[+*], *А. В. Чаплик*[+∇1)]

[+]*Институт физики полупроводников Сибирского отд. РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[*]*Новосибирский Государственный Технический Университет, 630095 Новосибирск, Россия*

[∇]*Новосибирский Государственный Университет, 630090 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 1 июля 2010 г.

Теоретически исследуется экранирование локального электростатического возмущения непрямыми экситонами. Показано, что линейное экранирование носит диэлектрический характер, причем эффективная проницаемость может быть большой в случае сильного вырождения бозе-газа экситонов. Появление конденсата существенно меняет поведение потенциала возмущения на бесконечности, приводя к степенным асимптотикам с большими показателями степени. В нелинейном режиме экранированный потенциал насыщается при неограниченном возрастании начального возмущения.

В структурах с двойными и одиночными квантовыми ямами интенсивно изучаются пространственно непрямые экситоны [1 – 7]. Они образуют бозе-газ квазичастиц, взаимодействующих друг с другом на больших расстояниях по диполь-дипольному механизму. Одним из исследуемых неравновесных процессов в такой системе является растекание дипольных экситонов в плоскости структуры из области, где они генерируются лазерным импульсом к периферии. Эксперименты свидетельствуют, что заметное движение (растекание) экситонов начинается лишь когда их концентрация становится достаточно большой. Авторы [5 – 7] интерпретируют этот факт как проявление эффекта экранировки случайного потенциала, неизбежно имеющегося в образце: малое количество экситонов захвачено (локализовано) разного рода дефектами, а с увеличением их числа потенциал беспорядка экранируется и экситоны могут перемещаться на макроскопические расстояния.

Нам представляется, что задача об экранировании локального потенциального возмущения газом дипольных частиц имеет общефизический интерес. Например, заранее не очевидно, как заряженная примесь может быть заэкранирована электрически нейтральными частицами. В случае короткодействующего дефекта типа флуктуации ширины ямы вопрос об асимптотике потенциала не столь существен, но необходимо знать, как изменится амплитуда возмущения за счет им же созданного изменения плотности экситонного газа.

В настоящем письме мы рассматриваем сформулированную проблему на примере двумерной системы типа двойной квантовой ямы, где дипольные квазичастицы ориентированы параллельно друг другу и поэтому отталкиваются асимптотически по закону $1/\rho^3$. Мы покажем, что при отсутствии бозе-эйштейновского конденсата (БЭК) осуществляется экранирование диэлектрического типа: координатная зависимость потенциала дефекта не меняется, а он просто делится на некоторую эффективную проницаемость $\epsilon_{\rm eff}$. Последняя в условиях вырождения бозе-газа при низких температурах экспоненциально растет с плотностью экситонов. Положение качественно меняется с появлением БЭК. Здесь частицы конденсата дают превалирующий вклад в экранирование на больших расстояниях, и для кулоновского центра, а также для короткодействующего потенциала, возникают (в различных ситуациях) асимптотические законы $1/\rho^5$ и $1/\rho^7$.

Будет рассмотрен также случай нелинейного экранирования (амплитуда возмущения больше или порядка температуры). Оказывается, что при этом (в отличие от обычной экранировки электронами) экранированный потенциал стремится к постоянному пределу (насыщается при неограниченном возрастании затравочного возмущения).

I. Линейная теория экранирования. Будем считать, что диполи движутся в плоскости (x,y), будучи все ориентированы по нормали к ней, плечо диполя d. Потенциал парного взаимодействия двух частиц, расположенных в точках $\mathbf{r},\mathbf{r}'$, обозначим $W_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$. Его фурье-образ имеет вид

$$W_0(k)=\frac{4\pi e^2}{\epsilon k}\left(1-e^{-kd}\right), \qquad (1)$$

[1)]e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

где ϵ – фоновая диэлектрическая проницаемость. Если благодаря некоторому возмущению в системе возникла флукутация плотности $\delta n(\mathbf{r})$, то в точке $\mathbf{r}$ индуцируется потенциал “пробного” диполя:

$$W_{\mathrm{ind}}(\mathbf{r}) = \int W_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\delta n(\mathbf{r}')d\mathbf{r}', \tag{2}$$

что в фурье-компонентах выглядит так:

$$W_{\mathrm{ind}}(k) = \frac{4\pi e^2}{\epsilon k}\left(1-e^{-kd}\right)\delta n(k). \tag{3}$$

Соотношение (3) заменяет собой уравнение Пуассона в обычной теории экранирования свободными носителями заряда.

