

**ПО ИТОГАМ ПРОЕКТОВ
РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Проект РФФИ # 07-02-00294а**

**Регулярное и стохастическое движение диссипативных
оптических солитонов**

Н. Н. Розанов¹⁾, Н. А. Веретенов, Л. А. Нестеров, С. В. Федоров, А. Н. Шацев

ФГУП НПК “Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова”, 199034 Санкт-Петербург, Россия

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, 197101
Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 2 сентября 2010 г.

Представлен обзор исследований движения диссипативных пространственных оптических солитонов и их комплексов в широкоапертурных нелинейнооптических (с когерентным поддерживающим излучением) и лазерных (с некогерентной накачкой) системах. Важной характеристикой диссипативных солитонов служит топология потоков энергии, которая определяет внутреннюю структуру одиночных солитонов и позволяет четко разделять случаи их слабого и сильного взаимодействия друг с другом. Показано, что характер регулярного движения диссипативных солитонных структур в однородной системе определяется симметрией поперечных распределений интенсивности и потока энергии, причем асимметричные структуры движутся криволинейно. Этот вывод справедлив и для комплексов трехмерных диссипативных оптических солитонов – “лазерных пуль”. Предельные возможности локализации солитонов диктуются квантовыми шумами. Соответствующее броуновское движение центра диссипативного оптического солитона характеризуется существенно более низким уровнем статистической дисперсии координат его центра и скорости, чем в случае консервативных солитонов.

1. Введение. Терминология, схемы и модели. Диссипативные оптические солитоны (ДОС, или автосолитоны) являются устойчивыми структурами света, локализованными вследствие баланса притока и оттока энергии в нелинейной среде или системе. Неоптические автосолитоны наблюдались в 1831 г. М. Фарадеем [1] в слое порошка, помещенного на колеблющейся платформе, а затем активно изучались в различных физических, химических и биологических системах [2]. В последнее время, по нашему мнению, наиболее яркие результаты по диссипативным солитонам получены в области оптики и лазерной физики [3]. Это связано, во-первых, с относительной простотой нелинейнооптических и лазерных схем и с доступностью достижения в них значительной нелинейности. Во-вторых, повышенная устойчивость ДОС и их мобильность позволяют не только записывать с их помощью информацию, но и обрабатывать ее, что делает эти объекты привлекательными для приложений.

В определенном смысле рассматриваемые ДОС являются простейшими возбуждениями комплексного диссипативного (неконсервативного) нелинейного поля, описываемого управляющим уравнением типа общего уравнения Гинзбурга-Ландау (см. ниже уравнение (1)). Если сопоставить солитонам “частицы”, то следует определить свойства этих частиц. Для ДОС эти свойства оказываются необычными. Прежде всего одиночные ДОС оказываются “калибранными” частицами – спектр их основных параметров (например, характерной ширины) дискретен, а в результате взаимодействия нескольких ДОС формируются их устойчивые комплексы с дискретным набором расстояний между составляющими солитонами (“солитонные молекулы”) [4, 5]. Далее, ДОС как частицы не элементарны, они обладают внутренней структурой, определяемой топологией потоков энергии [6]. Знание этой топологии позволяет четко разделять случаи слабого и сильного взаимодействий ДОС друг с другом [6]. Ниже мы поясним эти утверждения, но основное внимание уделим “механике” ДОС. Мы выявим связь характера движения

¹⁾ e-mail: nrosanov@yahoo.com

солитонного комплекса, которое оказывается, в том числе, и криволинейным, с его симметрией. Кроме того, мы кратко обсудим квантовые свойства ДОС, включая его броуновское движение вследствие вакуумных флюктуаций.

Хотя в настоящее время известны разнообразные схемы, в которых существуют ДОС [3, 5, 7], мы ограничимся здесь, главным образом, двумя широкоапертурными резонаторными схемами: нелинейным интерферометром, поддерживаемым внешним когерентным излучением (рис.1а, ДОС обнаружены в рас-

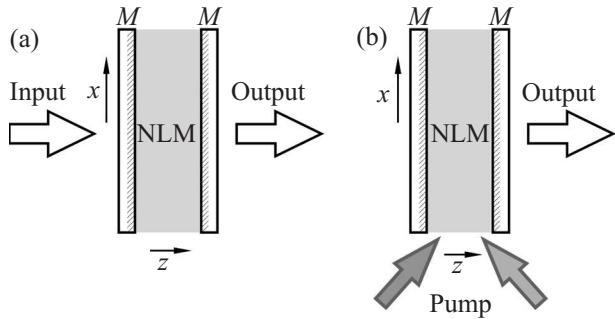


Рис.1. Резонаторные схемы. M – зеркала, NLM – нелинейная среда (включает усиление для (b)). Интерферометр с входным когерентным сигналом Input (а) и лазер с насыщающимся поглощением (некогерентная накачка Pump, (b); z – продольная и x – поперечная координаты

четах [8]) и лазером с насыщающимся поглощением (рис.1б, ДОС предсказаны в [9]). Пространственно-временная динамика поля в этих схемах описывается единым уравнением для огибающей электрической напряженности поля, усредненной в продольном направлении вдоль оси резонатора-интерферометра z (приближение среднего поля [10, 11]):

$$\partial E / \partial t = (i + d) \Delta_{\perp} E + E f(|E|^2) + E_{in}. \quad (1)$$

Здесь t – время, нормированное на время жизни фотона в пустом резонаторе t_c , $\Delta_{\perp} = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ – поперечный оператор Лапласа с безразмерными поперечными координатами $\mathbf{r}_{\perp} = (x, y)$, нормированными на ширину зоны Френеля, d – эффективный коэффициент диффузии, который описывает угловую селективность резонатора и предполагается малым ($0 \leq d \ll 1$), E_{in} – амплитуда поддерживающего когерентного излучения. Нелинейная функция $f(I)$ интенсивности излучения $I = |E|^2$ описывает нелинейность среды и линейное поглощение (потери). Нелинейность безынерционна, так как времена релаксации среды считаются малыми по сравнению со временем жизни фотона t_c . Поляризация излучения фиксирована (для определенности линейная).

Для интерферометра угловая селективность резонатора и среды несущественна (поскольку имеется определенное направление распространения поддерживающего излучения), а нелинейность среды в простейшем случае керровская. Тогда в безразмерном управляющем уравнении (1)

$$d = 0, \quad f(|E|^2) = -1 - i\theta + i|E|^2. \quad (2)$$

Здесь θ – безразмерная расстройка между частотами внешнего излучения и продольной моды резонатора. В рассматриваемой лазерной схеме внешнее когерентное излучение отсутствует, а нелинейность при малых частотных расстройках отвечает насыщению усиления и поглощения:

$$E_{in} = 0, \quad f(|E|^2) = -1 + \frac{g_0}{1 + |E|^2} - \frac{a_0}{1 + b|E|^2}, \quad (3)$$

где g_0 и a_0 – вещественные и положительные коэффициенты ненасыщенного (линейного) усиления и поглощения, а параметр b – отношение интенсивностей насыщения усиления и поглощения. Нерезонансные потери нормированы на единицу за счет масштаба времени. При небольших интенсивностях функция $f(|E|^2)$ может быть разложена в ряд с сохранением как минимум квадратичных по интенсивности членов, но мы не будем прибегать к такому упрощению, которое может приводить к нефизическим ситуациям. В идеальных условиях схема неограничена и однородна в поперечных направлениях. Поэтому обе схемы инвариантны по отношению к сдвигам поперечных координат и сдвигу времени. Основное различие между схемами (а) и (б) рис.1 заключается в том, что вторая из них инвариантна и к сдвигу фазы, тогда как в первой частота и фаза поля внутри резонатора определяются поддерживающим когерентным излучением. Кроме того, в первой схеме внешний сигнал создает однородный по поперечным координатам фон, так как (1) имеет однородные стационарные решения:

$$E = E_b = \text{const}, \quad E_b f(|E_b|^2) = -E_{in}. \quad (4)$$

Будем считать, что имеется по крайней мере одно устойчивое к малым возмущениям однородное распределение (хотя ДОС в интерферометре существуют и в отсутствие устойчивости однородных распределений [12]). Во второй схеме такой фон обладает нулевой амплитудой (безгенерационный режим, $E_b = 0$), и он устойчив при условии $\text{Re } f(0) < 0$ (далее считаем это условие выполненным).

