Письма в ЖЭТФ, том 92, вып. 4, с. 279 – 283 © 2010 г. 25 августа

Мессбауэровское рассеяние вперед на $FeBO_3$ в режиме радиочастотного перемагничивания

Э. К. Садыков[1], *А. Я. Дзюблик*[+], *Г. И. Петров*[*], *В. В. Аринин*, *В. Ю. Спивак*[+]

Казанский (Приволжский) Федеральный Университет, 420008 Казань, Россия

[+]*Институт ядерных исследований, 03680 Киев, Украина*

[*]*Казанский государственный энергетический университет, 420066 Казань, Россия*

Поступила в редакцию 13 июля 2010 г.

Измерены радиочастотные мессбауэровские спектры на борате железа ($FeBO_3$) в схеме рассеяния вперед. Модель, основанная на механизме РЧ переключения сверхтонкого поля, воспроизводит все особенности наблюдаемых спектров, в том числе появление сателлитов на двойной частоте.

1. Мессбауэровские исследования в схеме рассеяния вперед (РВ) проводились еще в начале 90 годов [1 – 3] на образцах (нержавеющая сталь), подверженных воздействию ультразвука (УЗ). Была показана возможность когерентного неупругого рассеяния гамма-фотонов в этом случае, что может значительно изменить процесс распространения излучения через резонансный поглотитель. Другой способ периодического воздействия на мессбауэровские (магнитные) образцы связан с радиочастотным (РЧ) магнитным полем. И в этом случае, в схеме РВ, следует ожидать эффекта когерентного неупругого рассеяния, аналогичного процессам в [3]. Примером может служить, например, изменение прозрачности поглотителя в режиме воздействия на него РЧ полем [4]. Кроме того, если РЧ поле индуцирует временную зависимость магнитного поля на ядре, возможно проявление эффектов квантовой интерференции амплитуд рассеяния [5]. Свидетельством этому являются эффекты переключения магнитного поля, исследованные в схеме РВ методом запаздывающих совпадений [6]. Все это говорит о том, что спектры РВ по информативности могут отличаться от спектров поглощения, и позволяют ожидать на этом пути новые возможности исследования магнитных структур.

Изменения в мессбауэровских спектрах поглощения для нерезонансных РЧ полей (мы оставляем в стороне режим ЯМР) обусловлены тремя механизмами. Первый из них является аналогом эффекта УЗ модуляции спектров, он связан с возникновением магнитострикционных колебаний в образце и, как результат этого, появлением сателлитов в спектре поглощения [7]. Подобная, сателлитная, структура возникает также как результат периодического изменения намагниченности (сверхтонкого поля) по знаку, в рамках магнитодинамической модели [8, 9]. Третий эффект (он также имеет магнитодинамическое происхождение) – РЧ коллапс сверхтонкой структуры мессбауэровских спектров [7, 10].

Предмет данного сообщения составили измерения спектров РВ на борате железа ($FeBO_3$), подверженном влиянию РЧ поля, приложенного вдоль легкой плоскости образца. Модель формирования мессбауэровских спектров РВ в условиях данного эксперимента основана на эффекте РЧ переключения магнитного поля на ядре. Именно этот механизм позволяет описать результаты нашего эксперимента. Данный подход может быть расширен и на случаи, когда эффективны либо РЧ магнитострикция, либо оба механизма (магнитострикция и переключение поля) одновременно. В рамках рассматриваемой модели удается установить определенную корреляцию между спектрами РВ и спектрами поглощения (с учетом эффектов толщины), что дает возможность проводить сопоставительный анализ двух схем наблюдения. Заключительная часть статьи содержит результаты численного моделирования измеренных спектров РВ, анализ закономерностей, установленных в ходе эксперимента, и обсуждение возможностей мессбауэровской спектроскопии РВ.

