Письма в ЖЭТФ, том 92, вып. 8, с. 600 – 604 © 2010 г. 25 октября

К вопросу о времени развития параметрической неустойчивости при поляритон-поляритонном рассеянии в планарном полупроводниковом микрорезонаторе

А. А. Дородный[+*1)], *С. С. Гаврилов*[*], *В. Д. Кулаковский*[*], *Н. А. Гиппиус*[#], *С. Г. Тиходеев*[#]

[+] *Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный Московская обл., Россия*

[*] *Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия*

[#] *Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 9 сентября 2010 г.

Показано, что для развития пороговой неустойчивости поляритон- поляритонного рассеяния в планарном полупроводниковом микрорезонаторе при когерентном импульсном возбуждении выше нижней поляритонной ветви необходима минимальная длительность накачки порядка нескольких десятков пикосекунд: заселенность поляритонных мод в областях параметрической неустойчивости должна нарасти от уровня шума до определенного значения, сравнимого с заселенностью возбуждаемой моды.

Введение. Нелинейное поведение оптических систем на основе планарного полупроводникового микрорезонатора интенсивно исследуется в последнее десятилетие. За счет поляризации экситонов электромагнитным полем в резонаторе возникают смешанные экситон-фотонные состояния – экситонные поляритоны. Поляритоны слабо взаимодействуют между собой (через свою экситонную составляющую) и являются ультра-легкими бозонами. Поэтому система поляритонов в микрорезонаторе обладает интересными нелинейными оптическими свойствами, тесно связанными со свойствами слабонеидеального бозе-газа.

Под действием внешнего когерентного электромагнитного излучения (накачки) с планарной компонентой импульса $\mathbf{k}_p$ в резонаторе образуется макрозаполненное состояние, которое можно описать как когерентную макрозаполненную (то есть бозе-конденсатную) моду с планарным импульсом $\mathbf{k}_p$.[2)] Вследствие поляритон-поляритонного рассеяния возможно появление и других бозе-конденсатных мод, например *сигнала* вблизи $\mathbf{k} = 0$ [10 – 12].[3)] При стационарной и квазистационарной накачке было обнаружено, что возникновение макрозаполненного сигнала с $\mathbf{k} \approx 0$ происходит независимо от смещения накачки по углу [13 – 15] и частоте [16] в широких пределах в области точки перегиба нижней поляритонной ветви, что, казалось бы, противоречит закону сохранения энергии и планарного импульса. Однако в случае пикосекундной накачки [17] сигнал отклоняется от $\mathbf{k} = 0$ при смещении накачки в полном соответствии с сохранением энергии-импульса, образуя характерную восьмерку в пространстве планарных импульсов, и когерентной моды вблизи $\mathbf{k} = 0$ не образуется. Поэтому возникает вопрос, анализу которого и посвящена данная статья: почему для развития макрозаполненной сигнальной моды с $\mathbf{k} \approx 0$ необходима некоторая минимальная длительность импульса накачки, и чему она равна?

Эффект возникновения когерентного сигнала с $\mathbf{k} \approx 0$ независимо от смещения накачки по частоте и углу был объяснен [18] взаимовлиянием двух неустойчивостей, возникающих при поляритон-поляритонном рассеянии когерентной накачки: бистабильности самой накачиваемой моды и стимулированного поляритон-поляритонного рассеяния. Появлению сигнала с $\mathbf{k} \approx 0$ предшествует скачок амплитуды поляризации накачиваемой поляритонной моды с нижней на верхнюю часть S-образной кривой ее зависимости от интенсивности накачки (см. на рис.1). В результате накачиваемая поляритонная мода попадает в область сильной неустойчивости относительно

[1)] e-mail: dorodnyy@gmail.com

[2)] Мы рассматриваем эффект поляритонной конденсации в сильно неравновесных Условиях – в том случае, когда конденсатное состояние возникает путем развития неустойчивости и самоорганизации в открытой нелинейной системе, аналогично пороговому эффекту лазерной генерации [1 – 3]. В последние годы также наблюдался эффект бозе конденсации поляритонов в условиях нерезонансной оптической накачки, когда отличие фотовозбужденнной поляритонной системы от квазиравновесной значительно меньше [4 – 9].

