Письма в ЖЭТФ, том 92, вып. 4, с. 267 – 272 © 2010 г. 25 августа

Плотность фононных состояний наноструктурной меди

Р. М. Мазитов[1], *В. А. Семенов**, *Ю. А. Лебедев*, *Р. Р. Мулюков*+, *Г. И. Рааб*, $\boxed{\text{Е. Л. Ядровский}}$*, *В. Н. Даниленко*+

Институт физики молекул и кристаллов Уфимского научного центра РАН, 450075 Уфа, Россия

**ГНЦ РФ – физико-энергетический институт, Обнинск, Россия*

+*Институт проблем сверхпластичности металлов, 450001 Уфа, Россия*

Поступила в редакцию 8 июля 2010 г.

Методом нейтронной спектроскопии изучены колебательные состояния в образцах крупнокристаллической (КК) и наноструктурной (НС) меди. Обнаружено, что фононный спектр для НС Cu характеризуется уменьшением локальных плотностей состояний, соответствующих продольной ($\sim$ 28 мэВ) и поперечным ($\sim$ 19 мэВ) модам колебаний. Общий вклад в молярную теплоемкость осцилляторов с законами дисперсии обычной меди уменьшается на $\sim$ 18%. Предполагается, что экспериментально наблюдаемое увеличение энергии (теплоемкости) кристалла в НС состоянии обусловлено трансформацией спектра в виде перекачки энергии высокочастотных фононов в длинноволновую область с образованием новых акустических ветвей колебаний по границам зерен (эффект "второго" ионного звука), то есть, особенности спектров рассеяния медленных нейтронов в образцах определяются наличием двух типов рассеивателей.

Введение. Интерес к объемным наноструктурным (НС) металлическим материалам, полученным методом интенсивной пластической деформации (ИПД), определяется тем, что они обладают целым рядом уникальных физических и механических свойств [1 – 4]. В них по сравнению с крупнокристаллическими (КК) аналогами существенным образом изменяются модули упругости, коэффициент диффузии, температура Кюри и др. Проведенные ранее рентгеноструктурные исследования термических свойств наноструктурной меди [5, 6] показали уменьшение температуры Дебая θ_D (порядка 19–23%), увеличение статических и динамических атомных смещений примерно в 1.5 раза, рост линейного коэффициента термического расширения (более, чем в 3 раза) по сравнению с крупнокристаллическими образцами. Полученные результаты качественно согласуются с изменениями других физических свойств при переходе в НС состояние: увеличением электросопротивления в $\sim$ 1.7–1.8 раза [7], уменьшением адиабатических упругих модулей сдвига на $\sim$ 12% и Юнга на $\sim$13% [8].

Предполагается, что такое поведение обусловлено формированием в этих материалах в условиях ИПД качественно нового особого устойчивого состояния, определяемого теперь как наноструктурное. Для его описания предложена и развивается идеализированная структурная модель, согласно которой структура объемных наноматериалов представляет собой двухкомпонентную систему, состоящую из субзерен с достаточно совершенной решеткой (зеренная фаза), разделенных неравновесными границами зерен с сильно искаженными приграничными областями (зернограничная, ЗГ, фаза) [4]. Искажения приграничной области вызваны высокой плотностью дефектов, основными из которых являются внесенные зернограничные дислокации с линейной плотностью до $10^9\,\text{м}^{-1}$ [4]. Оценки толщины искаженных приграничных областей (толщины ЗГ фазы) таких материалов, сделанные с помощью просвечивающей электронной микроскопии высокого разрешения для образцов НС меди и никеля [9], практически совпадают с оценками по данным мессбауэровской спектроскопии для НС α–железа ^{57}Fe [10]. Толщина таких слоев оказалась порядка 8–10 нм при средних размерах зерен в образцах от $\sim$ 100 до $\sim$ 220 нм.

В сущности, в основе представлений о двухфазном строении НС материалов лежит эмпирический факт существенного различия состояний атомов в ЗГ фазе и матрице (теле зерна), природа которого остается пока невыясненной. Причем, именно особой структурой и динамикой атомов в ЗГ фазе определяются аномалии физических и механических свойств, наблюдаемые экспериментально в НС материалах.

Поэтому изучение динамических свойств кристаллической решетки в условиях перехода от КК к НС состоянию в металлах методом рассеяния медленных нейтронов представляется весьма актуальной задачей.