Если возмущающий потенциал много меньше температуры газа экситонов, то можно воспользоваться теорией линейного отклика и найти связь $\delta n(k)$ с полным (экранированным) потенциалом:

$$\delta n(k) = W(k)\sum_{\mathbf{p}}\frac{f_{\mathbf{p}}-f_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}}{E_{\mathbf{p}}-E_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}-i\delta}, \tag{4}$$

где $f_{\mathbf{p}}$ – бозевские числа заполнения, $E_{\mathbf{p}} = p^2/2m$, m – масса экситона.

В формуле (4) мы пишем поляризационный оператор невзаимодействующих частиц, что соответствует известному приближению самосогласованного поля (RPA). Температура экситонного газа должна, следовательно, быть больше характерной энергии их взаимодействия $\overline{W}_0$ на среднем расстоянии между частицами $\rho \sim 1/\sqrt{n}$, где n - плотность экситонов.

I.1. Экранирование в отсутствие конденсата. Рассмотрим сначала квазиклассический длинноволновый предел, в котором $\Pi(k)$ вычисляется для $k \ll \sqrt{mT}$ (здесь и далее $\hbar = 1$). Это основной для эксперимента случай экранирования длинноволнового возмущения. Разлагая разности $f_{\mathbf{p}}$ и $E_{\mathbf{p}}$ в (4), найдем:

$$\Pi(k) = -\int \frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial E_{\mathbf{p}}}\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} = -\frac{m}{2\pi}f(0) = \frac{m}{2\pi}\frac{1}{1-e^{-\mu/T}}. \tag{5}$$

Выразив химический потенциал через равновесную плотность экситонов $\exp(\mu/T) = 1-\exp(-2\pi n/mT)$, получаем для экранированного потенциала при $T > T_c$

$$W(k) = \frac{U(k)}{1+\frac{2me^2}{\epsilon k}\left(1-e^{-kd}\right)\left(e^{2\pi n/mT}-1\right)}. \tag{6}$$

Отсюда следует, что на расстояниях $r \gg d$ (наиболее актуальных в экспериментах по растеканию экситонов) $W(\mathbf{r})$ отличается от $U(\mathbf{r})$ только постоянным множителем, так как в этом случае следует положить в (6) $kd \ll 1$:

$$W(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r})/\epsilon_{\mathrm{eff}},$$
$$\epsilon_{\mathrm{eff}} = 1+\frac{2d}{a^\star}\left(e^{2\pi n/mT}-1\right), \tag{7}$$

где $a^\star = \epsilon/me^2$ – эффективный боровский радиус для частицы с массой экситона. Таким образом, экранирование диполями носит чисто диэлектрический характер. Подчеркнем, что в случае вырожденного бозе-газа $T \ll 2\pi n/m$ эффективная проницаемость экспоненциально растет с плотностью экситонов, что может объяснить сильное экранирование беспорядка, наблюдаемое в эксперименте [5–7] при увеличении интенсивности накачки. Обсуждаемый предел $\epsilon_{\mathrm{eff}} \gg 1$ совместим с предположением $T > \overline{W}_0$, если выполняется условие $2\pi n/m \gg e^2d^2n^{3/2}/\epsilon$, то есть $(d/2\pi a^*)\sqrt{nd^2} \ll 1$. Заметим, что в больцмановском пределе $T \gg 2\pi n/m$ можно пользоваться барометрической формулой $\delta n = n(\exp(-W/T)-1)$, тогда при $kd \ll 1$, $W \ll T$ получается $W = U/\epsilon_{eff}$, где $\epsilon_{eff} = 1+4\pi e^2nd/\epsilon T$, что соответствует разложению экспоненты в формуле (7).