[3)] То есть высвечивающуюся по нормали к плоскости микрорезонатора. Одновременно возникает еще одно конденсатное состояние вблизи $\mathbf{k} = 2\mathbf{k}_p$ (холостой сигнал). В дальнейшем основное внимание будет уделено сигнальной моде с $\mathbf{k} \approx 0$.

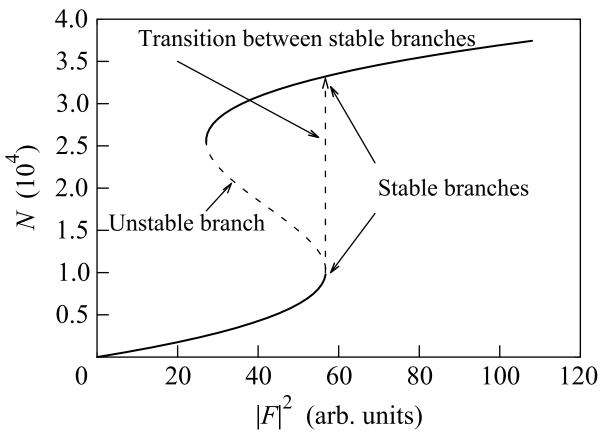

Рис.1. Зависимость заселенности накачиваемой моды от интенсивности накачки $|F|^2$ в стационарном режиме

параметрического поляритон-поляритонного рассеяния, с большим положительным инкрементом нарастания заселенности сигнальных мод $\gamma_s > 0$ (см. ниже) в конечной области фазового пространства вблизи $\mathbf{k} \approx 0$. В дальнейшем, путем самоорганизации, эта взрывная неустойчивость конечной области фазового пространства приводит к возникновению макрозаполненного сигнала с $\mathbf{k} \approx 0$ [2]. В рамках этой модели можно ожидать, что минимальная длительность накачки τ, необходимая для протекания такой многоступенчатой цепочки процессов, определяется временем, необходимым для нарастания сигнала в области $\mathbf{k} \approx 0$ от малого шумового уровня до уровня, сопоставимого с интенсивностью накачиваемой моды.

Это предположение подтверждается численным моделированием протекания поляритон-поляритонного рассеяния при различных длительностях импульса накачки, проведенным в настоящей работе. Сначала описывается изучаемая система и приводятся основные уравнения для моделирования поляритон-поляритонного рассеяния. Затем приводятся и анализируются результаты численного моделирования зависимости величины сигнала в $\mathbf{k} \approx 0$ от интенсивности накачки различной длительности и величины шума в резонаторе.

Модель поляритон-поляритонного рассеяния в планарном микрорезонаторе. Для того чтобы произведенные ниже расчеты могли быть сопоставлены с реальным экспериментом, параметры системы были выбраны в соответствии с экспериментальными [15, 19]. Резонатор состоит из двух брэгговских зеркал, каждое из 17-ти чередующихся четвертьволновых слоев AlAs и $Al_{0.13}Ga_{0.87}As$ с $\varepsilon = 8.8$ и $\varepsilon = 12.0$, соответственно. За счет сильной связи между электрическим полем и экситонной поляризацией ($\Omega \gg \gamma$, Ω – частота Раби, γ – ширина поляритонного уровня) возникают нижняя и верхняя поляритонные ветви, показанные на рис.2. Как и в