Материал и методика эксперимента. В качестве исследуемого материала использованы образцы крупнокристаллической и наноструктурной меди

[1]e-mail: mazitov@anrb.ru

чистотой 99,98%. НС состояние со средним размером зерна $\sim$ 120 нм достигнуто интенсивной пластической деформацией методом равноканального углового прессования [1]. Основные характеристики изучаемых образцов приведены в таблице.

Эксперимент по рассеянию медленных нейтронов на образцах КК и НС меди проводился на двойном времяпролетном спектрометре ДИН-2ПИ, установленном на одном из пучков импульсного быстрого реактора ИБР-2 (Лаборатории нейтронной физики им. И.М. Франка ОИЯИ, г. Дубна). Измерения проводились при комнатной температуре = 293 К. Начальная энергия нейтронов E_0 составляла 10.6 мэВ с длиной волны де-Бройля $\lambda_0 = 2.78$ Å. Образцы в виде пластин прямоугольного сечения толщиной 2.5 ± 0.01 мм и массой 132.0 ± 1.5 г устанавливались на столике вакуумной камеры в геометрии на отражение под углом 45^0 к направлению пучка падающих нейтронов. Площадь облучаемой поверхности равна $5.22 \pm 0.07\,\text{см}^2$. Рассеянные нейтроны регистрировались одновременно пятнадцатью детекторами при постоянных углах рассеяния от 28^0 до 134^0. С учетом обычных стандартных поправок – на эффективность детектора, ослабление потока нейтронов образцом и вычета спектра пустого контейнера, и фона быстрых нейтронов – времяпролетные спектры приведены к энергетической шкале в виде дважды дифференциального сечения рассеяния нейтронов $d^2\sigma/d\Omega d\varepsilon$, которые затем были преобразованы в спектры динамического структурного фактора $S(\mathbf{Q},\varepsilon)$ ($\varepsilon = \hbar\omega$). Далее, из спектров $S(\mathbf{Q},\varepsilon)$ неупругой области рассеяния с помощью техники нормировки по ванадию была выделена некогерентная составляющая $S_{inc}(\mathbf{Q},\varepsilon)$, которая в однофононном некогерентном приближении связана с функцией плотности фононных состояний $G(\varepsilon)$ следующим образом [11] :

$$G(\varepsilon) = < \underset{Q}{G(Q,\varepsilon)} > = \frac{\varepsilon}{n(\varepsilon)+1} \sum_Q \frac{2M}{(\hbar Q)^2} e^{2W} S_{inc}(Q,\varepsilon), \tag{1}$$

где $Q = |\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}|$ – модуль волнового вектора рассеивателя, $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{k}$ – волновые векторы падающего и рассеянного нейтронов, $\varepsilon = (E_0 - E)$ – переданная энергия, M – масса ядра атома меди, $\exp(-2W(\boldsymbol{Q})) = \exp\left(-Q^2 < u^2 > /3\right)$ – тепловой фактор Дебая-Уоллера ($< u^2 >$ – среднеквадратичные атомные смещения), $n(\varepsilon) = \langle n(\varepsilon)\rangle = \left(e^{\varepsilon/\kappa_B T} - 1\right)^{-1}$ – среднее значение чисел заполнения для колебательных мод, κ_B – постоянная Больцмана.

Результаты экспериментов и их обсуждение. Общий характер перераспределения (перекачки) энергии по спектру демонстрируется уже на исходных времяпролетных (TOF) спектрах. На рис.1 видно, что переход от КК к НС состоянию меди ха-

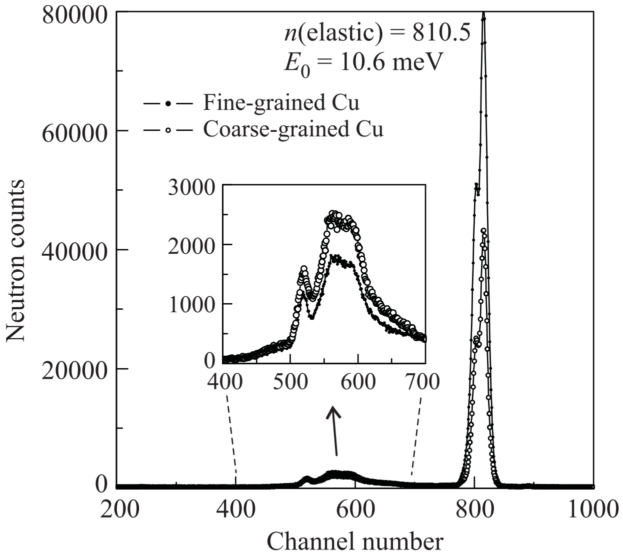

Рис.1. Исходные экспериментальные времяпролетные (TOF) спектры рассеяния нейтронов

рактеризуется снижением сечения рассеяния в неупругой части спектра и его ростом в упругой области (в точке максимума квазиупругого пика приблизительно в 2.3 раза).