2. Энергетические соотношения и характеристики движения. Локализованные структуры в

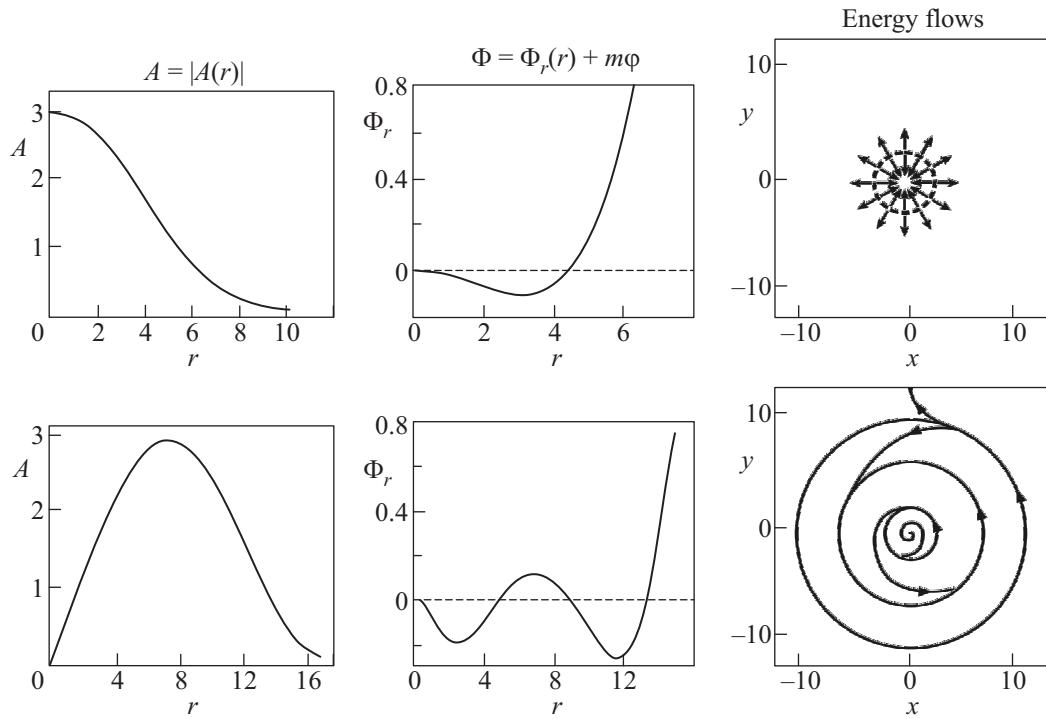


Рис.2. Радиальные профили амплитуды (левый ряд), радиальной фазы (средний ряд) и поперечные потоки энергии излучения (правый ряд, стрелки указывают направление поперечного вектора Пойнтинга) для фундаментального ($m = 0$, верхний ряд) и вихревого ($m = 1$, нижний ряд) лазерных ДОС [6]

лазерных схемах обладают конечной мощностью излучения в резонаторе $W(t) = \int |E(\mathbf{r}_\perp, t)|^2 d\mathbf{r}_\perp$. Для них из (1) (при $E_{in} = 0$) вытекает соотношение [13]

$$\frac{1}{2} \frac{dW}{dt} = \int |E|^2 \operatorname{Re}[f(E)^2] d\mathbf{r}_\perp - d \int |\nabla_\perp E|^2 d\mathbf{r}_\perp. \quad (5)$$

Отсюда, с учетом неравенства $d \geq 0$, следует, что для существования стационарных локализованных структур (для которых левая часть (5) обращается в нуль) необходимо, чтобы $\operatorname{Re} f$ меняла знак в соответствующем структуре диапазоне интенсивностей. Это означает, что локализованные структуры в лазерной схеме возможны лишь при условии бистабильности однородных распределений. Заметим, что консервативные системы отвечают вырожденному случаю $\operatorname{Re} f \equiv 0$.

Для характеристизации движения структур в общем случае введем двумерный вектор координат их центра и его скорость:

$$\mathbf{R}_c = \int \mathbf{r}_\perp |E - E_b|^2 d\mathbf{r}_\perp / \int |E - E_b|^2 d\mathbf{r}_\perp, \quad \mathbf{V}_c = \frac{d}{dt} \mathbf{R}_c. \quad (6)$$

Для диссипативных структур определяющее значение имеют потоки энергии в среде или системе, см. [6]. Представим комплексную огибающую в виде $E = A \exp(i\Phi)$, где A и Φ – вещественные амплитуда

и фаза поля. Тогда в используемом параксиальном приближении поперечный поток энергии излучения (вектор Пойнтинга) имеет вид (хотя энергия переносится и средой, но для рассматриваемого безынерционного отклика среды это обстоятельство не столь существенно)

$$\mathbf{S}_\perp = A^2 \nabla_\perp \Phi = \operatorname{Im}(E^* \nabla_\perp E). \quad (7)$$

Линии тока энергии, касательная к которым в каждый момент времени параллельна поперечному вектору Пойнтинга \mathbf{S}_\perp , определяются уравнениями

$$\frac{dx}{dl} = S_x(x, y), \quad \frac{dy}{dl} = S_y(x, y), \quad (8)$$

где l – длина кривой линии тока, момент времени t в (7) и (8) фиксирован. Заметим, что для лазерных схем, в отличие от интерферометрических, характерны структуры с дислокациями волнового фронта, в которых поле обращается в нуль ($E = 0$), а при обходе их по замкнутому контуру фаза меняется на величину $\delta\Phi = 2\pi m$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – топологический заряд. В самой дислокации фаза поля не определена, но поперечный вектор Пойнтинга сохраняет смысл, обращаясь в нуль.

Введем теперь важное для определения характера движения структуры представление о его симмет-

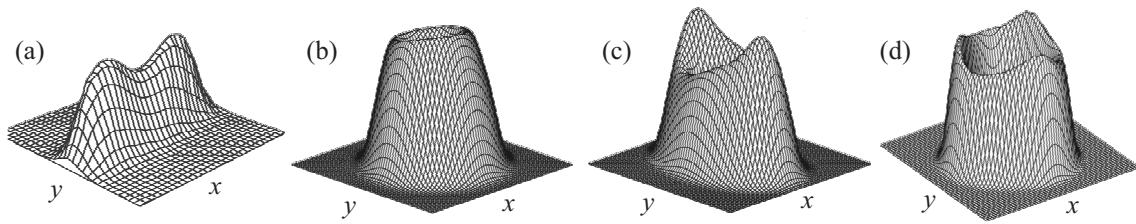


Рис.3. Распределение интенсивности для вращающихся лазерных ДОС с одним (b), двумя (a), (c), и тремя (d) максимумами; топологический заряд $m = 0$ (a) и 1 (b)–(d) [15]

рии (подразумевается, что эта симметрия устойчива, то есть не разрушается под действием малых возмущений). В общем случае следует говорить об одновременной симметрии поперечных распределений интенсивности (скалярное поле) и потока энергии (векторное поле); для интерферометрических схем со всюду определенной фазой вместо потоков энергии можно говорить о распределении фазы. В рассматриваемой двумерной геометрии имеются два элемента симметрии этих распределений: ось (зеркальной) симметрии и симметрия к повороту на угол $2\pi/n$ (n – целое число). Из (1) и (6) вытекают следующие утверждения [14]:

- 1) при наличии зеркальной оси симметрии поперечная к оси компонента скорости центра $V_{c\perp} = 0$;
- 2) при симметрии к повороту на угол $2\pi/n$ (n – целое число) центр неподвижен, $\mathbf{V}_c = 0$.

Следствием 1) является неподвижность центра при наличии хотя бы двух осей симметрии. Отметим, что в этом разделе мы не использовали конкретного вида функции нелинейности $f(|E|^2)$.

3. Одиночные симметричные ДОС и их внутренняя структура. Простейшие одиночные стационарные ДОС с огибающей

$$E = A_{|m|}(r) \exp(im\varphi - i\nu_{|m|}t) \quad (9)$$

обладают осесимметричным распределением интенсивности. В (9) r и φ – полярные координаты, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – топологический заряд, ν – нелинейный сдвиг частоты. Для интерферометрической схемы структура ДОС сравнительно проста, для них $m = 0$ и $\nu_0 = 0$. В лазерных схемах ДОС более разнообразны, как это иллюстрирует рис.2. Видно, что фазовая плоскость потоков для них разбивается на несколько ячеек с топологически различающимся характером траекторий. В этом смысле уже простейшие ДОС не элементарны, а обладают внутренней структурой. Ячейки отделены друг от друга замкнутыми траекториями – “орбитами”. Такие ДОС устойчивы в определенном диапазоне параметров, вне которого они превращаются в более сложные

структуры, в том числе многогорбые вращающиеся (рис.3) [15].