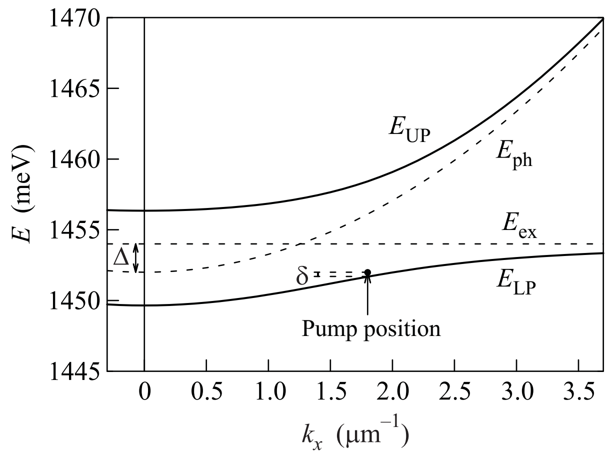

Рис.2. Дисперсии фотонной, экситонной и поляритонных мод при $k_y = 0$. Стрелка показывает положение накачки

экспериментах [15, 19], расстройка между резонаторной модой при $\mathbf{k} = 0$ и экситоном Δ (см. на рис.2) была взята равной 2 мэВ, а накачка – вблизи точки перегиба нижней поляритонной ветви с $\mathbf{k}_p = (k_x, k_y)$, $k_x = 1.8$ мкм$^{-1}$, $k_y = 0$ и положительной расстройкой от нижней поляритонной ветви $\delta = 0.3$ мэВ. Поляритоны образуют слабонеидеальный бозе-газ, взаимодействие в котором обусловливается обменным отталкиванием экситонов [20].

Для описания поляритон-поляритонного рассеяния под действием когерентной накачки воспользуемся системой уравнений для электрического поля внутри резонатора и экситонной поляризации в квазиклассическом приближении [21]. Такое рассмотрение значительно проще рассмотрения, учитывающего составную природу экситона, и в то же время не требует введения феноменологических параметров, как, например, в работе [22]. Его недостатком является то, что оно не принимает во внимание наличие некогерентных состояний в системе. Оказалось, однако, что, по крайней мере при циркулярно поляризованной накачке, этот подход дает близкие к наблюдаемым в эксперименте результаты [23]. В частности, хорошо описывается процесс появления сигнала стимулированного рассеяния в области $\mathbf{k} = 0$. Система уравнений имеет вид

$$\left[i\frac{d}{dt} - E_{\rm ph}(\mathbf{k}) \right] \mathcal{E}(\mathbf{k},t) = \beta(\mathbf{k})\mathcal{P}(\mathbf{k},t) + + \alpha(\mathbf{k})F(\mathbf{k},t), \quad (1)$$

$$\left[i\frac{d}{dt} - E_{\text{ex}}(\mathbf{k})\right]\mathcal{P}(\mathbf{k},t) = A\mathcal{E}(\mathbf{k},t) + \\ + V\sum_{\mathbf{q_1},\mathbf{q_2}}\mathcal{P}^*(\mathbf{q_1}+\mathbf{q_2}-\mathbf{k},t)\mathcal{P}(\mathbf{q_1},t)\times \\ \times\mathcal{P}(\mathbf{q_2},t)+\xi(\mathbf{k},t). \qquad (2)$$

Здесь $\hbar = 1$, $\mathcal{E}(\mathbf{k},t)$ и $\mathcal{P}(\mathbf{k},t)$ – электрическое поле и экситонная поляризация, соответственно, $F(\mathbf{k},t)$ – интенсивность электромагнитного поля накачки вдали от резонатора. Константа $\alpha(\mathbf{k})$ характеризует отклик поля внутри резонатора на внешнюю накачку. V – константа двухчастичного взаимодействия экситонов. Единицы измерения полей в численных расчетах выбраны таким образом, что $V = 1$.

На рис.3 приведен характерный вид рассчитанных распределений заселенности поляритонных мод