Любопытно, что несмотря на различную природу рассеяния эффект перекачки энергии в область малых Q наблюдается и в случае рентгеновской дифракции. Так, рентгеноструктурные исследования [12] методом абсолютного измерения интенсивности показали, что суммарная интегральная интенсивность когерентного (брэгговских рефлексов) и некогерентного (фона) рассеяния в большей части обратного пространства 0.43 Å$^{-1} < Q = 4\pi\sin\theta/\lambda < 8.15$ Å^{-1}, что соответствует угловому интервалу дифракции $3^\circ < \theta < 90^\circ$ при $\lambda = 1.54178$ Å, оказалась для НС Cu приблизительно на $\sim 20\%$ ниже, чем для крупнокристаллического образца. Эта убыль интенсивности компенсируется в малоугловой области $0^\circ < \theta < 3^\circ$ таким образом, что полная интегральная интенсивность рассеяния по всей области обратного пространства оказывается неизменной для двух состояний образцов. То есть перераспределение интенсивности при переходе в НС состояние происходит с точным (не хуже $\sim$3%) соблюдением закона сохранения интенсивности для неизменного числа рассеивателей независимо от их агрегатного состояния (твердое тело, жидкость, газ). Строгое доказательство этого закона приведено в [13].

Основные характеристики наноструктурной и крупнокристаллической Cu

Наименование показателей/образец	Крупнокристаллическая медь	Наноструктурная медь
Размер кристаллитов d, нм	> 1000	120 ± 10
Температура Дебая θ_D, К	304 ± 2	247 ± 6
Параметр Дебая-Уоллера B, Å^2 ($T = 295$ К)	0.59 ± 0.06	1.06 ± 0.05
Параметр решетки a, Å	3.6148 ± 0.0003	3.6138 ± 0.0006
Термический коэффициент линейного расширения $\alpha_T \cdot 10^{-5}$, K^{-1}	1.7 ± 0.1	5.6 ± 0.3
Теплоемкость (c_p), Дж·Моль$^{-1}$· К$^{-1}$ ($T = 295$ К)	24.32	26.42
Микротвердость, МПа	600 ± 50	1820 ± 90
Плотность, г·см$^{-3}$	8.935 ± 0.005	8.943 ± 0.005

