Письма в ЖЭТФ, том 92, вып. 5, с. 364 – 368 © 2010 г. 10 сентября

Влияние диффузионного тока на гистерезисное поведение в системе связанных джозефсоновских переходов

Ю. М. Шукринов[+*∇1)], *И. Р. Рахмонов*[+*]

[+] *Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия*

[*] *Физико-технический институт им. С.У. Умарова АН РТ, 734063 Душанбе, Таджикистан*

[∇] *Max-Planck-Institute for the Physics of Complex Systems, 01187 Dresden, Germany*

Поступила в редакцию 10 июня 2010 г.

После переработки 15 июля 2010 г.

Проведено детальное исследование фазовой динамики и вольт-амперных характеристик в системе связанных джозефсоновских переходов. Рассчитана зависимость сверхпроводящего, квазичастичного, диффузионного токов и тока смещения от величины полного тока через систему. Исследована роль диффузионного тока в формировании вольт-амперной характеристики и показано его влияние на процесс ветвления вольт-амперной характеристики и величину тока возврата. Получено качественное согласие результатов расчета с экспериментальными данными.

Система $N+1$ сверхпроводящих слоев (S-слоев) в анизотропном высокотемпературном сверхпроводнике (ВТСП), характеризующихся параметром порядка $\Delta_l(t) = |\Delta|\exp(i\theta_l(t))$ с зависящей от времени фазой $\theta_l(t)$, образует N джозефсоновских переходов (ДП) [1]. Толщина S-слоев в ВТСП ($\sim 3\,\text{Å}$) сравнима с дебаевской длиной экранирования электрического заряда r_D, поэтому в отдельном S-слое нет полной экранировки заряда и электрическое поле, наведенное в отдельном джозефсоновском переходе, проникает в соседние. Электрическая нейтральность S-слоев оказывается динамически нарушенной, и в случае переменного эффекта Джозефсона возникает емкостная связь между переходами [2]. Отсутствие полного экранирования заряда в S-слое приводит к обобщенному скалярному потенциалу слоя Φ_l, определяемому через скалярный потенциал ϕ_l и производную фазы сверхпроводящего параметра порядка θ_l как $\Phi_l(t) = \phi_l - V_0(d\theta_l/dt)$, где $V_0 = \hbar\omega_p/2e$, $\omega_p = \sqrt{2eI_c/\hbar C}$ есть плазменная частота, I_c – критический ток и C – емкость ДП. Обобщенный скалярный потенциал связан с величиной плотности заряда Q_l на S-слое посредством $Q_l = -\frac{\Phi_l}{4\pi r_D^2}$.

Когда через стек связанных ДП проходит внешний электрический ток, система оказывается в неравновесных условиях [3]. При этом возникает диффузионный вклад I^l_{dif} в квазичастичный ток, обусловленный разностью обобщенных скалярных потенциалов $I^l_{dif} = (\Phi_l - \Phi_{l-1})/R_n$, где R_n – сопротивление ДП в резистивном состоянии. В работе [4] мы учли диффузионный ток (DC) в рамках модели ДП с емкостной связью (CCJJ-модель) и назвали ее CCJJ+DC-модель. Возникающая при этом система нелинейных дифференциальных уравнений для разности фаз является частью более общей модели, рассмотренной Мачидой с соавторами в рамках микроскопической теории [5]. С помощью CCJJ+DC-модели был получен ряд новых и интересных результатов, в частности, показано наличие параметрического резонанса и рождение продольной плазменной волны в системе связанных ДП [6]. Важным является также тот факт, что в отличие от CCJJ-модели, в CCJJ+DC-модели ветвистая структура вольт-амперной характеристики (ВАХ) является эквидистантной [4], что, обычно, и наблюдается в эксперименте [7]. Однако роль диффузионного тока в формировании ВАХ и в гистерезисном поведении системы не была исследована до настоящего времени. Не был понятен и механизм влияния диффузионного тока на процесс ветвления ВАХ и величину тока возврата.