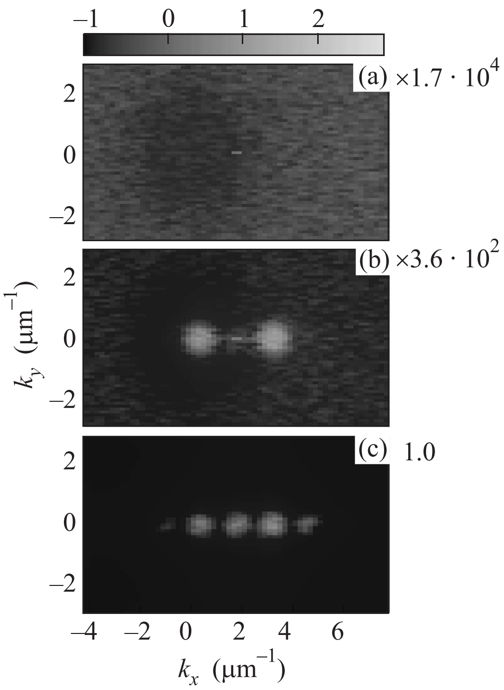

Рис.3. Рассчитанные распределения заселенностей поляритонных мод в логарифмическом масштабе в $\mathbf{k}$-пространстве для $|F|^2$ =200 отн. ед. и $\Delta_t = 1$, 20, 30 пс (панели a, b, c, соответственно)

в $\mathbf{k}$-пространстве для разных длительностей накачки. Зависимость интенсивности накачки от времени всюду бралась гауссовой формы, $|F(\mathbf{k},t)|^2 \propto \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_p)\exp(-4(t-t_0)^2\ln(2)/\Delta_t^2)$, где Δ_t – длительность импульса (на половинной интенсивности). Временной отрезок, на котором производился расчет, в зависимости от Δ_t выбирался таким образом, чтобы, с одной стороны, в исследуемом диапазоне мощностей накачки интенсивность накачки в начальный момент времени была значительно ниже порогового значения, то есть находилась в области линейного отклика системы, а с другой стороны, чтобы в системе успели произойти все интересующие нас события. Мощность накачки на рис.3 близка к дающей максимальную интенсивность рассеяния в область $\mathbf{k} = 0$ для всего исследуемого диапазона Δ_t. При коротком импульсе накачки $\Delta_t \sim 1$ пс мы не видим рассеяния на фоне шума, поскольку наша модель учитывает только когерентные процессы, играющие основную роль в образовании конденсатной сигнальной моды. При увеличении длительности накачки мы видим сначала возникновение сигнала и холостого сигнала в двух небольших областях в $\mathbf{k}$-пространстве, а затем и возникновение следующих порядков рассеяния, для которых ранее образовавшиеся когерентные состояния играют роль накачки.

Для перевода $|\mathcal{P}|^2$ из относительных единиц в заселенность состояний воспользуемся тем, что синий сдвиг экситонного уровня, пропорциональный планарной плотности экситонов, есть $\tilde{V}N$, где, согласно [24], $\tilde{V} = 1.83\cdot 10^{-10}$ мэВ·см^2. Поскольку в единицах уравнения (1), (2) этот синий сдвиг (в мэВ) равен также $V\cdot|\mathcal{P}|^2$, получаем $N = |\mathcal{P}|^2 V/\tilde{V}$. Чтобы перевести плотность N в заселенность состояний необходимо еще домножить получившуюся величину на площадь моделируемого резонатора (см. ниже).

Численное моделирование проводилось в основном на двумерной сетке из $N_x \times N_y = 121 \times 61$ мод. Шаг в k-пространстве соответствовал размеру резонатора 60×60 мкм^2. В некоторых случаях для ускорения качественного исследования производилось большое количество расчетов на упрощенной одномерной сетке 121×1 мод. На такой сетке сохраняется качественная картина поведения системы, поскольку все основные события разворачиваются в плоскости $k_y = 0$. При этом для удобства сравнения результаты расчетов на одномерной сетке мод нормировались так, чтобы максимумы основных зависимостей совпадали с максимумами, рассчитанными на двумерной сетке.

Дисперсия величины заполнения сигнальной моды $\sigma(N)$ усреднялась для двумерной сетки по десяти расчетам, а для одномерной – по пятидесяти. Для каждой накачки проводилось несколько расчетов с целью подавления влияния флуктуаций, связанных с шумом в системе.