2. Измерения спектров РВ проводятся путем возбуждения ядер образца A излучением источника гамма-фотонов S, движущегося по отношению к A с постоянной скоростью (см. рис.1). В наших измерениях в схеме РВ источник S ($^{57}Co(Cr)$) находился в покое относительно образца A ($FeBO_3$). В этих условиях спектр РВ позади образца (эмиссионный спектр) определялся с помощью анализатора (PFC) и детектора D. Анализатором служил $K_4[Fe(CN)_6]3H_2O$ (тригидрат гексацианоферрата (II)

[1]e-mail: esad@ksu.ru

калия, желтая кровяная соль, ЖКС) с обогащением 95% по ^{57}Fe, спектр поглощения которого представляет одиночную линию. Доплеровская модуляция анализатора достигалась стандартным мессбауэровским спектрометром с постоянным ускорением МС 1101 Э. Детектором служил сцинтилляционный датчик на основе NaJ. Исследуемый образец представлял монокристаллическую пластинку, вырезанную вдоль легкой плоскости $FeBO_3$, обогащенного изотопом ^{57}Fe

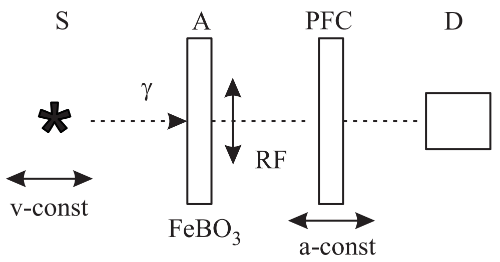

Рис.1. Схема мессбауэровского эксперимента по РВ

до 95%. Толщина образца составляла 45 мкм, поперечные размеры 4 мм. Ячейка с образцом помещалась внутри высокочастотного (ВЧ) контура, куда подавалось внешнее радиочастотное магнитное поле, осциллирующее в плоскости образца. ВЧ-генератор, работающий на частотах 10–30 МГц, обеспечивал выходную мощность до 120 Вт и максимальную амплитуду переменного магнитного поля в ВЧ контуре до 20 Э. Температура образца поддерживалась с помощью проточной воды, подаваемой с термостата.

Измеренные нами РЧ спектры РВ для $FeBO_3$ имеют сателлитную структуру, аналогичную структуре УЗ спектров из работ [2, 3]. Особенности полученных спектров заключаются в следующем (см. рис.2). а) Сателлиты появляются на двойной частоте РЧ поля, б) обращает на себя внимание более быстрый спад интенсивностей сателлитов с ростом их порядка по сравнению с УЗ сателлитами [2, 3], в) в спектрах РВ, полученных возбуждением левой половины спектра поглощения (секстета), интенсивность правых сателлитов больше, чем у левых (подобная асимметрия наблюдалась и в [2, 3]). Появление сателлитов четного порядка воспроизводится расчетами на основе магнитодинамического механизма [8, 9] их генерации (см. ниже), что естественно для малой величины плоскостной магнитной анизотропии $FeBO_3$ и используемых температур эксперимента.

3. РЧ эффекты, возникающие при прохождении монохроматической гамма-волны $E_0(y,t)\exp(i(k_\gamma y - \omega t))$ через резонансную среду, рассмотрим на основе уравнения