В настоящем сообщении мы приводим результаты исследования ВАХ системы связанных ДП и зависимости сверхпроводящего, квазичастичного, диффузионного токов и тока смещения от величины полного тока в рамках обеих моделей: CCJJ и CCJJ+DC. Мы показываем, что наличие только емкостной связи между джозефсоновскими переходами, как это имеет место в CCJJ модели, не позволяет объяснить гистерезисное поведение внутренних джозефсоновских переходов в ВТСП. Наблюдаемое экспериментально завышенное значение тока возврата на ВАХ в сравнении с оценками, основанными на модели несвязанных переходов [8], находит свое объяснение в рамках CCJJ+DC-модели. При этом учет

[1)] e-mail: shukrinv@theor.jinr.ru

диффузионного тока является принципиально важным.

Опишем вкратце экспериментальные результаты, приведенные в работе [7], и основанные на них выводы. Ветви на экспериментальной ВАХ стека из 8 внутренних ДП в $Bi_2Sr_2CaCu_2O_y$ при температуре $T = 77$ K близки к линейным, наблюдается гистерезис, величина критического тока во всех переходах практически одинакова и составляла $I_c = 240$ мкА. Поскольку последняя ветвь экстраполируется к нулевому току при нулевом напряжении, из величины суммарного напряжения $\Delta V = 39.1$ мВ и $N = 8$ находится, что сопротивление перехода R_n в каждом внутреннем ДП составляет 20.4 Ом. Зная площадь ДП $S = 25$ мкм^2, полагая толщину диэлектрического слоя равной $d_t = 12$ Å, и в предположении, что $\varepsilon_r = 10$, находится, что емкость перехода $C = \varepsilon S/d_t$ равна 1.84 пФ. Используя эти значения, можно оценить величину параметра МкКамбера $\beta_c(77\text{ K}) \approx 560$. Тогда при отсутствии связи между переходами в рамках модели Заппе [8, 9], не учитывающей связь между ДП, на основе соотношения $I_r/I_c = 4/\pi\beta_c^{-1/2}$ при $\beta_c \gg 1$ получаем $I_r \simeq 13$ мкА (или $I_r/I_c = 0.054$). *Эта величина существенно отличается от экспериментального значения* $I_r = 45$ мкА (или $I_r/I_c = 0.188$), приведенного в работе [7].

Для прояснения ситуации с определением тока возврата в системе внутренних ДП и выяснения роли диффузионного тока в формировании ВАХ, нами проведены детальные исследования фазовой динамики в системе связанных ДП. В отсутствии в S-слое полного экранирования заряда, джозефсоновское соотношение для калибровочно инвариантной разности фаз между S-слоями $\varphi_l(t) = \theta_l(t) - \theta_{l-1}(t) - \frac{2e}{\hbar}\int_{l-1}^{l} dz A_z(z,t)$ обобщается [10]:

$$\frac{d\varphi_l}{dt} = V_l - \alpha(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l). \qquad (1)$$

Здесь $A_z(z,t)$ есть векторный потенциал в барьере, параметр α характеризует величину емкостной связи между ДП. То есть, в отличие от равновесного случая, производная разности фаз φ_l в l-м переходе зависит теперь не только от напряжения $V_l \equiv V_{l,l-1}$ в данном ДП, но и от напряжений в соседних $l-1$ и $l+1$ ДП. Полный ток I в рассматриваемой CCJJ+DC модели есть сумма джозефсоновского I_s, квазичастичного I_{qp}, диффузионного I_{dif} токов и тока смещения I_{disp}:

$$I = I_s + I_{qp} + I_{\text{dif}} + I_{\text{disp}}. \qquad (2)$$

В нормированных единицах (безразмерное время $t\omega_p$; напряжение в единицах $V_0 = \hbar\omega_p/2e$; ток в единицах I_c) выражения для токов, являющихся компонентами полного тока I в (7),

$$I_{dif} = \alpha\beta\left(2\frac{d\varphi_l}{dt} - \frac{d\varphi_{l+1}}{dt} - \frac{d\varphi_{l-1}}{dt}\right), \qquad (3)$$