I.2. Вклад конденсатных частиц. В данной работе мы ограничимся рассмотрением конденсата при $T = 0$. Случай конечных температур будет предметом отдельного рассмотрения. Сначала чисто формально учтем наличие конденсата, написав в (4) $f_{\mathbf{p}} = n_c\delta_{\mathbf{p},0}$, где n_c – плотность частиц в конденсате. Проводя обычную процедуру самосогласования, получим для эффективной проницаемости

$$\epsilon_{\mathrm{eff}} = 1+4mn_cW_0(k)/k^2. \tag{8}$$

Такой “прямолинейный” метод вычисления конденсатного вклада в ϵ_{eff} может показаться сомнительным. Поэтому мы получим тот же результат более строгим методом, развитым в теории неоднородного слабо неидеального бозе-газа [8].

Исходим из уравнения Гросса-Питаевского [8], с учетом потенциала примеси $U(\mathbf{r})$:

$$\left[-\frac{1}{2m}\Delta + U(\mathbf{r}) - \mu + \int d\mathbf{r}'|\Psi(\mathbf{r}')|^2W_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}')|\right] \times$$
$$\times\,\Psi(\mathbf{r}) = 0, \tag{9}$$

где $\Psi(\mathbf{r})$ – волновая функция конденсата, μ – химический потенциал газа экситонов. Имея в виду получить малую поправку к плотности конденсата, вызванную малым возмущением $U(\mathbf{r})$, пишем $\Psi(\mathbf{r}) = \psi_0 + \varphi(\mathbf{r})$, $\psi_0 = \sqrt{n_c}$, n_c – плотность конденсата, $\mu = n_c\int W_0(\mathbf{r})d\mathbf{r}$ и линеаризуем (9) по $\varphi(\mathbf{r})$:

$$-\frac{1}{2m}\Delta\varphi+U(\mathbf{r})\psi_0+2n_c\int d\mathbf{r}'W_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\varphi(\mathbf{r}')=0. \quad (10)$$

Это уравнение легко решается в фурье-представлении, и для поправки к плотности конденсата получается:

$$\delta n(k)=2\psi_0\varphi(k)=-\frac{2n_cU(k)}{k^2/2m+2n_cW_0(k)}. \qquad (11)$$

Учитывая связь плотности с индуцированным потенциалом (3), приходим к той же формуле (8) для эффективной проницаемости.

Как известно, в бозе-газе взаимодействующих частиц при $T=0$ функция распределения истинных частиц по импульсам помимо δ-функционального вклада содержит надконденсатную часть, соответствующую частицам с $\mathbf{p}\neq 0$. В области малых k вклад этой части в поляризационный оператор (4) пропорционален $1/k$ и, таким образом, много меньше учтенного вклада $4mn_cW_0(k)/k^2$.

Рассмотрим сначала экранировку заряженной примеси, расположенной на расстоянии H от плоскости диполей. Тогда

$$U(k)=\frac{2\pi e^2}{\epsilon k}(1-e^{-kd})e^{-kH}. \qquad (12)$$

Будем считать $\rho\gg d$, а отношения H/ρ и H/d могут быть произвольными. Обозначим $R_k=(1-e^{-kd})/k$. Тогда имеем для экранированного потенциала

$$W(k)=\frac{2\pi e^2}{\epsilon}\frac{R_ke^{-kH}}{1+\gamma_k/k^2}, \qquad \gamma_k=\frac{16\pi e^2mn_c}{\epsilon}R_k. \qquad (13)$$

Обратное фурье-преобразование дает асимптотическое разложение $W(\rho)$ для $\rho\to\infty$:

$$W(\rho)=\frac{e^2d}{\epsilon\rho^4}\int_0^\infty z^3dzJ_0(z)e^{-zH/\rho}\left(\sum_{n=0}^{\infty}A_n(z/\rho)^n\right), \quad (14)$$