4. Движение одиночных ДОС в отсутствие и при наличии неоднородностей. В невырожденной ситуации (при наличии угловой селективности схемы) стационарные симметричные ДОС в силу указанных выше соображений симметрии неподвижны, то есть их поперечное движение отсутствует. Если же начальное распределение поля слабо асимметрично, то центр деформированного ДОС движется в поперечном направлении с приблизительно экспоненциальным замедлением скорости, что сопровождается перестройкой его структуры [16, 17]. Можно сказать, что в однородном окружении ДОС испытывает трение, вызванное угловой селективностью. Но структуры поля можно привести в движение, введя в схему неоднородность того или иного типа. Для этого, например, в схеме интерферометра можно использовать наклонное падение поддерживающего излучения [18], а для лазерной схемы такой неоднородностью может служить малая разъюстировка зеркал [19]. На переходном периоде, пока вызванное “трением” затухание мало, слабо асимметричный ДОС может двигаться с произвольной (небольшой) скоростью, определяемой начальными условиями. Но со временем форма ДОС симметризуется, и он останавливается, пройдя конечный путь пробега. Наиболее полный анализ этого процесса выполнен для ДОС в широкоапертурном интерферометре с керровской нелинейностью, поддерживаемом внешним когерентным излучением [16, 20].

Мы ограничимся случаем сравнительно малых градиентов неоднородности, поскольку большие градиенты просто разрушают ДОС. Выполненный в [19] анализ методом теории возмущений и с помощью численного моделирования показал, что для лазерных ДОС характер движения под действием градиента неоднородности существенно зависит от типа ДОС. Так, фундаментальные лазерные ДОС (топологический заряд $m = 0$) в установленемся режиме движутся прямолинейно вдоль градиента с постоян-

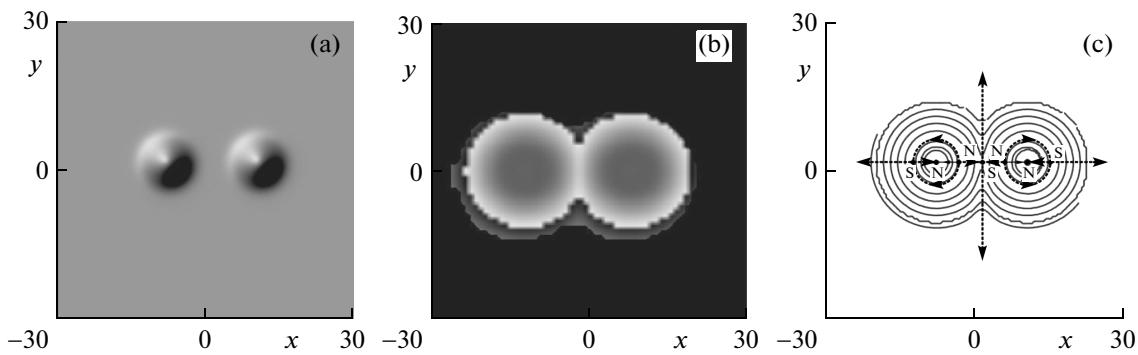


Рис.4. Распределения интенсивности (а), фазы (б) и потоков энергии (с) для устойчивой пары слабо связанных синфазных фундаментальных лазерных ДОС с минимальным равновесным расстоянием между ДОС. Пара неподвижна ввиду наличия двух осей зеркальной симметрии. На рисунке (б) и далее N – узлы, S – седловые точки, их сепаратрисы изображены штриховыми линиями со стрелками [22]

ной скоростью, пропорциональной градиенту. А вихревые лазерные ДОС ($m \neq 0$) движутся также прямолинейно, но в направлении, отличающемся от направления градиента. Такое различие также объясняется соображениями симметрии. В первом случае при введении градиента неоднородности сохраняется ось симметрии, а во втором случае такая симметрия отсутствует.

5. Слабое и сильное взаимодействие ДОС и их “жесткие” комплексы. Вернемся к случаю идеально однородной схемы. Отдельные ДОС взаимодействуют друг с другом вследствие перекрытия их “хвостов” (периферийных частей). Качественно слабая связь характеризуется глубоким минимумом интенсивности в области между взаимодействующими ДОС, а при сильной связи распределение интенсивности не разлагается на отвечающие отдельным солитонам максимумы. Знание структуры потоков энергии позволяет ввести более четкое определение. Мы будем считать взаимодействие лазерных ДОС слабым, если каждый из них сохраняет на фазовой плоскости потоков энергии все свои индивидуальные орбиты (рис.4–6, каждый вихревой ДОС сохраняет по три индивидуальные орбиты). При сильном же взаимодействии лазерных ДОС внешние орбиты утрачиваются, заменяясь коллективными (рис.7 и 8, сохраняется только по одной индивидуальной внутренней орбите и возникают две коллективные орбиты). В процессе взаимодействия индивидуальных ДОС, первоначально удаленных друг от друга, сильная связь устанавливается после серии бифуркаций потоков энергии [21]. Сильное взаимодействие ДОС может быть организовано при столкновении двух ДОС, один из которых ускорен неоднородностью, см. ниже. Подобные “жесткие” комплек-

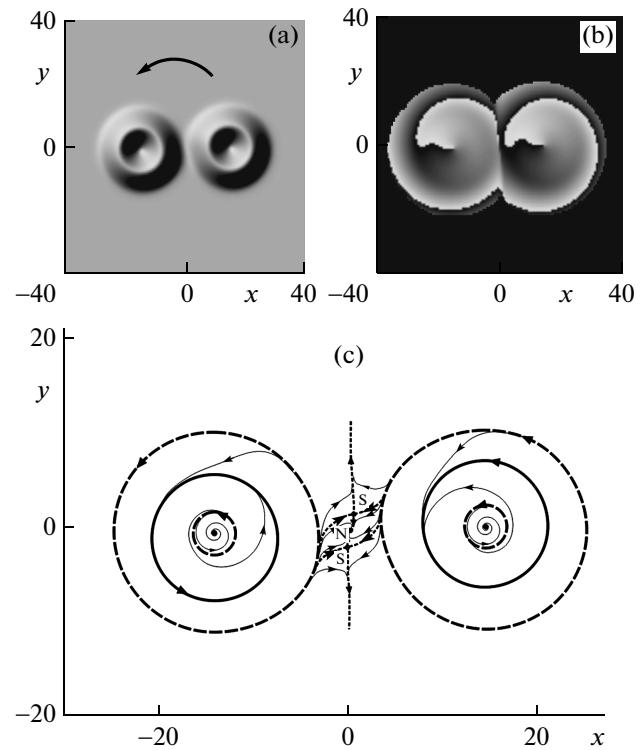


Рис.5. То же для вихревых лазерных ДОС с одинаковым топологическим зарядом ($m = 1$). Комплекс обладает центром инверсии, поэтому его центр неподвижен, а сам ДОС вращается с постоянной угловой скоростью [6]

сы ДОС, с тем же характером движения, получены в расчетах и для большего числа лазерных ДОС [14, 22–24]. Ряд примеров приводится на рис.9 и 10.