$$I_s = \sin\varphi_l - \alpha(\sin\varphi_{l+1} + \sin\varphi_{l-1} - 2\sin\varphi_l), \qquad (4)$$

$$I_{qp} = \beta\frac{d\varphi_l}{dt} = \beta[V_l - \alpha(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l)], \qquad (5)$$

$$I_{disp} = \frac{d^2}{dt^2}\varphi_l = \frac{dV_l}{dt} - \alpha(\frac{dV_{l+1}}{dt} + \frac{dV_{l-1}}{dt} - 2\frac{dV_l}{dt})]. \quad (6)$$

Параметр диссипации β связан с параметром МкКамбера β_c посредством $\beta^2 = 1/\beta_c$ Обобщенное соотношение Джозефсона (1) совместно с выражением для полного тока (2) приводит к системе нелинейных дифференциальных уравнений для разностей фаз φ_l в каждом ДП:

$$\frac{d^2}{dt^2}\varphi_l = (I - \sin\varphi_l - \beta\frac{d\varphi_l}{dt}) + \alpha(\sin\varphi_{l+1} + \sin\varphi_{l-1} - 2\sin\varphi_l) + \alpha\beta(\frac{d\varphi_{l+1}}{dt} + \frac{d\varphi_{l-1}}{dt} - 2\frac{d\varphi_l}{dt}), \qquad (7)$$

которая с учетом граничных условий определяет фазовую динамику системы связанных ДП. Данная система уравнений решается численно с использованием методом Рунге-Кутта четвертого порядка; напряжение на каждом переходе $V_l(t)$ определяется из обобщенного соотношения Джозефсона. Полное напряжение стека вычисляется как сумма усредненных по времени напряжений на каждом ДП. Все расчеты, представленные в данном сообщении, проведены для стека из 9 связанных ДП при $\alpha = 1$, $\beta = 0.2$ и периодических граничных условий. Временной домен для вычислений составляет 1000 единиц с шагом дискретизации 0.05. Шаг по току равен 0.005, а в интервале внешнего тока 0.2–0.7 составляет 0.00001. Детали процедуры расчета можно найти в работе [11]. На рис.1 представлены ВАХ системы, рассчитанные в рамках CCJJ и CCJJ+DC моделей. Обратим внимание на поведение ВАХ в гистерезисной области, увеличенная часть которой показана на вставке. Как видно из этого рисунка, обе модели приводят к ветвлению ВАХ, однако число ветвей и интервал ветвления по внешнему току значительно различаются. Ветви ВАХ в гистерезисной области показаны стрелками на вставке к рис.1. *Учет диффузионного тока в CCJJ+DC модели существенно уменьшает гистерезис в системе, приводя к росту тока возврата на ВАХ.*

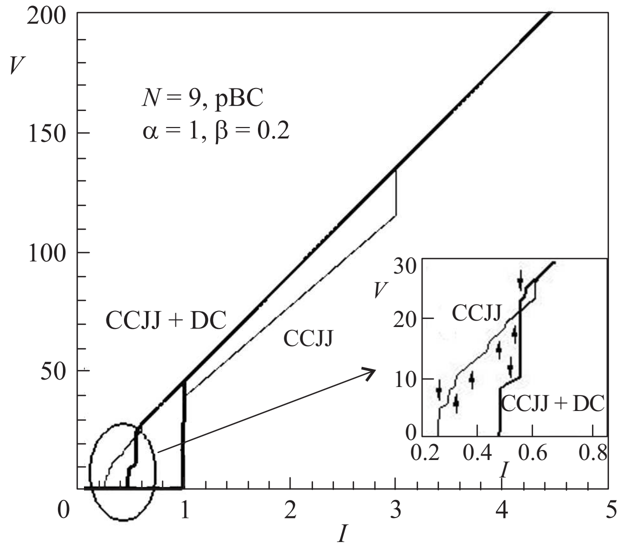

Рис.1. ВАХ стека из 9 связанных ДП, рассчитанные в рамках CCJJ и CCJJ+DC моделей при $\alpha = 1$, $\beta = 0.2$ и периодических граничных условиях. Ток I нормирован на величину I_c, напряжение V – на V_0. Безразмерные ток и напряжение определялись с точностью до шестого знака после запятой, то есть 10^{-6}. На вставке показана увеличенная часть ВАХ в гистерезисной области