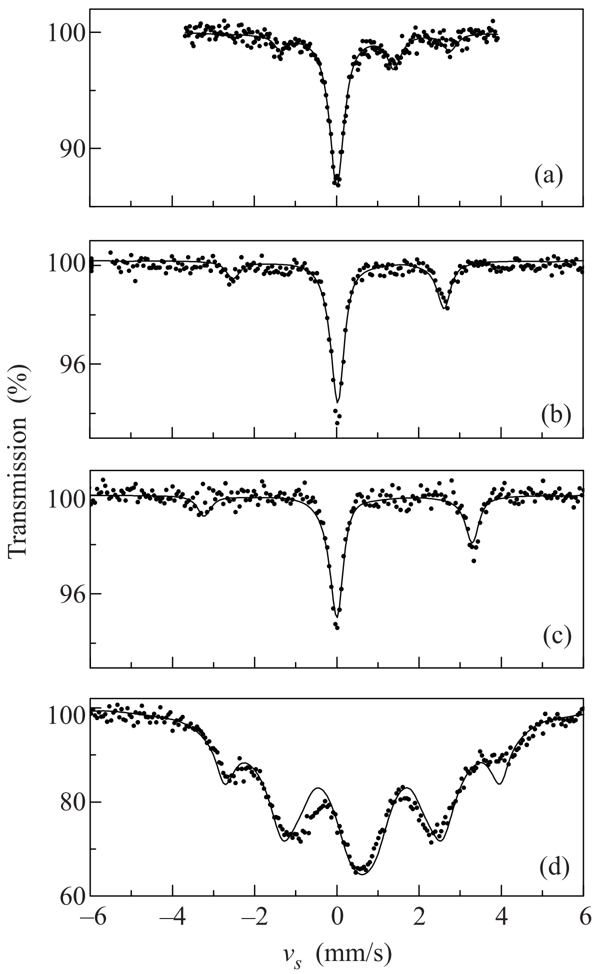

Рис.2. $T = 70\,^\circ$C, эффективная толщина $ty = 135$; (a), (b), (c) – спектры РВ, (d) – спектр поглощения в условиях РЧ перемагничивания образца ($FeBO_3$). (a) $\Omega = 8$ МГц; (b) $\Omega = 15$ МГц; (c) $\Omega = 19$ МГц; (d) $\Omega = 19$ МГц

$$\frac{\partial \mathrm{E}_0\,(y,t)}{\partial y} = -\frac{2\pi}{c} J_0(y,t), \tag{1}$$

где $J_0\,(y,t)$ – медленно меняющаяся амплитуда плотности тока перехода $J\,(y,t)$ для системы мессбауэровских ядер. Тем самым мы остаемся в рамках модели, введенной ранее [3] для описания УЗ сателлитов. Представим $J\,(y,t)$ как интеграл в $\mathbf{k}$-пространстве:

$$J(y,t) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{kr}} \sum_a \left\langle \Psi_a(t) | \hat{j}(\mathbf{k}) | \Psi_a(t) \right\rangle e^{-i\mathbf{kr_a}}. \tag{2}$$

Вклад отдельного мессбауэровского ядра в (2) имеет вид [3]

$$\left\langle \Psi_a(t)|\hat{j}(\mathbf{k})|\Psi_a(t)\right\rangle = -i(\hbar)^{-1}\left\langle m'|\hat{j}(\mathbf{k})|M'\right\rangle \times \\ \times \int_{-\infty}^{t} dt' \left\langle M'|\hat{U}^e(t,t')|M\right\rangle \left\langle M|\hat{V}_a(t')|m''\right\rangle \times \\ \times \left\langle m''|\hat{U}^g(t',t)|m'\right\rangle, \tag{3}$$

$\Psi_a(t)$ – волновая функция a-го ядра, которая определена операторами эволюции ядра в возбужденном (e) и основном (g) состояниях $\hat{U}^{e,g}(t,t')$ в представлении спиновых состояний $|M\rangle$ и $|m\rangle$:

$$\hat{U}^{e,g}(t,t') = \hat{T}\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\int_{t'}^{t} d\tau\cdot\hat{H}_1^{e,g}(\tau)\right), \\ \hat{H}_1^{e,g}(t) = \hat{H}_0 + \hat{H}_{hf}^{e,g}(t), \tag{4}$$