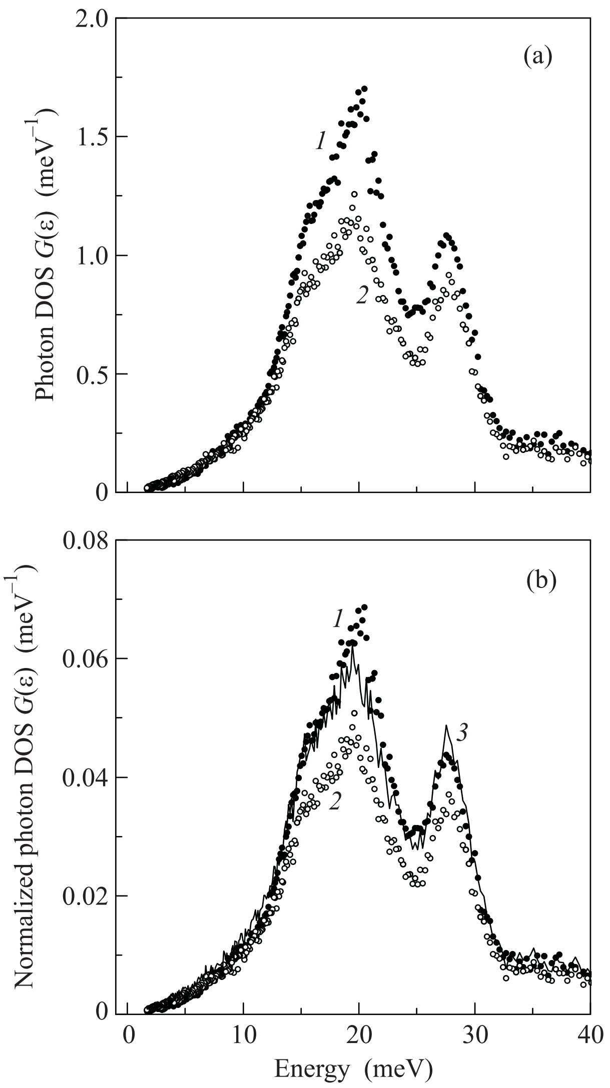

Рис.2. Плотность фононных состояний крупнокристаллической (*1*) и наноструктурной (*2,3*) меди: (a) до нормировки на единицу площади, (b) после нормировки с учетом объемной доли зеренной фазы – с весовым коэффициентом 0.82 – (*2*)

На рис.2 представлены усредненные по всем 15 детекторам спектры плотности фононных состояний $G(\varepsilon)$, рассчитанные согласно (1).

Их анализ показал, что колебательный спектр для НС меди характеризуется уменьшением локальных плотностей состояний, отвечающих продольной $\sim$ 28 мэВ (на $\sim$ 12%) и поперечным $\sim$ 19 мэВ (на $\sim$ 24%) модам колебаний, то есть в соотношении 1:2. Далее, интегральная плотность $G(\varepsilon)$ (рис.2a) в области видимых возбуждений ε от 5 до 80 мэВ для НС меди оказалась на $\sim$ 18% меньше, чем для КК меди. Заметим, что примерно такова же объемная доля α ЗГ фазы в НС меди, которая для исследуемых образцов со средним размером зерна $d \approx 120$ нм и толщиной границы $\delta \approx 9$ нм [10] составляет согласно [14] $\alpha \approx 3d\delta/(d+\delta)^2 \approx 0.19$. Таким образом, фононный спектр для НС меди (рис.2b, кривая *2*) отражает состояние движения атомов только зеренной фазы, объемная доля которой составляет $(1-\alpha) \approx 0.82$. Наблюдаемое сокращение фазового пространства в НС Cu (рис.2b, кривая *2*) связывается с предположением, что часть колебательных мод ($\sim$ 18%) переводится в длинноволновую область ($\varepsilon < 1$ мэВ) с образованием новых акустических ветвей колебаний, спектр которых маскируется в области квазиупругого пика.

Возникает вопрос: есть ли какие – либо изменения в спектре зеренной фазы НС Cu по сравнению со спектром обычной меди крупнокристаллического образца? Такой анализ удобно провести путем совмещения спектров, подчинив условию нормировки $\int_0^\infty G(\varepsilon)d\varepsilon = 1$ спектр НС Cu. На рис.2 (кривые *1* и *3*) видно, что совмещенные фононные спектры для КК и НС образцов в целом совпадают, но есть и различия. Так, часть поперечных мод колебаний (около 6%) в НС меди инвертирована в продольные моды, то есть принцип равнораспределения энергии по степеням свободы в зеренной фазе данного образца не выполняется, фононное распределение в самом зерне не равновесно. Кроме того, в области энергий ниже $\sim$ 10 мэВ (рис.2b) наблюдается небольшое увеличение плотности фононных состояний в НС Cu по сравнению с крупнокристаллическим образцом, что приводит к незначительному сдвигу всего спектра в длинноволновую область. В итоге параметр Дебая–Уоллера $B = 8\pi < u^2 >$ оказывается увеличенным приблизительно на $\sim 3\%$. По теории Дебая, это эквивалентно уменьшению θ_D также на $\sim 3\%$. Удельная молярная теплоемкость кристаллита в НС меди достигает своего предельного значения, определяемого законом Дюлонга и Пти, $C_p \approx 25$ Дж·Моль$^{-1}$·К$^{-1}$. Таким образом, в пределах погрешности эксперимента первоначальные предположения двухфазной модели относительно динамических свойств атомов кристаллита в НС меди без учета неравновесности, в основном, оправдываются. Заметим, что выявленные особенности фононных спектров меди качественно согласуются с результатами аналогичных исследований образцов КК и нанокристаллического (10 нм) никеля [15].