Чтобы понять причину такого влияния, нами проведено детальное исследование зависимости каждого из токов (3)–(6) от величины базового тока I. Изменение усредненных про временному домену сверхпроводящего I_s, квазичастичного I_{qp}, диффузионного I_{dif} токов и тока смещения I_{disp} в первых двух переходах при изменении базового (полного) тока I через стек представлено на рис.2. Видно, например, что при увеличении I джозефсоновский ток I_s и квазичастичный I_{qp} в этих переходах демонстрируют обычное поведение: I_s нарастает в интервале от нуля до $I = I_c$ и резко падает до некоторого малого значения при $I = I_c$, уменьшаясь до нуля при дальнейшем увеличении I; квазичастичный же ток I_{qp} отсутствует при $I < I_c$, а при $I = I_c$ принимает значение, близкое к $I = I_c$, и далее растет практически линейно [9]. Диффузионный ток и ток смещения отсутствуют при увеличении I в области $I < I_c$, проявляя всплеск на отдельных ДП при $I = I_c$.

Нас интересует гистерезисная область. При уменьшении I в этой области уменьшается и напряжение на стеке и, соответственно, частота джозефсоновских осцилляций ω_J. Как показано в работах [6, 12], при $\omega_J = 2\omega_{LPW}$ в системе реализуется параметрический резонанс и происходит возбуждение ППВ, которая является собственной модой колебаний в системе связанных ДП [2]. Это и есть причина начала ветвления на ВАХ. В результате резонанса система переходит из резистивного состояния, в котором все ДП находятся во "вращательном" состоянии ($< d\varphi_l/dt >\neq 0$, $< \sin\varphi_l >= 0$, $< ... >$ означает усреднение по временному домену), в состояние с определенным числом ДП в "осциллирующем" ($< d\varphi_l/dt >= 0$, $< \sin\varphi_l >\neq 0$) состоянии.

Как видно из рис.2a и вставки к нему, при уменьшении I сверхпроводящий ток в гистерезисной области постепенно нарастает во всем исследованном интервале от $I = 1.2$ до $I = 0.569$, а в области ветвления ВАХ (то есть при токах от $I = 0.569$ до $I = 0.497$) испытывает скачки. На вставке нами продемонстрировано нарастание сверхпроводящего тока в интервале $I = 0.690$ до $I = 0.569$, где толщина линии обусловлена осцилляциями тока. В интервале, где происходит ветвление, сверхпроводящий ток в каждом контакте демонстрирует некоторую присущую ему структуру, отражающую происходящие переходы в системе. На рис.2a такую структуру демонстрируют первый и второй ДП стека. Аналогичная структура проявляется на остальных переходах стека и на зависимости других токов от величины базового тока. На рис.2b,c,d мы видим ее также у квазичастичного, диффузионного токов и тока смещения. В частности, ток смещения при уменьшении I демонстрирует осциллирующую зависимость.

Как и в случае сверхпроводящего тока, амплитуда осцилляций тока смещения постепенно нарастает в исследованном интервале от $I = 1.2$ до $I = 0.569$, а в области ветвления ВАХ (то есть при токах от $I = 0.569$ до $I = 0.497$) ток смещения испытывает скачки. Медленное нарастание амплитуды осцилляций тока смещения в интервале от $I = 0.690$ до $I = 0.569$ показано на правой вставке к рис.2d. Скачки отражают происходящие в системе переходы между ветвями на ВАХ (не следует обращать внимания на разный характер кривой до и после $I = 0.7$, который связан с изменением шага по току при численных расчетах. Шаг по току был равен 0.005, а в интервале от $I = 0.7$ до $I = 0.2$ он составлял 0.00001). На левой вставке к рис.2d мы показываем характер осцилляций I_{disp} в первых двух ДП стека. Естественно, эти осцилляции отражаются на зависимости от I других токов.