где $J_0(x)$ – бесселева функция, $z=k\rho$, а ряд по (z/ρ) есть разложение функции $R_k/(1+\gamma_k/k^2)$ по восходящим степеням k. При $H\neq 0$ главный член разложения (14) имеет вид

$$W(\rho)\approx\frac{3H}{16\pi mn_c}\frac{2H^2-3\rho^2}{(\rho^2+H^2)^{7/2}}. \qquad (15)$$

Сокращение заряда в формуле (15) не должно вызывать недоумения, так как из вывода ясно, что (15) справедлива пока $\gamma_k/k^2\gg 1$, то есть для расстояний $\rho^2\gg a^*/16\pi n_cd$. Если ион примеси лежит в плоскости диполей $H=0$, первый неисчезающий член разложения $W(\rho)$ появляется лишь при $n=3$ (см. 14) и убывает с расстоянием как $1/\rho^7$:

$$W(\rho)\approx 225\frac{e^2a^{*4}}{\epsilon d^2}\frac{1}{\pi^4n_c^4(2\rho)^7}. \qquad (16)$$

Для короткодействующего дефекта типа флуктуации ширины ямы можно считать $U(k)=\mathrm{const}=U_0$. Тогда получаем:

$$W(\rho)\approx-\frac{9}{64\pi^2}\frac{U_0a^*}{n_c\rho^5}. \qquad (17)$$

Для сравнения: в 2D невырожденном электронном газе плотностью N_s $W(\rho)\sim -U_0/\kappa\rho^3$, где $\kappa=2\pi e^2N_s/\epsilon T$. Знак экранированного потенциала на бесконечности меняется: короткодействующая примесь, притянувшая к себе частицу газа, будет отталкивать остальные частицы, так как межчастичное взаимодействие является более дальнодействующим, чем взаимодействие частица – примесь. Аналогичное “переэкранирование” имеется и для заряженной примеси согласно формуле (15): при $\rho^2>2H^2/3$ влияние заряда, удаленного от плоскости диполей, меньше влияния экранирующего облака диполей в той же плоскости.

II. Нелинейное экранирование. Если потенциал возмущения сравним или превышает температуру, связь возмущения плотности с потенциалом становится нелинейной. Аналитические результаты для этого случая могут быть получены в квазиклассическом (длинноволновом) пределе: плотность частиц в точке $\mathbf{r}$ определяется интегралом по импульсам от функции распределения, в которой вместо химического потенциала стоит $\mu-W(\mathbf{r})$. Кроме того, в этом разделе будем интересоваться расстояниями $\rho\gg d$, так что индуцированная часть потенциала просто пропорциональна изменению плотности (ур. (3) при $kd\ll 1$).

II.1. Больцмановский газ. В этом случае $\delta n = n(e^{-W/T}-1)$. Вводя параметр $\Gamma=4\pi e^2dn/\epsilon$, получим уравнение для W в случае притягивающего дефекта с потенциалом $-U$ $(U>0)$:

$$Z+\frac{\Gamma}{T}(e^Z-1)=\frac{U}{T}, \qquad Z\equiv\frac{|W|}{T}, \quad W<0. \qquad (18)$$

В этом уравнении фигурируют три параметра размерности энергии: Γ, T, U. Соответственно, возможны 3!=6 различных асимптотических режимов: 1) $U\ll T\ll\Gamma$, 2) $U\ll\Gamma\ll T$, 3) $\Gamma\ll U\ll T$, 4) $T\ll U\ll\Gamma$, 5) $T\ll\Gamma\ll U$, 6) $\Gamma\ll T\ll U$. Простой анализ приводит к следующим результатам.

Случаи 1)–3), в которых $U \ll T$, очевидно, соответствуют слабому (линейному) экранированию, рассмотренному в разделе **I**: $W = U/\epsilon_{eff} \ll T$. Интересно, что случай 4), несмотря на условие $U \gg T$, тоже приводит к слабому экранированию: за счет условия $\Gamma \gg U$ уравнение (18 удовлетворяется при $Z \ll 1$, то есть $W \ll T$. Имеем в этом случае $W = TU/(\Gamma + T) \approx UT/\Gamma$, то есть $\epsilon_{\rm eff} = \Gamma/T \gg 1$. Итак, случаи 1)–4) соответствуют экранированию диэлектрического типа, $\epsilon_{\rm eff} \gg 1$ в случаях 1), 4) и $\epsilon_{\rm eff} - 1 \ll 1$ в случаях 2), 3).