Результаты и обсуждение. Для фиксированной продолжительности накачки сигнал стимулированного рассеяния в области $\mathbf{k} = 0$ может возникать только в определенном диапазоне по мощности, см. рис.4. В рамках данной модели это объясняется тем,

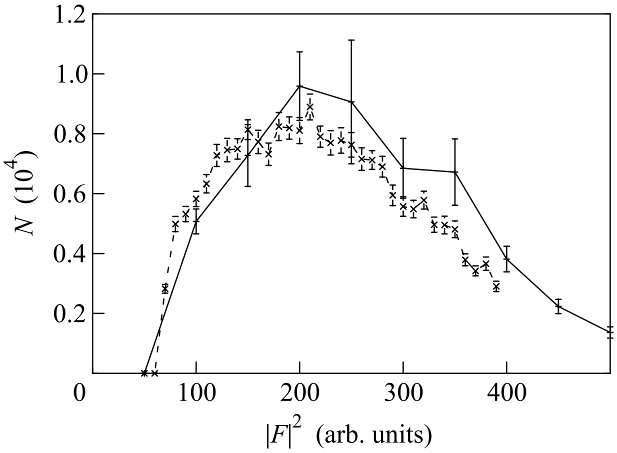

Рис.4. Пиковая заселенность сигнальной моды для площади 60×60 мкм^2 от величины накачки при ее продолжительности 60 пс, рассчитанная на двумерной (сплошная) и одномерной (пунктирная линия) сетках поляритонных мод

что неустойчивость мод относительно распада в них из макрозаполненного накачиваемого состояния имеет место только для чисел заполнения вблизи перехода с нижней на верхнюю устойчивую ветвь решения системы в стационарном случае. Последнее легко увидеть, вычислив зависимости инкрементов нарастания (мнимых частей энергий соответствующих состояний линеаризированной задачи) от амплитуды накачиваемой моды [21, 23]. Таким образом, для каждой продолжительности накачки Δ_t можно определить максимально возможное (при варьировании мощности накачки) пиковое значение заселенности сигнальной моды $N_{\max} = \max\{N(\mathbf{k} \approx 0)\}$. Рассчитанная зависимость $N_{\max}(\Delta_t)$ показана на рис.5. Из

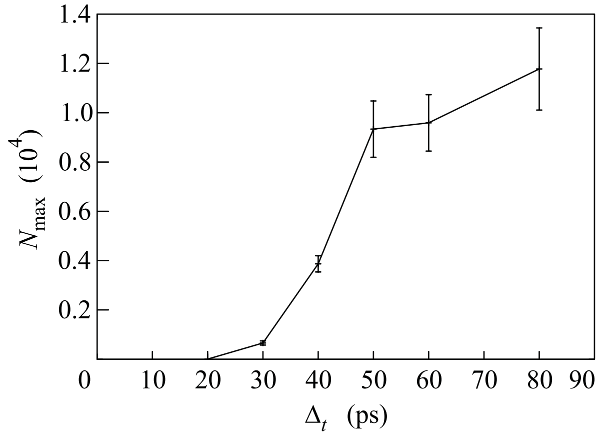

Рис.5. Зависимость $N_{\max}$ в области $\mathbf{k} = 0$ от длительности накачки Δ_t

рисунка видно, что пороговое время появления сигнала стимулированного рассеяния с $\mathbf{k} \approx 0$ при рассматриваемых значениях параметров микрорезонатора оказывается равным $\tau \sim 30$ пс.

Полученный результат близок к приближенной оценке времени, необходимого для экспоненциального нарастания интенсивности сигнальной моды вблизи $\mathbf{k} = 0$ от заданного уровня шума до значения, сопоставимого с населенностью возбуждаемой моды. Величину инкремента нарастания можно оценить, вычислив мнимые части энергий экситонных и фотонных мод линеаризированной задачи поляритон-поляритонного рассеяния в присутствии только одной заполненной возбуждаемой поляритонной моды [18, 21]. Поскольку нас интересует минимально возможное время развития неустойчивости, сначала вычислим максимально возможное (при варьировании интенсивности накачиваемой моды) значение инкремента нарастания поляритонной моды с импульсом $\mathbf{k}$. В рамках уравнений (1), (2) для линеаризованной задачи получается матрица эффективного гамильтониана размерности 4×4. Однако если не разделять поляритонную моду на экситонную и фотонную составляющие, ранг матрицы понижается до 2, и в результате можно получить приближенную аналитическую формулу