Для ДОС в интерферометре указанная классификация взаимодействий не столь актуальна, так как поле с возрастанием удаления от центра может при-

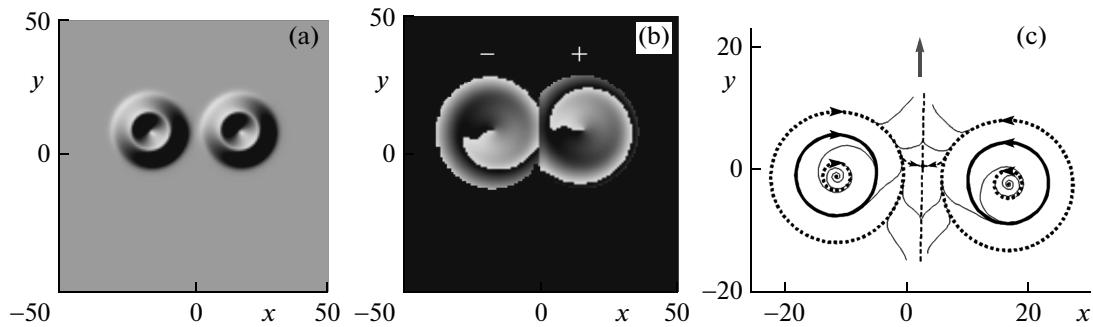


Рис.6. То же для пары слабо связанных синфазных вихревых солитонов с противоположными топологическими зарядами ($m_1 = 1$, $m_2 = -1$). Структура обладает осью симметрии и движется вдоль этой оси (большая стрелка на рис.c) [6]

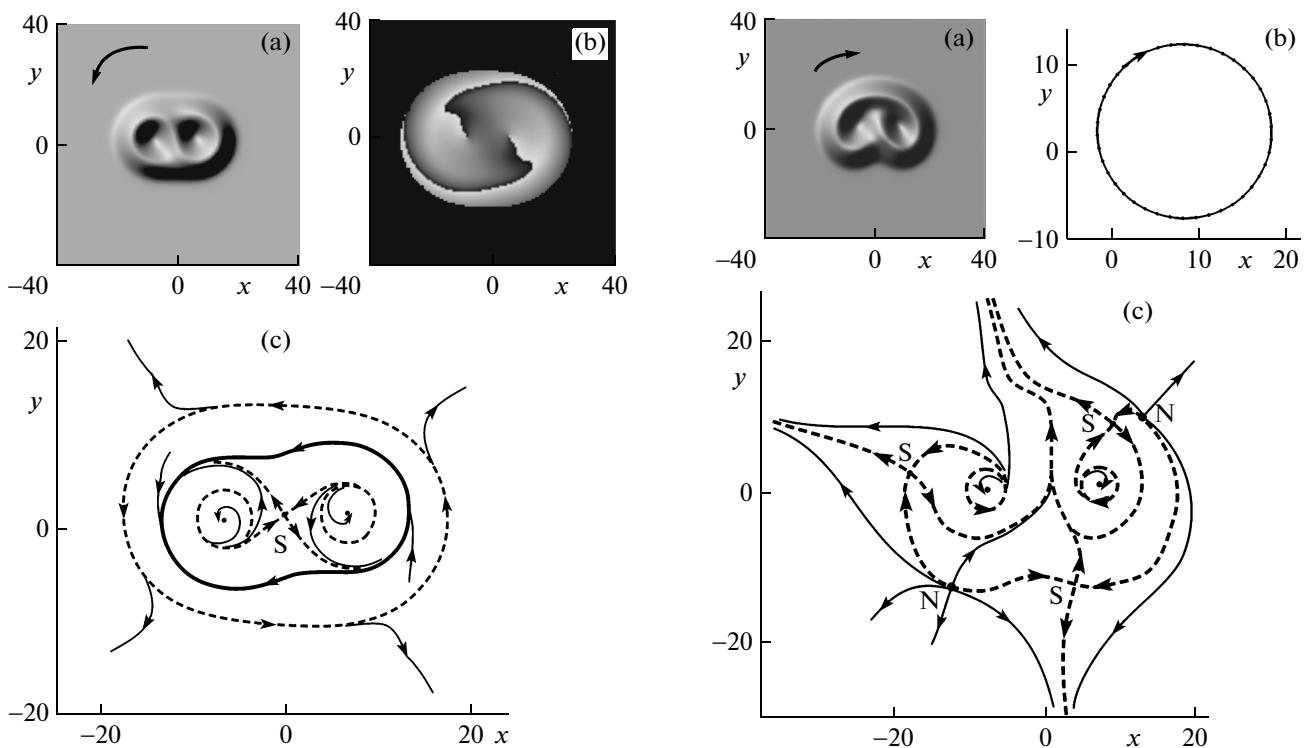


Рис.7. То же для пары сильно связанных вихревых лазерных ДОС с совпадающим топологическим зарядом. Распределения (а) и (с) обладают центром инверсии, осей зеркальной симметрии нет, ввиду чего центр интенсивности пары неподвижен, а пара вращается с постоянной угловой скоростью [6]

ближаться к постоянному значению с затухающими осцилляциями. Тогда формально орбита будет бесконечно много, но удаленные орбиты физически не значимы ввиду слабости контраста. Далее для ДОС в интерферометре мы ограничимся только случаем слабого взаимодействия. Жесткие комплексы ДОС

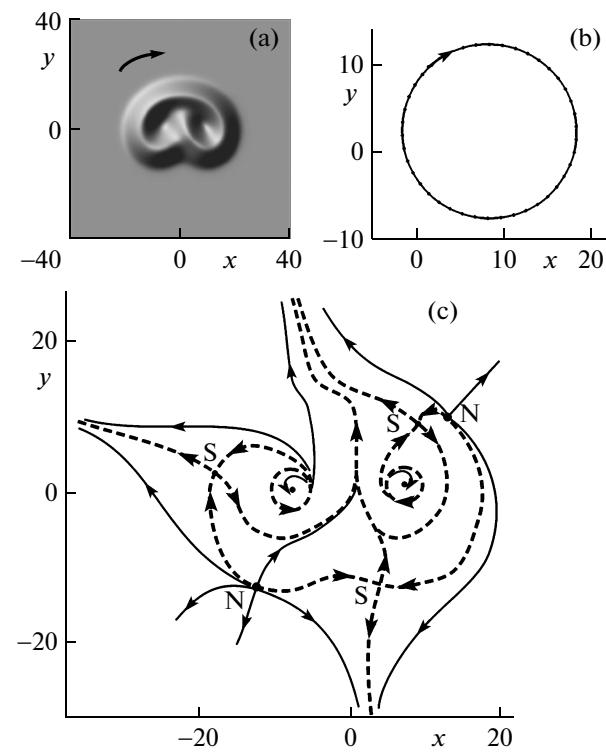


Рис.8. Поперечное распределение интенсивности (а), потоки энергии излучения (с) и траектория центра (б) сильно связанной пары вихревых лазерных ДОС с противоположными топологическими зарядами (элементы симметрии отсутствуют, центр пары движется по окружности) [23]

в интерферометре характеризуются теми же типами движения, как в лазерных схемах. Ввиду аналогичности мы приводим на рис.11–13 примеры таких комплексов без дополнительных комментариев [25].

При наличии градиента неоднородности схема становится анизотропной – появляется выделенное

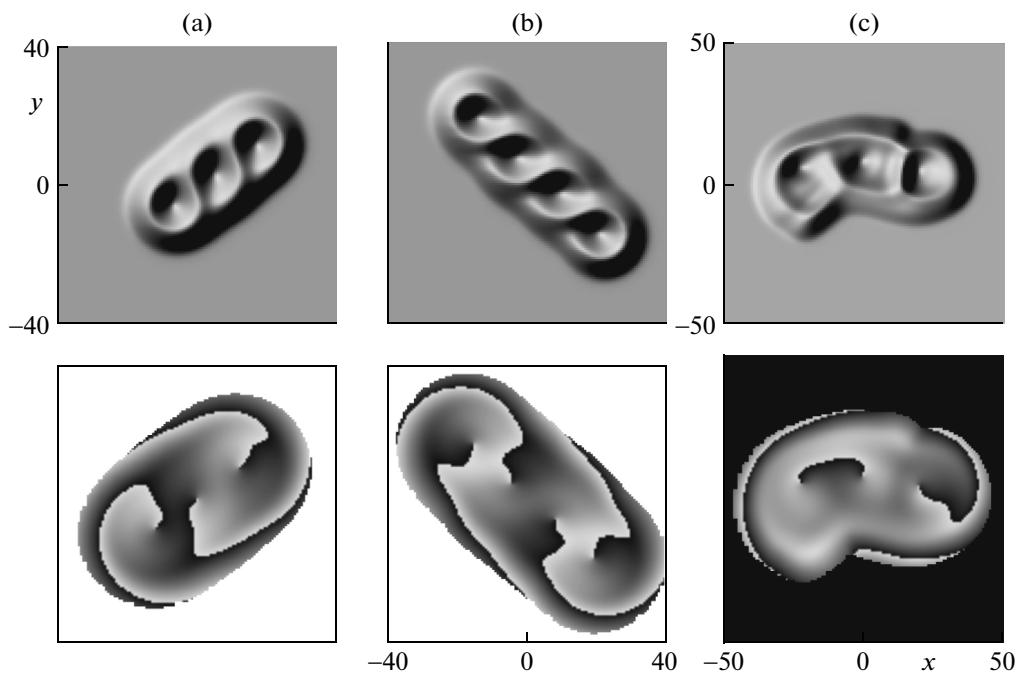


Рис.9. Поперечное распределение интенсивности (верхний ряд) и фазы (нижний ряд) для цепочек сильно связанных вихревых ДОС с совпадающим топологическим зарядом, получаемых присоединением вихревого ДОС к цепочке меньшей длины, см. (а) и (б). Ввиду центральной симметрии цепочек они врачаются при неподвижном центре. (с) – Асимметричная цепочка трех сильно связанных ДОС с топологическими зарядами $-1, 1$ и 1 ; для нее реализуется “лунное движение” [23]