Важным является демонстрация на рис.2 *факта изменения направления джозефсоновского тока вдоль стека (то есть от первого ко второму ДП) и противоположное направление сверхпроводящего и диффузионного токов в этих двух ДП. То есть, ветвление ВАХ происходит посредством компенсации квазичастичного тока в разных ДП как сверхпроводящим, так*

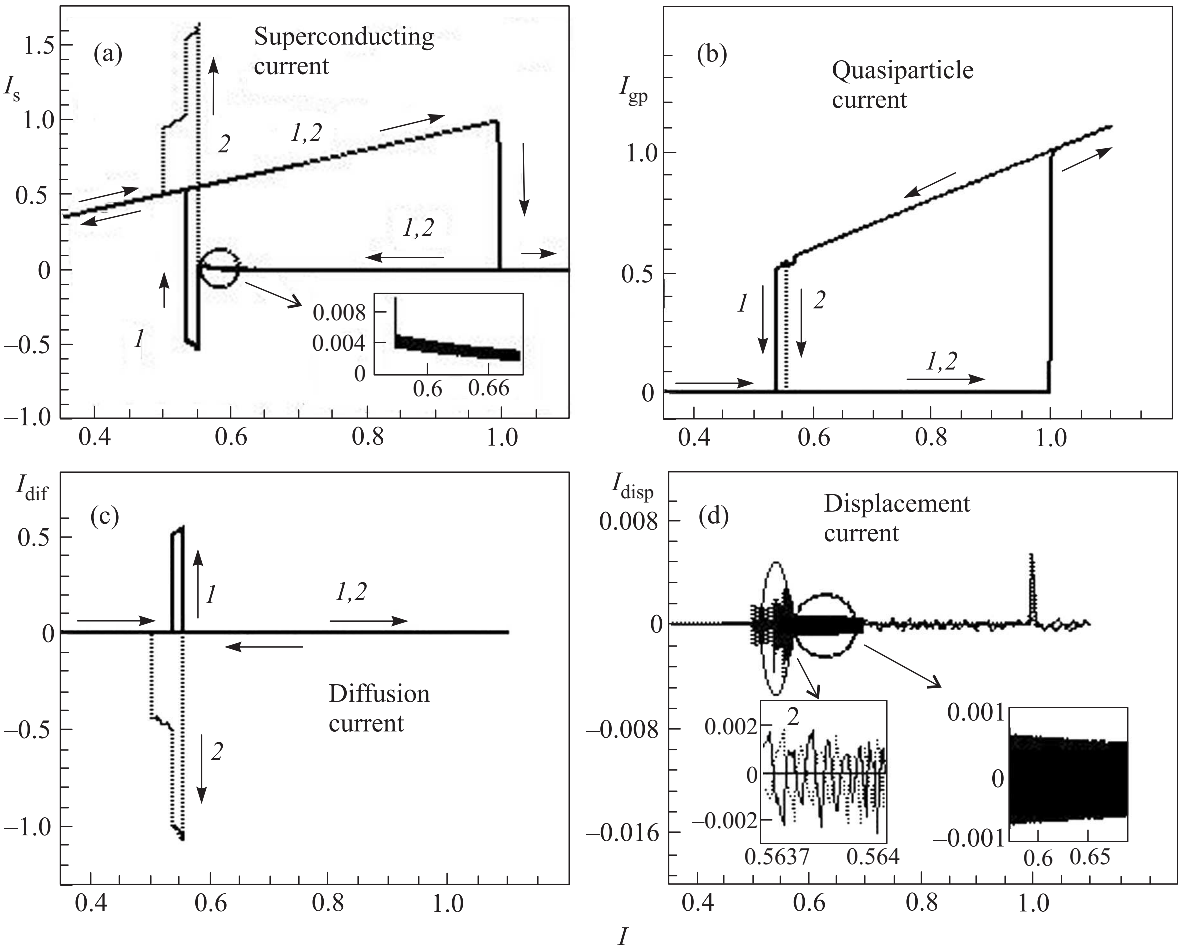

Рис.2. Зависимости сверхпроводящего I_s (a), квазичастичного I_{qp} (b), диффузионного $I_{\rm dif}$ (c) токов и тока смещения $I_{\rm disp}$ (d) в первых двух ДП при изменении базового тока I, рассчитанные в рамках CCJJ+DC модели. Все токи нормированы на величину I_c. Расчет проводился с шагом по внешнему току равным 0.005, а в интервале от $I = 0.7$ до $I = 0.2$ он составлял 0.00001. На вставке к рисунку (a) демонстрируется медленное нарастание джозефсоновского тока. На левой вставке к рисунку (d) мы показываем характер осцилляций $I_{\rm disp}$ в первых двух ДП стека, на правой вставке демонстрируется медленное нарастание амплитуды осцилляций тока смещения

и диффузионным токами. Поскольку такая компенсация (полная или частичная) совершается "одновременно" (при одном и том же значении I) практически во всех ДП стека, ветвление ВАХ происходит в достаточно узком интервале значений базового тока I. Это приводит к значениям тока возврата на ВАХ, значительно превосходящим величину $I_r/I_c = 0.054$, следующую из модели несвязанных ДП при $\beta_c = 560$. Наши расчеты при этом значении параметра