где $\hat{H}_0$ и $\hat{H}_{hf}^{e,g}(t)$ – гамильтонианы свободного ядра и сверхтонкого взаимодействия. Оператором $\hat{V}_a(t) = i\omega^{-1}\hat{j}^*(\mathbf{k}_\gamma)E_0(y_a,t)\exp i(\mathbf{k}_\gamma\mathbf{r}_a - \omega t)$ в (3) представлено взаимодействие ядра с гамма-фотоном. РЧ поле приводит к следующим изменениям в (2) и (3): а) координаты ядер получают приращение как результат магнитострикционных колебаний $\mathbf{r}_a \to \mathbf{r}_a + \mathbf{u}_a(t)$ и б) сверхтонкое взаимодействие приобретает периодическую зависимость от времени $\hat{H}_{hf}^{e,g}(t) = \hat{H}_{hf}^{e,g}(t+T)$, $T = 2\pi/\Omega$, благодаря РЧ модуляции сверхтонкого поля B_{hf} с частотой Ω. Последний процесс особенно прост, если $H_{rf} \gg H_a$, где H_{hf} – амплитуда РЧ поля, а H_a – поле магнитной анизотропии. В этом случае зависимость $\hat{H}_{hf}^{e,g}(t)$ хорошо аппроксимируется периодической ступенчатой функцией $\Phi(t)$: $\hat{H}_{hf}^{e,g}(t) = -\varepsilon_{e,g}\hat{I}_z^{e,g}\Phi(t)$, $\varepsilon_{e,g} = \gamma_{e,g}\hbar B_{hf}$; $\Phi(t) = 1$ при $Tn - \frac{T}{2} < t < Tn$ и $\Phi(t) = -1$ при $Tn < t < \frac{T}{2} + Tn$, n – целое.

Используя такое представление $\hat{H}_{hf}^{e,g}(t)$, (3) перепишем как

$$\left\langle \Psi_a(t)|\hat{j}(\mathbf{k})|\Psi_a(t)\right\rangle = (\omega\hbar)^{-1}\left\langle m|\hat{j}(\mathbf{k})|M\right\rangle \int_{-\infty}^{t} dt' \times \tag{5}$$

$$\times \exp[-i(\omega_0 - i\Gamma/2)(t-t')]\left\langle M|\hat{j}^*(\mathbf{k}_\gamma)|m\right\rangle \mathrm{E}_0(y_a,t')\times$$

$$\times \exp i(\mathbf{k}_\gamma\mathbf{r}_a - \omega t')\exp(-i\Omega_{mM}S(t,t'))\exp(i\mathbf{k}_\gamma\mathbf{u}_a(t')),$$

$$S(t,\, t') = S(t) - S(t'),\; S(t) = \int_0^t \Phi(\tau)d\tau; \\ \Omega_{mM} = (\varepsilon_g m - \varepsilon_e M)/\hbar. \tag{6}$$

После подстановки (5) в (2) и суммирования по координатам резонансных ядер, введем медленно меняющуюся амплитуду $J_0(y,t)$ рассеянного вперед излучения. Временная зависимость $J_0(y,t)$ в (1) определяется соотношением

$$J_0(y,t) = N_0 f_{L-M}(\omega\hbar)^{-1}\left|\left\langle m|\hat{j}(\mathbf{k}_\gamma)|M\right\rangle\right|^2 \times \\ \times \int_{-\infty}^{t} dt' \exp[-i(\omega_0 - \omega - i\Gamma/2)(t-t')] \times \\ \times \exp[-i\Omega_{mM}(S(t) - S(t'))]\,\mathrm{E}_0(y,\, t')\times \\ \times \exp(-i\mathbf{k}_\gamma\,\mathbf{u}_a(t))\exp(i\mathbf{k}_\gamma\,\mathbf{u}_a(t')). \tag{7}$$

Выражение (7) получено при условии, что ядра колеблются синфазно в пределах достаточно большого объема, $\mathbf{u}_a(t) = \mathbf{u}_0\sin(\Omega t + \varphi)$. Мы используем разложение $\exp(\pm i\mathbf{k}_\gamma\,\mathbf{u}_a(t)) = \sum_p J_p(\mathbf{k}_\gamma\,\mathbf{u}_0)\exp(\pm ip(\Omega t + \varphi))$, где $J_p(b)$ – функции Бесселя, а периодическую функцию $S(t)$ представим как

$$\exp(i\Omega_{mM}S(t)) = \sum_n a_n^{mM}\exp(-in(\Omega t + \varphi)).$$

Здесь введена случайная фаза φ, чтобы совместить временную шкалу ядерных переходов с временной шкалой РЧ поля. Для a_n^{mM} легко найти:

$$a_n^{mM} = \frac{1}{T}\frac{-2i\Omega_{mM}\left(1 - \exp\left(-i\Omega_{mM}{}^{T}\!/_{2}\right)(-1)^n\right)}{\Omega_{mM}^2 - (\Omega n)^2}. \tag{8}$$