направление вдоль градиента. Тогда ось “жесткого” комплекса ДОС с осью симметрии разворачивается до положения, параллельного градиенту, после чего комплекс движется вдоль этого общего направления с постоянной скоростью без вращения. В прочих случаях несовпадения симметрии комплекса с симметрией неоднородности (ось симметрии) движение будет происходить уже с переменной скоростью и направлением, а распределение интенсивности и потоков энергии в комплексе будет периодически меняться. На рис.14 показаны соответствующие траектории центра подобных уже не вполне жестких комплексов лазерных ДОС, причем градиент неоднородности направлен вдоль оси x .

“Жесткие” комплексы ДОС имеются и для трехмерной геометрии. В этом случае однородная схема отвечает сплошной среде, обладающей насыщающимися усилением и поглощением, частотной дисперсией показателя преломления и усиления/поглощения среды и угловой селективностью по отношению к этим параметрам. Дополнительным усложнением служит анизотропия пространства переменных $x, y, \tau = t - z/\nu_{gr}$, где ν_{gr} – групповая скорость, а z – эволюционная переменная. Анизотропия связана с различием параметров квадратичной частотной

дисперсии среды и ее угловой селективности. Ее следствием является асимметрия одиночных ДОС и определенная ориентация их стационарных комплексов [26, 27], что напоминает ситуацию с движением комплексов двумерных ДОС при наличии градиента неоднородности. Однако реально асимметрия слаба, и также можно говорить о симметрии расположения ДОС – трехмерных “лазерных пуль” – в комплексе. Конечно, элементы симметрии несколько модифицируются (например, вместо оси симметрии следует говорить о плоскости симметрии). На рис.15 приведен пример комплекса из семи “лазерных пуль”, не обладающего элементами симметрии. Соответственно, траектория его центра криволинейная и не плоская (спиралевидная) кривая.

Более сложное движение реализуется в комплексах со смешанным типом связи, в которых часть ДОС связана друг с другом сильно, а часть слабо [23, 28, 29]. Такие комплексы не жесткие, их форма меняется квазипериодически. На рис.16 показана “планетарная система”, состоящая из трех вихревых лазерных солитонов с одинаковым топологическим зарядом $m = 1$. Два из них сильно связаны и образуют вращающееся “ядро”. С ним слабо связан третий ДОС – “сателлит”, который обращается вокруг “яд-

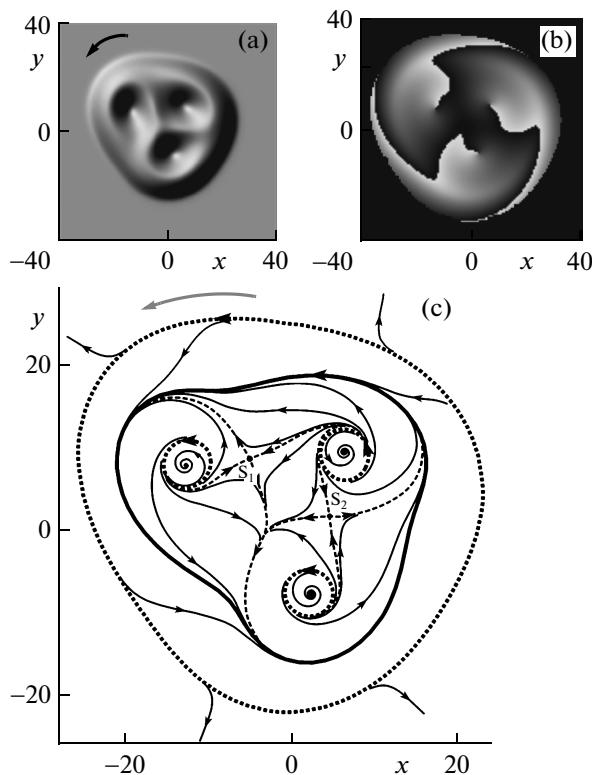


Рис.10. Поперечное распределение интенсивности (а), фазы (б) и потоков энергии излучения (с) для трех сильно связанных вихревых лазерных ДОС с одинаковыми топологическими зарядами. Ввиду отсутствия элементов симметрии структура совершает “лунное” движение [23]

ра” с периодом, заметно большим периода вращения “ядра”. Характер связи ДОС подтверждается при водимым на рис.16 распределением потоков энергии. Система “ядро” + “сателлит” устойчиво локализована, восстанавливаясь после внесения малых возмущений, но ее центр движется криволинейно. Траектория центра состоит из ряда сегментов, развернутых друг относительно друга на определенный угол. За время прохождения сегмента вся система поворачивается как целое на определенный угол, так что при усреднении осцилляций динамики по этому временному интервалу комплекс оказывается “жестким”. В [23, 28, 29] представлена и устойчивая “планетарная система”, состоящая из такого же “ядра” и двух слабо связанных с ним “сателлитов”, занимающих по отношению к “ядру” противоположные положения. Поскольку в среднем эта система обладает центром инверсии, ее центр оказывается также в среднем неподвижным.

Обычно характер взаимодействия солитонов – выбор между притяжением и отталкиванием – зависит

от разности их фаз [30]. Но и здесь проявляется необычный характер взаимодействия ДОС. Так, на рис.17 изображена пара фундаментального и вихревого лазерных ДОС. Такие изолированные ДОС обладают различающимися частотными сдвигами, поэтому разность фаз для рассматриваемой пары непрерывно меняется со временем. Тем не менее, эта пара некогерентно связанных ДОС оказывается устойчивой, а изменение разности фаз приводит только к слабой модуляции расстояния между ДОС и их формы [31].

6. Галилеева, аристотелева и эйлерова механика. Управляющее уравнение (1) в однородной системе без угловой селективности ($d = 0$) допускает галилеево преобразование. Это означает, что при наклонном падении на интерферометр поддерживающего излучения с малым углом падения θ_{in} (замена $E_{in} \rightarrow E_{in} \exp(ik_0\theta_{in}x)$) и квадратичном по θ_{in} изменении частоты поддерживающего излучения структура поля будет такой же, как при нормальном падении, но движущейся в поперечном направлении x со скоростью, пропорциональной θ_{in} [18]. Для лазерной схемы без поддерживающего излучения галилеево преобразование превращается в галилееву симметрию – наличие семейств решений (1) с совпадающим профилем поля, различающихся скоростью поперечного движения (сплошной спектр по скорости). О такой механике, когда ДОС может обладать произвольной (поперечной) скоростью движения, можно говорить как о галилеевой.

Однако эта ситуация вырожденная, так как под воздействием угловой селективности ($d > 0$) обычные ДОС тормозятся как частицы в вязкой жидкости. Галилеева механика применима только для ограниченного интервала времени, пока торможением можно пренебречь. Для поддержания движения с постоянной скоростью необходимо прикладывать “силу” в форме градиента неоднородности параметров схемы, например, эквивалентного градиенту фазы наклонного падения поддерживающего излучения в схеме интерферометра или градиента длины резонатора в лазерной схеме. Это уже “аристотелева” механика, так как в отсутствие “силы” движение постепенно прекращается.