Сопоставим эти изменения с результатами измерений θ_D рентгеновскими методами (см. таблицу). Это вызвано тем, что анализ ряда физических свойств через температуру Дебая приводит к различного рода противоречиям [5]. К одному из них можно отнести, например, резкое отличие "рентгеновского" относительного уменьшения θ_D ($\sim 19\%$) от "ультразвукового", которое составляет только $\sim 6\%$ [5]. Факт, совершенно необъяснимый с точки зрения теории упругости, так как адиабатические модули упругости всегда выше изотермических на величину вклада, обусловленного ангармонизмом. В дебаевской модели изотропного континуума зона Бриллюэна представляет собой сферу с радиусом k_D, определяемым дебаевской частотой ω_D: $k_D = \omega_D/v = \left(6\pi^2 N/V\right)^{1/3}$, где v – скорость звука, N – число колебательных мод, равное числу степеней свободы моноатомной решетки, V – объем зоны Бриллюэна. Температура Дебая определяется как $\theta_D = \hbar\omega_D/\kappa_B$. Нетрудно видеть, что сокращение объема дебаевской сферы на 18% приводит к уменьшению радиуса сферы k_D, и, соответственно, температуры Дебая θ_D примерно на 6%. В данном случае уменьшение θ_D носит статический характер и фиксирует только факт сокращения числа фононов с обычными классическими законами дисперсии для меди [16] за счет уменьшения объемной доли зеренной фазы, и поэтому может быть отнесено к разряду кажущегося изменения θ_D.

По-видимому, именно этим обстоятельством и определяется "ультразвуковое" изменение θ_D, если принять во внимание параметры рассеяния ультразвука. Действительно, УЗ измерения проводились на частоте $\sim$ 5 МГц с длиной волны $\lambda_{sound} \sim 1$ мм $= 10^{-3}$ м. Полагая, что основным механизмом затухания ультразвука в образцах, чувствительным к неоднородностям среды, является рэлеевское рассеяние по закону $(D/\lambda)^2$ при $\lambda \gg D$ [17], где D – размер кристаллита, ясно, что вероятность рассеяния в межкристаллитных областях, которые могут рассматриваться как двумерные препятствия конечной толщины D, ничтожно мала и не фиксируется УЗ измерениями. В данном случае эффективным рассеивателем ультразвука являются кристаллиты (зерно), объемная доля которых уменьшается в НС образце. Отсюда следует, что измеренные таким способом изменения модулей упругости и, соответственно, θ_D – кажущиеся, так как отражают только статическое изменение геометрии среды, которая присутствует изначально и не меняется в поле деформации звуковой волны.

В отличие от ультразвукового рентгеновский метод регистрирует изменение динамики решетки при переходе в НС состояние, которое выражается в действительном относительном уменьшении θ_D порядка (19% – 6%) = 13%. Это уменьшение θ_D определяется парциальными вкладами изменений динамических свойств решетки как в самом теле зерна (менее 3%), так и в ЗГ фазе ($\sim 10\%$). Последний включает в себя также вклад, обусловленный тепловым движением атомов в слое аккомодации (переходном слое) двух сопряженных неравновесных колебательных подсистем с различными законами дисперсии для осцилляторов в зеренной и ЗГ фазах. Таким образом, "рентгеновское" относительное уменьшение θ_D определяется следующими вкладами: одним кажущимся и тремя действительными. Этот вывод представляется важным, прежде всего, при интерпретации экспериментальных результатов по измерениям температуры Дебая рентгеновскими методами.

Из анализа спектров рис.2 (кривые *1, 2*) следует, что несмотря на незначительное увеличение колебательной энергии в кристаллитах НС меди, общий вклад зеренной фазы в энергию (теплоемкость) всего кристалла в НС состоянии оказывается отрицательным по сравнению с крупнокристаллическим образцом. Эксперименты показывают, что молярная теплоемкость в НС материалах, как правило, выше предельного значения, определяемого законом Дюлонга-Пти [3]. Иногда весьма значительно. Известно сообщение [18], в котором показано, что теплоемкость C_p нанопорошка Cu ($\sim$ 50 нм) больше величины массивной меди в 1.2–2.0 раза вплоть до 450 К.