В случаях 5), 6) экранирование сильное, с логарифмической точностью получаем:

$$W \approx T \ln\left(\frac{U}{\Gamma} - \frac{T}{\Gamma}\ln\frac{U}{\Gamma}\right), U \gg \Gamma, \tag{19}$$

то есть амплитуда экранированного потенциала много меньше затравочного возмущения.

Для отталкивающего центра получаем уравнение $W + \Gamma(1 - e^{-W/T}) = U$. При $U \ll T$ экранирование линейное, $W = U/\epsilon_{\rm eff}$, $\epsilon_{\rm eff} = 1 + \Gamma/T$, и, возможно, как $\Gamma \ll T$, так и $\Gamma \gg T$. Если же $U \gg T$ возможны два варианта: $W = U(1+\Gamma/T)^{-1} \approx UT/\Gamma$ при $U \ll \Gamma$ (слабое экранирование) и $W = U - \Gamma \gg T$ при $U > \Gamma$. Интересно, что в последнем случае экранирование сводится просто к сдвигу исходного потенциала на константу.

II.2. Вырожденный бозе-газ. При $T \lesssim 2\pi n/m$ уравнение (18) заменяется на

$$Z - \frac{\Gamma}{T}\left(\frac{mT}{2\pi n}\ln\left(\frac{1-Qe^Z}{1-Q}\right) + 1\right) = \frac{U}{T}, \quad Q = 1 - e^{-2\pi n/mT}, 0 < Z < \ln(1/Q). \tag{20}$$

Предыдущее рассмотрение относилось к случаю $Q \ll \ll 1$. Для слабого возмущения $|U| \ll T$ получем результаты, аналогичные случаям 1)–3) пункта **II.1**, то есть формулу (7)

$$W = U/\epsilon_{\rm eff}, \tag{21}$$

$$\epsilon_{\rm eff} = 1 + \frac{\Gamma}{T}(e^{2\pi n/mT} - 1)\frac{mT}{2\pi n} = 1 + \frac{2d}{a^*}(e^{2\pi n/mT} - 1).$$

При сильном возмущении $U \gg T$ корень уравнения (20) перестает зависеть от U: $Z \to \ln(1/Q)$, то есть для сильно вырожденного газа $(1 - Q \ll 1)$ экранированный потенциал становится экспоненциально малым:

$$W = Te^{-2\pi n/mT} \ll T \ll U. \tag{22}$$

Это означает почти полную (идеальную) экранировку.

Итак, мы рассмотрели различные режимы экранирования локального потенциального возмущения в системе двумерных ориентированных диполей, подчиняющихся статистике Бозе. Несмотря на нейтральность частиц, эффект экранирования может быть в ряде случаев весьма сильным, что качественно объясняет экспериментально наблюдаемое ускорение растекания непрямых дипольных экситонов с ростом их плотности в структурах с двойными квантовыми ямами.

Авторы благодарны Э.Г. Батыеву и М.В. Энтину за обсуждение работы и полезные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 08-02-00152), фонда некоммерческих программ 'Династия' и программ РАН.

1. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **80**, 210 (2004).
2. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **83**, 178 (2006).
3. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **84**, 390 (2006).
4. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **87**, 797 (2008).
5. A. A. High, E. E. Novitskaya, L. V. Butov et al., Science **321**, 229 (2008).
6. A. A. High, A. K. Thomas, G. Grosso et al., Phys. Rev. Lett. **103**, 087403 (2009).
7. G. Grosso, J. Graves, A. T. Hammack et al., Nature Photonics **3**, 577 (2009).
8. Л. П. Питаевский, УФН **168**, 641 (1998).