Но, как мы видели выше, и в невырожденной ситуации даже в отсутствие неоднородностей структуры ДОС могут двигаться и вращаться. Важный класс таких структур – это “жесткие комплексы”, продемонстрированные выше как для интерферометрической, так и для лазерной схем с двумерными ДОС. Такие комплексы обладают всего тремя степенями свободы (две поперечных координаты и угол ориентации комплекса относительно оси неподвиж-

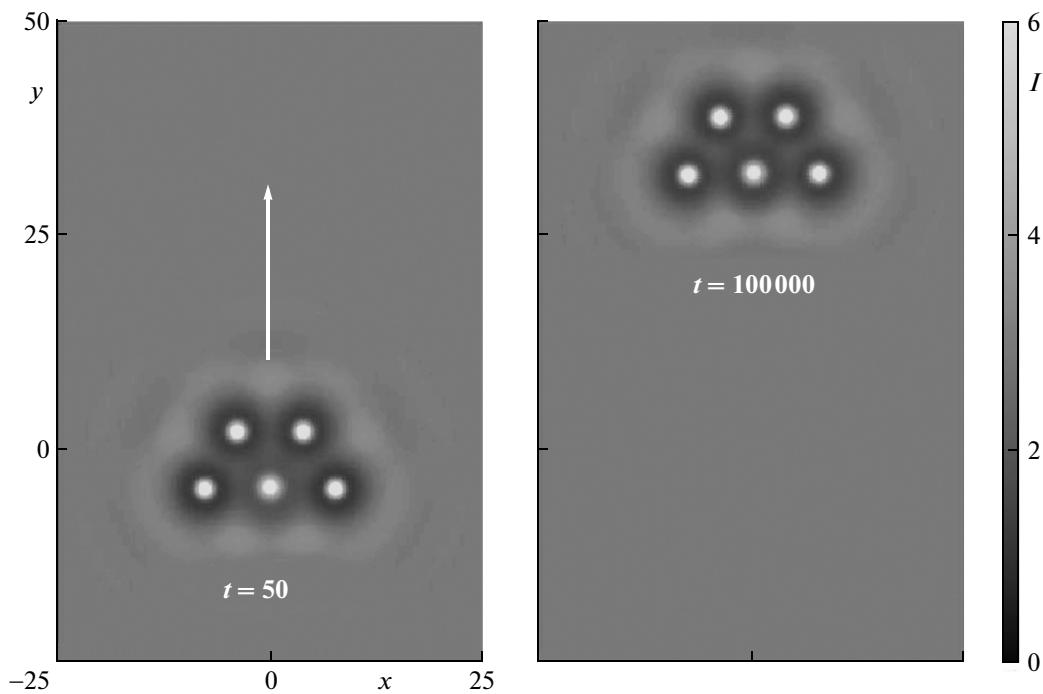


Рис.11. Распределение интенсивности комплекса пяти ДОС в нелинейном интерферометре в два момента времени; комплекс с осью симметрии движется прямолинейно вдоль этой оси [25]

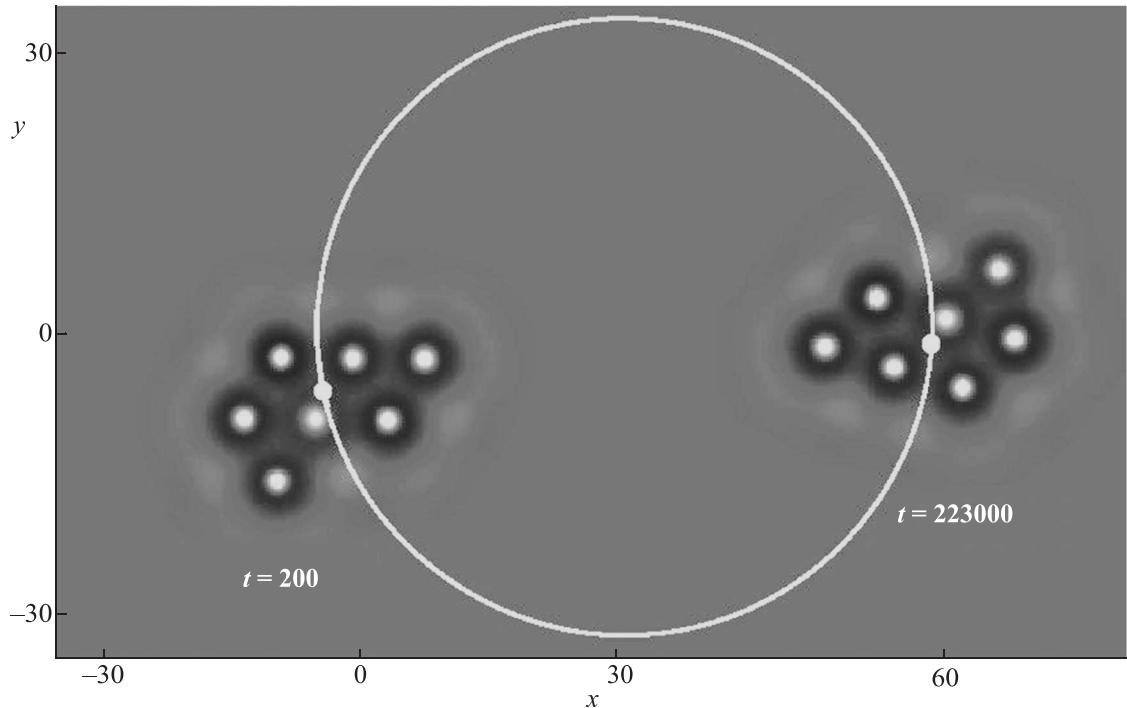


Рис.12. То же для комплекса семи ДОС; элементы симметрии отсутствуют, и комплекс движется по окружности (белая линия), вращаясь, как Луна вокруг Земли [25]

ной системы координат). В [32] для них предложены феноменологические уравнения “эйлеровой механики” (уравнения типа Эйлера для твердого тела). Из

них, в соответствии с наличием указанных в разд.2 элементов симметрии распределений интенсивности и потоков энергии и в согласии с результатами чис-

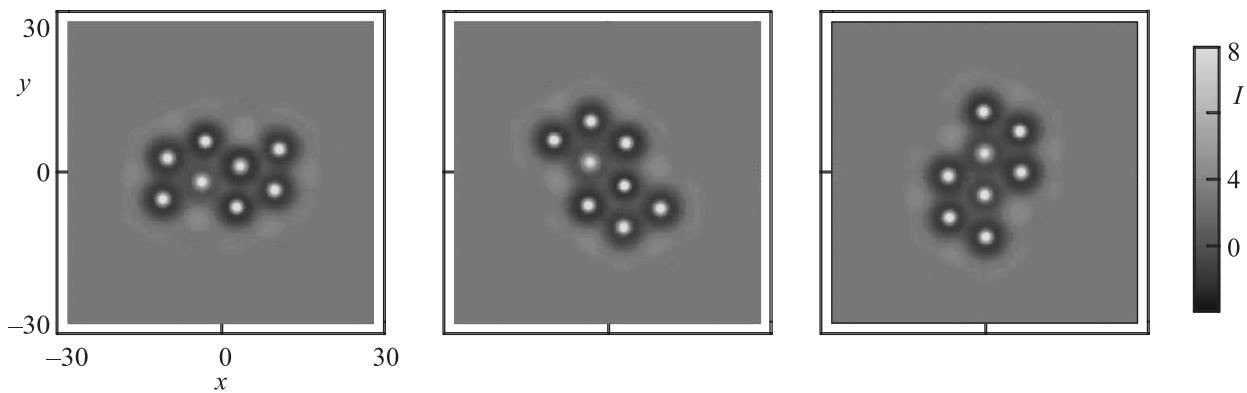


Рис.13. То же для комплекса восьми ДОС в три момента времени; комплекс обладает центром инверсии и вращается с постоянной угловой скоростью при неподвижном центре [25]

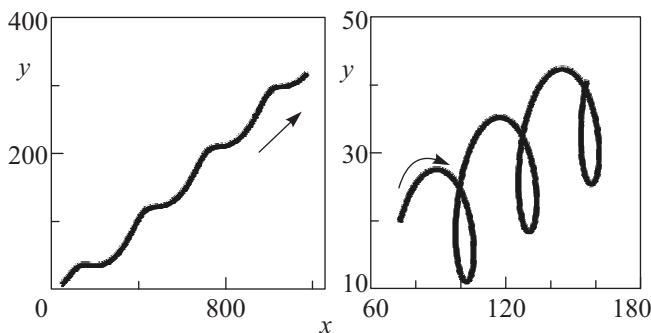


Рис.14. Траектория центра пары слабо связанных одинаково заряженных (слева) и сильно связанных противоположно заряженных (справа) вихревых лазерных ДОС [19]

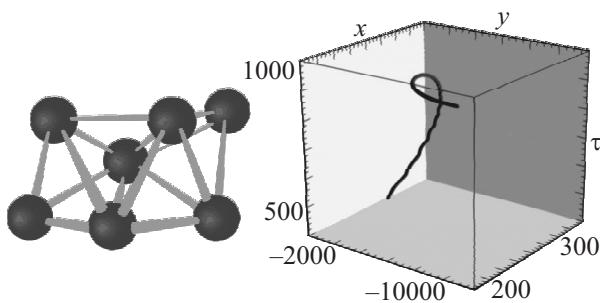


Рис.15. Асимметричный комплекс из семи слабо связанных "лазерных пуль" (слева) и траектория его центра (справа) [26, 27]

ленных расчетов, вытекает возможность следующих четырех вариантов (поперечного) движения.