Далее предполагается, что РЧ динамика поглотителя приводит к периодической зависимости амплитуды гамма-волны от времени, то есть $E_0(y,t') = \sum_l c_l(y)\exp(-i\Omega lt')$, с граничным условием $c_l(0) \sim \delta_{l0}/(\omega_s - \omega + i\Gamma/2)$ для лоренцевой формы излучения источника. Это позволяет нам разложить обе части уравнения (1) в ряд Фурье и приравнять коэффициенты при одинаковых гармониках. Получим систему уравнений:

$$\partial c_l^s/\partial y = \sum_l G_{ll'}^{ss'}c_{l'}^{s'}(y), \tag{9}$$

$$G_{ll'}^{ss'} = it\sum_{q,mM}\frac{A_{mM}^{ss'}a_{q-l}^{mM*}a_{q-l'}^{mM}\exp(i\varphi(l-l'))}{\omega_a - \omega - \Omega q - i\Gamma/2}, \tag{10}$$

где $t = \sigma_0 N_0 f_{L-M}$. Система уравнений (9) описывает процесс генерации сателлитов мессбауэровского излучения по мере его прохождения через поглотитель. Здесь введена поляризация s гамма-излучения, σ_0 – максимальное сечение поглощения, N_0 – концентрация мессбауэровского изотопа, f_{L-M} – фактор

Лэмба-Мессбауэра, ω_a – положение линии поглотителя. Выражение (10) получено с учетом только механизма РЧ переключения поля, то есть при $\mathbf{u}_a(t) = 0$.

В нашем эксперименте волновой вектор гамма-фотона перпендикулярен к возможным направлениям сверхтонкого поля в поглотителе. В этом случае каждому гамма-переходу mM соответствует определенная линейная поляризация, и рассеяние вперед не приводит к изменению поляризации гамма-фотона. Следовательно, параметр $A^{ss'}_{mM}$ и матрица $G^{ss'}_{ll'}$ диагональны по s (значению $s = 0(1)$ соответствует линейная поляризация, параллельная (перпендикулярная) полю на ядре):

$$A^{ss'}_{mM} = \delta_{ss'} A^{s}_{mM}\Gamma/4, \tag{11}$$

где A^{s}_{mM} определяет относительную интенсивность перехода mM с поляризацией s.

Запишем также матрицу $G^{ss'}_{ll'}$ на случай $\mathbf{u}_a(t) \neq 0$ с учетом как РЧ переключения, так и магнитострикции:

$$G^{ss'}_{ll'} = \tag{12}$$

$$= it \sum_{q,mM,p,p'} \frac{A^{ss'}_{mM} a^{mM*}_{q-l-p} J_p(b)\, a^{mM}_{q-l'-p'} J_{p'}(b)\, e^{i\phi(l-l')}}{\omega_a - \omega - \Omega q - i\Gamma/2}.$$

Если же перемагничивание отсутствует, но $\mathbf{u}_a(t) \neq 0$, $G^{ss'}_{ll'}$ принимает вид

$$G^{ss'}_{ll'} = it \sum_{mM,q} \frac{A^{ss'}_{mM} \exp(i\varphi(l-l'))\, J_{l+q}(b)\, J_{l'+q}(b)}{\omega_a + \Omega_{mM} - \omega - \Omega q - i\Gamma/2}, \tag{13}$$

что представляет обобщение формулы (3.20) из [3] на случай стационарного сверхтонкого взаимодействия.