МкКамбера и величине параметра связи $\alpha = 1$ дают величину $I_r/I_c = 0.12$, то есть наблюдается качественное согласие с приведенными выше экспериментальными результатами. Таким образом, наличие диффузионного тока и его участие в установлении баланса токов в системе связанных ДП в гистерезисной области имеет принципиальное значение для величины тока возврата.

Для дополнительного подтверждения этой идеи, мы исследовали ВАХ в рамках CCJJ модели, которая учитывает связь между ДП, но не включает в полный ток диффузионный член (3). На рис.3 представлена зависимость сверхпроводящего I_s (a) и квазичастичного I_{qp} (b) токов от величины базового тока I в гистерезисной области, рассчитанная в рамках этой модели. Здесь показаны зависимости для всех ДП стека, и несмотря на то, что кривые частично налагаются друг на друга, рисунок позволяет проследить постепенное переключение ДП из "вращательного" состояния в "осциллирующее". При уменьшении I сверхпроводящий ток монотонно нарастает, оставаясь достаточно малым по отношению к I_c. Мы видим, что в начале области ветвления второй, шестой и восьмой ДП переходят в "осциллирующее" состояние с величиной $I_s \approx 0.5 I_c$; в остальных ДП сверх-

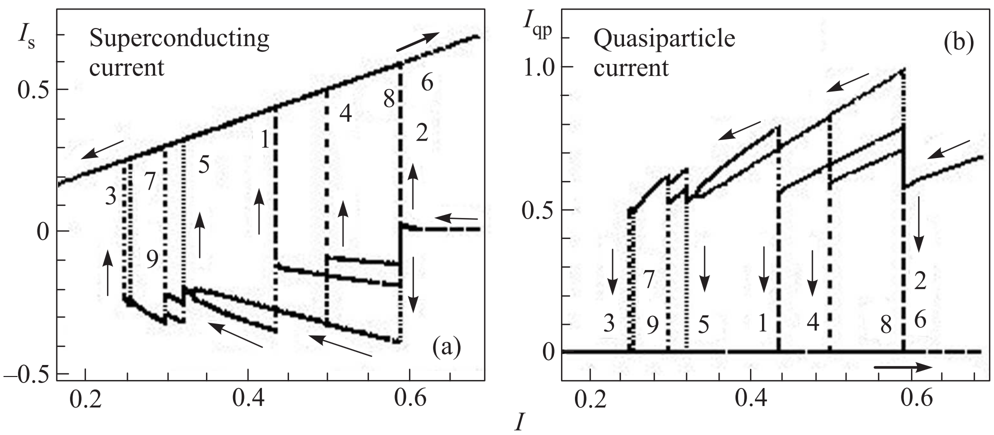

Рис.3. Зависимости сверхпроводящего I_s (a) и квазичастичного I_{qp} (b) токов в гистерезисной области от величины базового тока, рассчитанные в рамках CCJJ модели. Стрелки и цифры указывают зависимости, относящиеся к разным ДП в стеке