Наблюдаемые изменения спектров меди при переходе в НС состояние, рис.2 (кривые *1, 2*) качественно подобны реальной ситуации изменения θ_D, происходящего в кристаллах с понижением температуры. По теории Дебая, температурные изменения самой θ_D повторяют температурный ход зависимости теплоемкости C_V. С понижением температуры сокращение объема дебаевской сферы происходит таким образом, что вначале "вымерзают" высокочастотные моды колебаний вблизи границы зоны Бриллюэна, а затем – длинноволновые моды [19]. Число фононов при этом не сохраняется. Полагая, что при неизменном числе осцилляторов $\sum\limits_i n_i Q_i$ является интегралом движения, где n_i – число фононов, которое может при этом не сохраняться, то физический смысл уменьшения фазового объема на ~ 18 % заключается в том, что "замороженные" высокочастотные моды не исчезают, а трансформируются в низкочастотные моды колебаний особого типа, сосредоточенные в ЗГ фазе. Перераспределение энергии внутри самой зоны Бриллюэна невозможно, так как все состояния заняты в том смысле, что все колебательные степени свободы уже исчерпаны для данного типа кристаллической решетки и новые появиться не могут. Таким образом, можно предположить, что переход в НС состояние сопровождается расслоением фазового пространства, которое можно рассматривать как результат своеобразной "конденсации" волн в Q-пространстве из-за различного рода нелинейных процессов в среде в условиях конфайнмента (размерного ограничения) с образованием новых акустических ветвей колебаний (эффект "второго" звука) в ЗГ фазе. Вклад в теплоемкость этих колебаний с избытком компенсирует отрицательный вклад зеренной фазы. Действительно, НС медь, по сути, являет собой образец гомогенной по составу, но гетерогенной по тепловым свойствам среды. Поэтому парциальный вклад в теплоемкость самой ЗГ фазы можно грубо оценить с помощью аддитивного приближения в виде выражения для параллельного соединения тепловых конденсаторов:

$$C_{pFG}^{-1} = (1-\alpha)\, C_{pCG}^{-1} + \alpha C_{pGB}^{-1}, \qquad (2)$$

где C_{pFG}, C_{pCG} – экспериментальные значения теплоемкости для НС и КК меди, соответственно, α – объемная доля ЗГ фазы (0,18). Используя данные таблицы, из соотношения (2) получим, что $C_{pGB} \sim 40.82$ Дж·Моль$^{-1}$·К$^{-1}$, то есть в ~ 1.7 раза выше теплоемкости КК образца. Полная средняя энергия теплового движения атома в ЗГ фазе оказывается равной $\sim 5k_BT$, по сравнению с $3k_BT$ в обычной меди. То есть на границе двух фаз возникает скачок теплоемкости, в ЗГ фазе появляются две дополнительные колебательные степени свободы на атом, которые могут быть ассоциированы с вращательными степенями свободы, как например, у двухатомной молекулы. В то же время, исследования меди методами рентгеновской и нейтронной дифракции показывают, что симметрия кристаллической решетки остается практически неизменной для двух состояний образцов. Таким образом, понижается только симметрия свойств, симметрия структуры не меняется. Динамическое нарушение трансляционной симметрии носит локальный характер, так как происходит в тонком слое аккомодации двух колебательных подсистем. Согласно принципу Кюри–Неймана, такое сочетание симметрийных свойств является признаком фазового перехода в подсистеме. При этом образование вращательных степеней свободы есть проявление неких коллективных форм движения. Предполагается [20], что структурными носителями движения в ЗГ фазе являются динамические кластеры – автономные области коллективных когерентных возбуждений с эффективным диаметром ~ 2 нм, содержащие ~ 300 атомов. Природа их возникновения и свойства по данным нейтронографических исследований будут подробно проанализированы в следующей работе.

В заключение рассмотрим особенности рассеяния нейтронов в упругой области при $\mathbf{Q} = 0$. Сечение рассеяния в этой области преимущественно когерентное и отражает эффекты атомной структуры рассеивателя. Полагая, что увеличение сечения рассеяния в ~ 2.3 раза в НС меди определяется парциальным вкладом рассеяния на ядрах атомов ЗГ фазы, путем несложных расчетов получаем $\sigma_{GB} = 65.8$ барн, что по порядку величины сравнимо с сечением рассеяния на связанном ядре водорода $\sigma = 81.5$ барн [21]. Табличное значение для меди $\sigma = (\sigma_{coh} + \sigma_{inc}) = 4\pi(b_{coh}^2 + b_{inc}^2) = 8.0$ барн. Эффективная амплитуда рассеяния оказывается равной $b \sim 2.3 \cdot 10^{-12}$ см, что в $\sim 2,9$ раза больше, чем в обычной меди ($b = 0.8 \cdot 10^{-12}$ см). Таким образом, упругое рассеяние на ядрах ЗГ фазы эквивалентно рассеянию на трехатомной молекуле меди. Амплитуда рассеяния молекулой сводится к сумме амплитуд рассеяния отдельными ядрами атомов [22].