$$\gamma_s(\mathbf{k}) = \max_{|\mathcal{P}_{\mathbf{k}_p}|^2}\{\gamma(\mathbf{k}, |\mathcal{P}_{\mathbf{k}_p}|^2)\} =$$
$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{Re}\left(E^i_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}}\right) + \mathrm{Im}\left(E^i_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}}\right)\right], \qquad (3)$$

где $E_{\mathbf{k}}$ – энергия нижней поляритонный ветви, $E^i_{\mathbf{k}} = 2E_{\text{pump}} - E^*_{\mathbf{k}}$ – энергия, соответствующая ей при рассеянии на возбуждаемой моде. Отметим, что формула (3) верна в предположении, что глубина провала нижней поляритонной ветви вблизи $\mathbf{k} = 0$ много больше ширины поляритонного резонанса.

На рис.6 слева приведены графики $E_{\mathbf{k}}$ и $E^i_{\mathbf{k}}$, а справа – графики зависимостей максимальных инкрементов нарастания мод, рассчитанных для линеаризованных уравнений (1), (2) и по приближенной формуле (3). Видно, что, приближенная формула дает примерно такую же (с требуемой логарифмической точностью) оценку максимально возможного инкремента нарастания в области $\mathbf{k} \approx 0$, порядка $\Gamma = \max_{\mathbf{k}}\{\gamma_s(\mathbf{k})\} \approx 0.2$ мэВ. В результате, по порядку величины получим для времени нарастания шума $\tau = \log(4 \cdot 10^3)/\Gamma \approx 30$ пс, в точном соответствии с результатами численного моделирования на рис.5. Здесь $4 \cdot 10^3$ – отношение амплитуды сигнала с $\mathbf{k} \approx 0$ к амплитуде шума в системе.

Полученное соответствие между рассчитанным напрямую и по приближенной формуле временем τ позволяет определять по порядку величины время об-

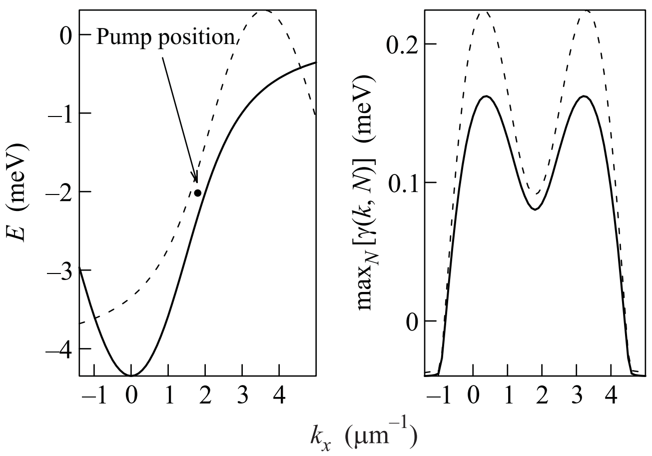

Рис.6. Слева: линеаризованные законы дисперсии $E_{\mathbf{k}}$ (сплошная линия) и $E^i_{\mathbf{k}}$ (штриховая линия). Справа: максимально возможный инкремент нарастания рассеянных поляритонных мод в модели 4×4 [18, 21] (сплошная линия) и рассчитанный по упрощенной формуле (3) (штриховая линия)

разования сигнала вблизи $\mathbf{k}=0$ для широкого диапазона параметров полупроводникового микрорезонатора.

В наших расчетах величина шума была взята равной $1.7\cdot10^4$ см$^{-2}$. Из эксперимента [19] известно, что шумовая заселенность поляритонных мод в системе не превосходит 10^6 см$^{-2}$, так что ввиду логарифмической зависимости τ от величины шума в системе мы полагаем полученную оценку времени развития параметрической неустойчивости разумной для выбранных экспериментальных параметров.