проводящий ток возрастает скачком по абсолютной величине, приобретая направление, противоположное базовому току. Соответствующие изменения происходят на зависимости $I_{qp}(I)$, показанной на рис.3b. Цифры и стрелки указывают зависимости, относящиеся к определенным ДП. Следует отметить, что расчеты проведены при тех же значениях параметров и тех же условиях, что и в CCJJ+DC модели.

Как мы видим, здесь ситуация совершенно иная: в области ветвления *величина сверхпроводящего тока существенно меньше квазичастичного, и сверхпроводящий ток имеет во всех ДП одинаковое направление, которое сохраняется при уменьшении базового тока I.* Отсутствие диффузионного тока с разным направлением в соседних ДП, который бы способствовал компенсации квазичастичного тока и переводу ДП в “осциллирующее” состояние, приводит к тому, что ветвление происходит в гораздо большем интервале значений базового тока и, соответственно, к малым значениям величины тока возврата. Таким образом, широко используемая для описания свойств внутренних джозефсоновских переходов в высокотемпературных сверхпроводниках CCJJ модель, не учитывающая диффузионного тока, а также модели, не учитывающие связи между ДП переходами, не могут дать удовлетворительного описания экспериментальных данных.

В заключение отметим, что в настоящей работе нами впервые проведены исследования в гистерезисной области ВАХ системы связанных джозефсоновских переходов зависимости сверхпроводящего, квазичастичного, диффузионного токов и тока смещения от величины полного тока через систему. Эти исследования показали важную роль диффузионного тока в формировании вольт-амперных характеристик системы и позволили получить качественное согласие с результатами эксперимента. Мы считаем, что для получения количественного согласия необходим учет ряда дополнительных эффектов, в частности, влияния флуктуаций при конечных температурах. Мы также полагаем, что полученные результаты будут стимулировать экспериментальные исследования в этой области, в первую очередь, направленные на прямое подтверждение наличия диффузионного тока в системе внутренних джозефсоновских переходов в высокотемпературных сверхпроводниках.

Авторы считают своим долгом выразить благодарность Н.М. Плакиде, В.А. Осипову, Л.А. Фальковскому, T. Koyama, M. Machida за полезные обсуждения.

1. R. Kleiner, F. Steimmeyer, G. Kunkel, and P. Muller, Phys. Rev. Lett. **68**, 2394 (1992).
2. T. Koyama and M. Tachiki, Phys. Rev. B **54**, 16183 (1996).
3. D. A. Ryndyk, Phys. Rev. Lett. **80**, 3376 (1998).
4. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and P. Seidel, Physica C **449**, 62 (2006).
5. M. Machida, T. Koyama, A. Tanaka, and M. Tachiki, Physica C **331**, 85 (2000).
6. Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi, Phys. Rev. Lett. **98**, 157001 (2007).
7. A. Irie, Yu. M. Shukrinov, and G. I. Oya, Appl.Phys. Lett. **93**, 152510 (2008).
8. H. H. Zappe, J. Appl. Phys. **44**, 1371 (1973).
9. K. K. Likharev, *Dynamics of Josephson Junctions and Circuits Gordon and Breach*, New York, 1986.
10. S. N. Artemenko and A. F. Volkov, Usp. Fiz. Nauk, **128**, 3 (1979) [Sov. Phys. Usp. **22**, 295 (1979)].
11. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, N. F. Pedersen, Phys. Rev. B. **75**, 104508 (2007).
12. Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi, Supercond. Sci.Technol. **19**, S38 (2007).