Моделирование спектров РВ на основе системы уравнений (9) включает, в первую очередь, вычисление матрицы $G^{ss'}_{ll'}$, далее – численное решение этой системы, порядок которой подбирается таким, чтобы обеспечить сходимость решения. Алгоритм вычисления спектра РВ (эмиссионного спектра поглотителя) для толщины мишени y может быть представлен соотношением

$$I(\tilde\omega, y, \omega_s, \omega_a) \sim \Gamma/2\pi \sum_l \left[(\omega_s - \tilde\omega + l\Omega)^2 + (\Gamma/2)^2\right]^{-1} \times \left|\{\exp(\mathbf{G}(\omega_a, \tilde\omega - l\Omega, \varphi)\, y)\}_{l0}\right|^2_{\varphi}.$$

Этот спектр подвергается свертке с функцией формы линии анализатора $\varphi_A(\tilde\omega, \tilde\omega_A)$, прежде чем сопоставить ему экспериментальный спектр РВ:

$$I_{eff}(\tilde\omega_A, y, \omega_s, \omega_a) \sim \int d\tilde\omega I(\tilde\omega, y, \omega_s, \omega_a)\, \varphi_A(\tilde\omega, \tilde\omega_A). \tag{14}$$

Вычисления по (14) воспроизводят все особенности наблюдаемых спектров РВ: наличие сателлитов только четного порядка, быстрый спад интенсивности с ростом их порядка и асимметрию сателлитной структуры при $\omega_s \neq \omega_a$ (см. рис.2). Интегрируя (14) по $\tilde\omega_A$ и представляя результат как функцию ω_s, можно получить спектр поглощения (с учетом эффектов толщины)

$$\begin{aligned} W_{abs}(\omega_s, \omega_a, y) &\sim \int d\tilde\omega_A I_{eff}(\tilde\omega_A, y, \omega_s, \omega_a) \sim \\ &\sim \int\int d\tilde\omega_A d\tilde\omega I(\tilde\omega, y, \omega_s, \omega_a)\, \varphi_A(\tilde\omega, \tilde\omega_A) \sim \\ &\sim \int d\tilde\omega I(\tilde\omega, y, \omega_s, \omega_a). \end{aligned} \tag{15}$$

Здесь уместно заметить, что вычисленный согласно (15) спектр имеет также сателлитную структуру, с расстоянием между сателлитами Ω (см. рис.2d).

Выражения (11) и (12) включают механизм РЧ перемагничивания системы, что является причиной проявления РЧ коллапса сверхтонкой структуры в спектрах, вычисляемых по формулам (14) и (15). В случае спектра поглощения каждый из сателлитов (в том числе основная линия) является результатом РЧ коллапса, то есть ширина сателлитов убывает по мере роста Ω. В спектрах РВ ширина сателлитных линий от Ω не зависит, коллапс теперь проявляется в том, что с ростом частоты Ω происходит уменьшение диапазона значений $|\omega_s - \omega_a|$, обеспечивающих сателлитную структуру спектров РВ при равных других условиях. Обе эти закономерности являются следствием принятой модели формирования сателлитов.

4. Моделирование РЧ мессбауэровских спектров как в схеме РВ, так и поглощения проводилось на основе формул (14) и (15). Часть этих спектров приведена на рис.2. Общий анализ по результатам эксперимента, а также расчетов сводится к следующему.

Данная работа в целом подтверждает эффективность процессов РЧ переключения сверхтонкого поля в борате железа (в слабом ферромагнетике), вывод, сделанный в работе [10] по результатам мессбауэровского поглощения на том же образце ($FeBO_3$). В то же время результаты, полученные в этой работе, дополняют данные измерений [10] как по методике, так и по условиям эксперимента. В [10] измерения проводились при комнатной температуре и при достаточно высоких частотах (36 и 64 МГц). Форма спектров определялась, в первую очередь, магнитострикцией и только с ростом интенсивности РЧ поля (порядка 10 Э) проявлялся коллапс сверхтонкой структуры (одновременно эффект магнитострикции уменьшался). В противоположность [10], наши измерения проводились при низких частотах и высоких температурах. Температура измерения спектров РВ ($\sim 70\,^\circ$C) вблизи точки магнитного перехода ($75\,^\circ$C) обеспечила режим РЧ перемагничивания уже при амплитудах 2–3 Э, а использование низких частот делало ступенчатую модель наиболее адекватной для его описания. Логично в этом случае ожидать минимального проявления магнитострикции. Именно это позволило получить мессбауэровские спектры РВ в режиме РЧ переключения поля на ядре без заметных признаков магнитострикции.