Таким образом, мы показали, что время развития параметрической неустойчивости τ в системе поляритонов в планарном полупроводниковом микрорезонаторе определяется величиной максимального вблизи $\mathbf{k}=0$ инкремента нарастания $\Gamma=\max_{\mathbf{k}}\{\gamma_s(\mathbf{k})\}$, где $\gamma_s(\mathbf{k})$ может быть рассчитана из линеаризованной модели взаимодействующих поляритонов по простой формуле (3). Интенсивность мод в области $\mathbf{k}=0$ нарастает вплоть до образования конденсатной сигнальной моды по экспоненциальному закону с показателем $\gamma_s(\mathbf{k})$, поэтому время нарастания зависит от величины шума логарифмически. Величина τ, рассчитанная для системы, соответствующей экспериментам [15, 19], оказалась равной приблизительно 30 пс.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Российской Академии Наук.

1. I. Carusotto and C. Ciuti, Phys. Rev. B. **72**, 125335 (2005).
2. С. С. Гаврилов, Н. А. Гиппиус, В. Д. Кулаковский, С. Г. Тиходеев, ЖЭТФ **131**, 819 (2007) [JETP **104**, 715 (2007)].
3. L. V. Butov, Nature **447**, 540 (2007).
4. J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann et al., Nature **443**, 409 (2006).
5. R. Balili, V. Hartwell, D. Snoke et al., Science **316**, 1007 (2007).
6. J. Kasprzak, D. D. Solnyshkov, R. André et al., Phys. Rev. Lett. **101**, 146404 (2008).
7. S. Christopoulos, G. Baldassarri Höger von Högersthal, A. J. D. Grundy et al., Phys. Rev. Lett. **98**, 126405 (2007).
8. H. Wertz, L. Ferrier, D. D. Solnyshkov et al., Appl. Phys. Lett. **95**, 051108 (2009).
9. G. Roumpos, W. H. Nitsche, S. Höfling et al., Phys. Rev. Lett. **104**, 126403 (2010).
10. P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, R. M. Stevenson et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 1547 (2000).
11. A. I. Tartakovskii, D. N. Krizhanovskii, and V. D. Kulakovskii, Phys. Rev. B **62**, R13298 (2000).
12. R. M. Stevenson, V. N. Astratov, M. S. Skolnick et al., Phys. Rev. Lett. **85**, 3680 (2000).
13. V. D. Kulakovskii, A. I. Tartakovskii, D. N. Krizhanovskii et al., Nanotechnology **12**, 475 (2001).
14. A. I. Tartakovskii, D. N. Krizhanovskii, D. A. Kurysh et al., Phys. Rev. B **65**, 081308 (2002).
15. A. A.Demenev, A. A.Shchekin, A. V.Larionov et al., Phys. Rev. Lett. **101**, 136401 (2008).
16. R. Butte, M. S.Skolnick, D. M.Whittaker et al., Phys. Rev. B **68**, 115325 (2003).
17. W. Langbein, Phys. Rev. B **70**, 205301 (2004).
18. N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, V. D. Kulakovskii et al., Europhys. Lett. **67**, 997 (2004).
19. A. A. Demenev, A. A. Shchekin, A. V. Larionov et al., Phys. Rev. B **79**, 165308 (2009).
20. L. V. Keldysh and A. N. Kozlov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **54**, 978 (1968) [Sov. Phys.- JETP **27**, 521 (1965)].
21. N. A. Gippius and S. G. Tikhodeev, J. Phys.: Condens. Matter **16**, S3653 (2004).
22. M. Wouters and I. Carusotto, Phys. Rev. Lett. **99**, 140402 (2007).
23. N. A. Gippius, S.Ġ. Tikhodeev, and V. D. Kulakovskii, Phys. Stat. Sol. (c) **2**, 744 (2005).
24. C. Ciuti, V. Savona, C. Piermarocchi et al., Phys. Rev. B **58**, 7926 (1998).