1) Наличие двух осей симметрии. Как уже указывалось в разд.2, при этом комплекс неподвижен, см., например, рис.4.

2) Единственная ось симметрии. Тогда в установившемся режиме вращение отсутствует, и комплекс движется с постоянной скоростью вдоль оси симметрии. Примерами служат рис.6 и 11.

3) Симметрия к повороту на угол $2\pi/n$, где $n = 2, 3, \dots$. В соответствии со следствиями симметрии центр комплекса неподвижен. Сам комплекс вращается с постоянной угловой скоростью, см. рис.3а, с, д, 5, 7, 9 и 13, где $n = 2$ и 3.

4) В отсутствии элементов симметрии комплекс совершает "лунное" движение (как Луна вокруг Земли). Его центр оборачивается по окружности, а сам комплекс вращается с тем же периодом (рис.3б, 8, 10 и 12).

7. Столкновения ДОС. Обычно скорости поперечного движения удаленных ДОС недостаточно велики, чтобы организовать их "высокоэнергетическое" столкновение и добиться их сильного взаимодействия. Такие столкновения можно получить в схеме "солитонного коллайдера" [17], в которой длина резонатора широкоапертурного лазера с насыщающимся поглощением меняется в зависимости от одной из поперечных координат, так что в одной части схемы имеется градиент длины, а в другой эта длина постоянна (рис.18). Один из лазерных ДОС – "мишень", S_2 , располагается в области постоянной длины и, соответственно, он неподвижен в поперечном направлении. Другой же ДОС – "снаряд", S_1 , формируется в области с ненулевым градиентом длины и потому он разгоняется в этой области до заметных значений поперечной скорости. Столкновение "снаряда" с "мишенью" происходит в области постоянной длины резонатора, но не слишком далеко от границы области ускорения солитона-“снаряда”, с тем, чтобы последний не успел заметно замедлиться. Мы выбираем условия, когда характерная длина торможения ДОС-“снаряда” в области постоянной длины резонатора существенно больше размера области взаимодействия ДОС, поэтому можно пренебречь торможением в процессе взаимодействия.

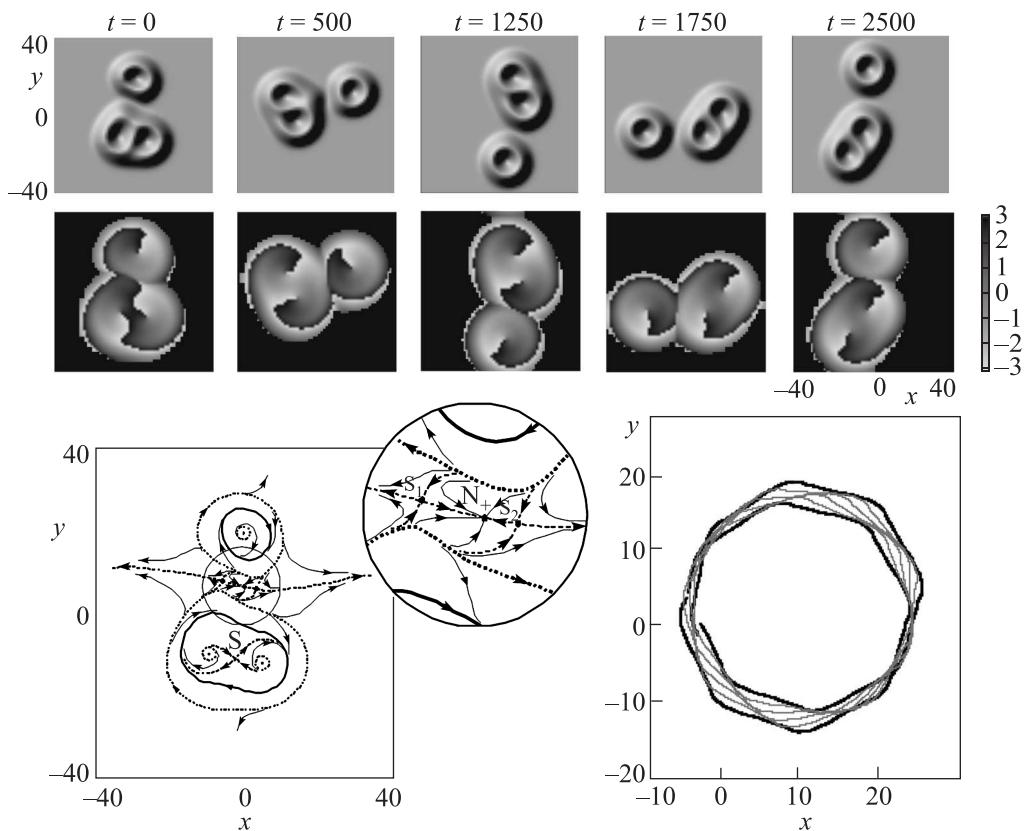


Рис.16. Мгновенные распределения интенсивности (верхний ряд) и фазы (второй ряд, шкала справа) для планетарной системы, состоящей из “ядра” – сильно связанной пары вихревых лазерных ДОС – и еще одного вихревого ДОС – “спутника”, вращающегося вокруг “ядра”. Внизу слева – картина потоков энергии, подтверждающая характер взаимодействия ДОС, врезка детализирует потоки в области между “ядром” и “спутником”. Внизу справа – траектория центра всей системы [23, 28, 29]

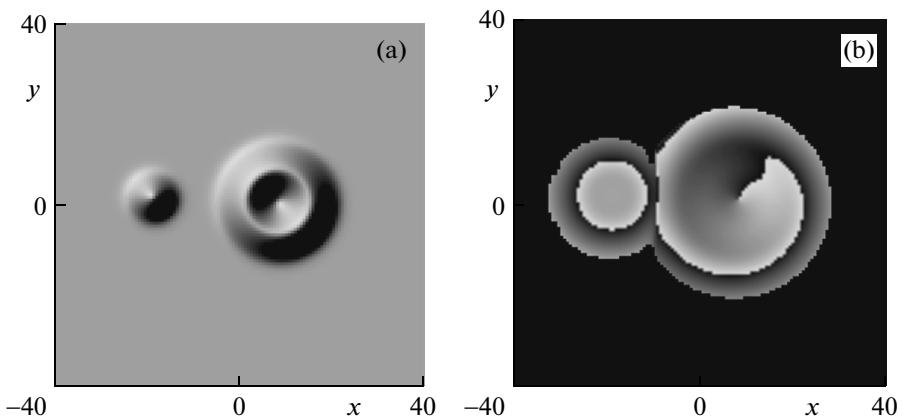


Рис.17. Мгновенные распределения интенсивности (слева) и фазы (справа) для связанного состояния двух лазерных ДОС с топологическими зарядами 0 и 1 [31]

На рис.19-23 приведены поперечные распределения интенсивности излучения в ряд моментов времени в процессе столкновения. На рис.19 иллюстрируется нелобовое (ненулевое прицельное расстоя-

ние) столкновение двух фундаментальных лазерных ДОС (топологический заряд $m = 0$) с формированием двугорбого вращающегося ДОС типа, изображенного на рис.3а. Другие примеры (рис.20–23) отно-