Анализ на основе проведенных измерений указывает на существенную роль когерентности неупругого рассеяния при формировании спектров РВ в режиме РЧ переключения поля на ядре, как и в случае УЗ спектров РВ [3]. Следующие из этого РЧ эффекты при прохождении мессбауэровского излучения через магнитную среду, например, эффект усиления радиационного канала [3], требуют дальнейшего изучения и будут опубликованы. В первую очередь, здесь мы ожидаем зависимость искомых эффектов от механизма РЧ воздействия, магнитострикции или РЧ переключения поля. Отличием последнего механизма, как было показано выше, является формирование только сателлитов четного порядка в спектре РВ. Это связано с интерференцией амплитуд рамановского рассеяния на различных сверхтонких переходах mM внутри (10) для $G^{ss'}_{ll'}$ в случае РЧ переключения, в отличие от случая УЗ (магнитострикции), выражение (13) (см. более подробно [11]).

5. Нами исследованы мессбауэровские спектры рассеяния вперед на $FeBO_3$ с учетом возможных механизмов РЧ воздействия на образец. В спектрах РВ обнаружены сателлиты, отстоящие от основной линии на величину, кратную двойной частоте РЧ поля. Модельные спектры на основе РЧ переключения поля на ядре воспроизводят экспериментальные спектры: согласие теории и эксперимента достигнуто по всем трем характерным особенностям измеренных спектров, описанным выше. Предложенная модель (РЧ переключения поля) обнаруживает существенную роль интерференции рамановских амплитуд рассеяния гамма-фотонов в формировании спектров РВ. Наиболее интересным следствием интерференции является наблюдение сателлитов четного порядка в спектрах РВ, эффект, предсказанный в работе [11]. Это исследование в определенной степени дополняет серию работ [$1-3,12$] предыдущих лет. Нам представляется, что РЧ мессбауэровские измерения в схеме РВ могут быть с успехом применены для изучения динамики магнитных структур во внешних полях, в том числе структур функционального назначения.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект # 08.02.00903-а). Авторы благодарят Г.В. Смирнова за предоставленные образцы.

1. J. Asher, T. E. Cranshaw, and L. A. O'Connor, J. Phys. A: Math., Nucl, Gen. **7**, 410 (1974).
2. L. T. Tsankov, J.Phys.A: Math., Gen. **13**, 2959 (1980); **14**, 275 (1981).
3. Yu. V. Shvydko and G. V. Smirnov, J. Phys.: Condens. Matter **4**, 2663 (1992).
4. F. G. Vagizov, R. A. Manapov, E. K. Sadykov et al., Hyp. Int. **188**, 143 (2009).
5. Э. К. Садыков, В. В. Аринин, Ф. Г. Вагизов, Письма в ЖЭТФ **82**, 484 (2005).
6. Yu. V. Shvydko, S. L. Popov, and G. V. Smirnov, J. Phys.: Condens. Matter **5**, 1557 (1993).
7. L. Pfeiffer, N. D. Heiman, and J. C. Walker, Phys. Rev. B **6**, 74 (1972).
8. S. Olariu, I. Popescu, and C. B. Collins, Phys. Rev. C **23**, 1007 (1981); S. Olariu, Phys. Rev. B **37**, 7698 (1988).
9. A. Ya. Dzyublik, Phys. Stat. Sol. (b) **194**, 699 (1996).
10. M. Kopcewicz, H. Engelmann, S. Stenger et al., Appl. Phys. A **44**, 131 (1987).
11. А. Я. Дзюблик и В. Ю. Спивак, УФЖ **42**, 390 (2002).
12. Yu. V. Shvyd'ko, Phys. Rev. B **59**, 9132 (1999).