Итак, установлено, что особенности рассеяния нейтронов в НС меди определяются наличием двух типов рассеивателей – атомов в теле зерна и атомов в ЗГ фазе с отличными от матрицы силами межатомного взаимодействия, с различными сечениями (амплитудами) упругого и неупругого рассеяния на ядрах атомов этих двух фаз.

Авторы признательны А.Н. Скоморохову и С. Эстемировой за полезные обсуждения и помощь в расчетах. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 06-08-00971).

---

1. A. A. Nazarov and R. R. Mulyukov, in *Nanoscience, Engineering and Technology Handbook*, Eds. S. Lyshevski, D. Brenner, J. Iafrate, W. Goddard, CRC Press, USA, 2002, c.2201-2241.
2. А. П. Шпак, Ю. А. Куницкий, В. Л. Карбовский, *Кластерные и наноструктурные материалы*, Киев: "Академпериодика", 2001.
3. А. И. Гусев, *Наноматериалы, наноструктуры, нанотехнологии*, М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
4. Р. З. Валиев, И. В. Александров, *Объемные наноструктурные металлические материалы*, М.: Академкнига, 2007.
5. И. В. Александров, Р. М. Мазитов, А. Р. Кильмаметов и др., ФММ **90**, 77 (2000).
6. A. R. Kilmametov, K. Zhang, R. M. Mazitov et al., Mat. Sci. Forum **378-381**, 457 (2001).
7. Р. К. Исламгалиев, Н. А. Ахмадеев, Р. Р. Мулюков, Р. З. Валиев, Металлофизика **12**, 317 (1990).
8. Н. А. Ахмадеев, Р. З. Валиев, Н. П. Кобелев и др., ФТТ **34**, 3155 (1992).
9. Z. Horita, D. J. Smith, M. Nemoto et al., J. Mater. Res. **13**, 446 (1998).
10. Р. З. Валиев, Р. Р. Мулюков, В. В. Овчинников и др., Металлофизика **12**, 124 (1990).
11. В. А. Семенов, *Неупругое рассеяние медленных нейтронов ванадием при температурах 293-1773К*, Препринт ФЭИ-3098, М.: ФЭИ, 2007.
12. Р. М. Мазитов, В. Н. Даниленко, В. А. Попов, в сб. *Тез. докл. Открытой школы-конференции стран СНГ "Ультрамелкозернистые и наноструктурные материалы"* , Уфа, Россия, 2008, стр.291.
13. Б. К. Вайнштейн, *Дифракция рентгеновых лучей на цепных молекулах*, М.: ИК АН СССР, 1963.
14. М. Ю. Гуткин, И. А. Овидько, *Дефекты и механизмы пластичности в наноструктурных и некристаллических материалах*, М.: "Янус", 2000.
15. J. Trampenau, K. Bauszus, W. Petry, and U. Herr, Nanostruct. Mater. **6**, 551 (1995).
16. E. C. Svensson, B. N. Brockhouse, and J. M. Rowe Phys. Rev. **155**, 619 (1967).
17. J. M. Ziman, *Electrons and Phonons*, Oxford Press, 1960.
18. Y. Y. Chen , Y. D. Yao , B. T. Lin et al., Nanostruct. Mater. **6**, 597 (1995).
19. Л. Жирифалько, *Статистическая физика твердого тела*, М.: "Мир", 1975.
20. R. M. Mazitov, V. A. Semenov, Yu. A. Lebedev и др., in *Abst. Int. Simp. "Bulk Nanostructured Materials: from fundamentals to innovations" (BNM 2007)*, Ufa: USATU, 2007, p.51.
21. А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский и др. *Физические величины: справочник/ под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова*, М.: Энергоатомиздат, 1991.
22. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц *Теоретическая физика. Т.3. Квантовая механика*, М.: Наука, 1974.