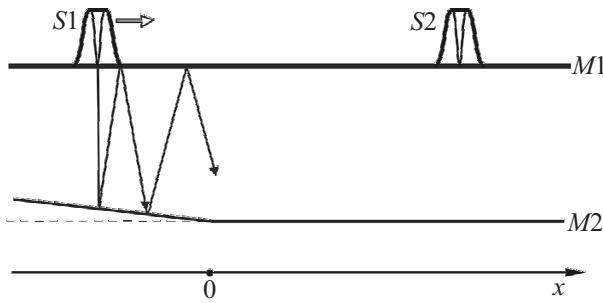


Рис.18. Лазер с переменной длиной резонатора, M_1 и M_2 – зеркала. При поперечной координате $x < 0$ резонатор обладает ненулевым градиентом длины, здесь ДОС S_1 получает ускорение вправо. При $x > 0$ градиент равен нулю, в этой области происходит столкновение ДОС S_1 с ДОС S_2 [17]

сятся также к нелобовым “сильным” столкновениям вихревых лазерных ДОС с изменением их числа и типов в зависимости от различных значений исходной скорости ДОС-“снаряда” и прицельного расстояния. Так, на рис. 20 показано превращение двух заряженных вихревых ДОС с одинаковыми топологическими зарядами в единственный фундаментальный ДОС. В условиях рис.21 столкновение двух вихревых ДОС с одинаковыми топологическими зарядами приводит к образованию сильно связанной пары солитонов, как на рис.7. В силу центральной симметрии эта пара вращается с постоянной угловой скоростью при не-подвижном центре. На рис.22 показано столкновение двух вихревых лазерных ДОС с одинаковыми топологическими зарядами с образованием сильно связанной тройки ДОС, как на рис.9б, с тем же типом установившегося движения. Наконец, на рис.23 представлено столкновение двух вихревых лазерных ДОС с противоположными знаками топологических зарядов. Результатом служит формирование устойчивой сильно связанной пары вихревых ДОС, один из которых возбужден (обладает более широким поперечным распределением интенсивности). В этом случае структура не имеет элементов симметрии и совершает “лунообразное” движение (вариант 4 “эйлеровой” механики). Заметим, что кажущееся несохранение суммарного топологического заряда на рис.20 и 22 объясняется тем, что в диссипативных системах при наличии шумов, в том числе вычислительного характера, практически невозможна регистрация дислокаций волнового фронта в области исчезающие малых интенсивностей излучения.

8. Квантовые флуктуации ДОС. ДОС интересны как макроскопические объекты, удобные для наблюдения квантовых эффектов, анализ которых важен также для определения предельных возможнос-

тей устройств на основе этого класса солитонов. Однако до работ [16, 20] подобные возможности в литературе практически не исследовались. Кроме того, представляет интерес также потенциальная возможность использования ДОС для получения сжатого излучения с уровнем шумов, меньшим, чем в обычном когерентном состоянии. Обзор работ на эту тему и смежных вопросов содержится в [33]. Здесь мы кратко изложим результаты рассмотрения проявления вакуумных флуктуаций для диссипативных солитонов в широкоапертурном интерферометре с керровской нелинейностью, поддерживающего внешним классическим излучением [16, 20]. В этих работах рассмотрено поведение ДОС как квантовой частицы, а также исследован спектр квантовых возбуждений в окрестности классического ДОС.

Безразмерное управляющее уравнение для квантованного поля \hat{E} внутри интерферометра имеет вид [16, 20]

$$\left[i \left(\frac{\partial}{\partial t} + 1 \right) + \Delta_{\perp} + \hat{E}^{\dagger}(t, \mathbf{r}_{\perp}) \hat{E}(t, \mathbf{r}_{\perp}) - \theta \right] \hat{E}(t, \mathbf{r}_{\perp}) = i E_{in} + \hat{\Pi}(t, \mathbf{r}_{\perp}). \quad (10)$$

Здесь использовано приближение среднего поля. При этом E_{in} – классическое поле поддерживающего излучения и $\hat{\Pi}$ – оператор квантовой ланжеевеновской силы со следующими статистическими свойствами:

$$\langle \hat{\Pi}(t, \mathbf{r}_{\perp}) \rangle_R = \langle \hat{\Pi}^{\dagger}(t, \mathbf{r}_{\perp}) \rangle_R = 0,$$

$$\langle \hat{\Pi}^{\dagger}(t, \mathbf{r}_{\perp}) \hat{\Pi}(t', \mathbf{r}'_{\perp}) \rangle_R = 2\chi\bar{n}\delta(t-t')\delta(\mathbf{r}_{\perp}-\mathbf{r}'_{\perp}),$$

$$\langle \hat{\Pi}(t, \mathbf{r}_{\perp}) \hat{\Pi}^{\dagger}(t', \mathbf{r}'_{\perp}) \rangle_R = 2\chi(\bar{n}+1)\delta(t-t')\delta(\mathbf{r}_{\perp}-\mathbf{r}'_{\perp}). \quad (11)$$

Постоянная χ пропорциональна коэффициенту керровской нелинейности, $\bar{n} = [\exp(\hbar\omega_0/k_B T) - 1]^{-1}$, ω_0 – центральная частота излучения, k_B – постоянная Больцмана, T – температура резервуара. Для оптических частот $\bar{n} \ll 1$. Угловые скобки с индексом R означают усреднение по резервуару. Остальные обозначения совпадают с использованными при записи классических уравнений (1) и (2), в которые переходит (10) в пренебрежении квантовой природой излучения ($\hat{E} \rightarrow E_{cl}$) и флуктуациями ($\hat{\Pi} \rightarrow 0$).

При линеаризации (10) около классического солитонного решения получающиеся операторные стохастические линейные уравнения могут быть решены спектральным подходом. В частности, метод функций Грина на базе этого подхода приводит к следующим выражениям для средних квадратов квантовых флуктуаций координат центра и импульса ДОС:

$$\langle\langle \delta\hat{x}^2(t) \rangle\rangle = \langle\langle \delta\hat{y}^2(t) \rangle\rangle = \chi \langle\psi(-1)|\psi(-1)\rangle [1+2(2\bar{n}+1)t],$$

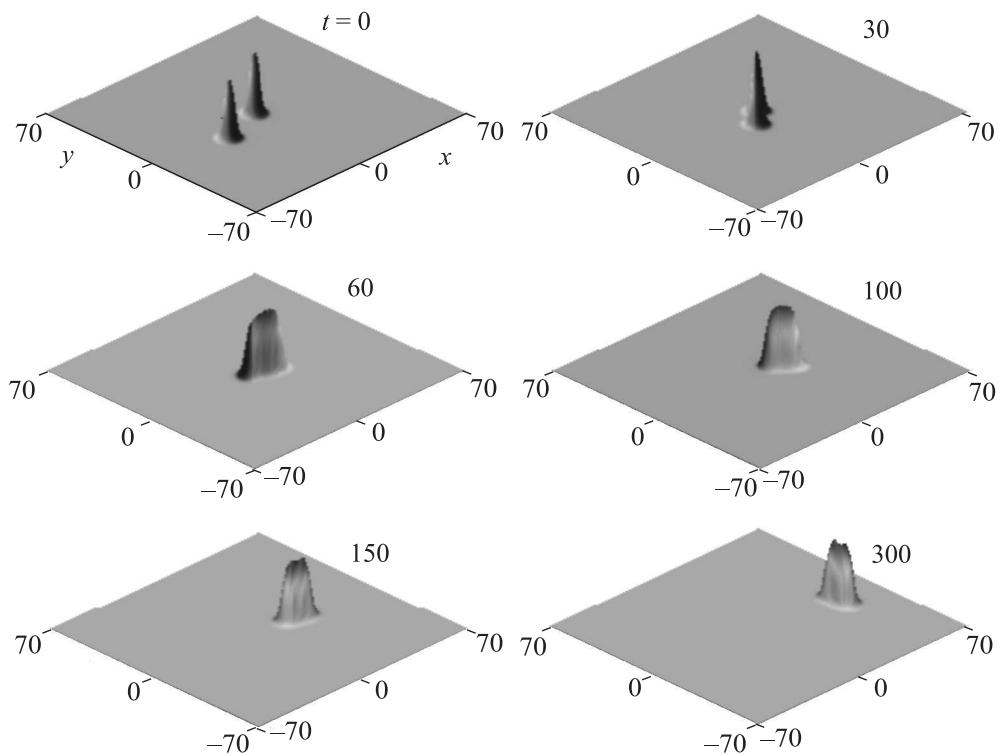


Рис.19. Столкновение двух фундаментальных лазерных ДОС с формированием двугорбого вращающегося ДОС [17]

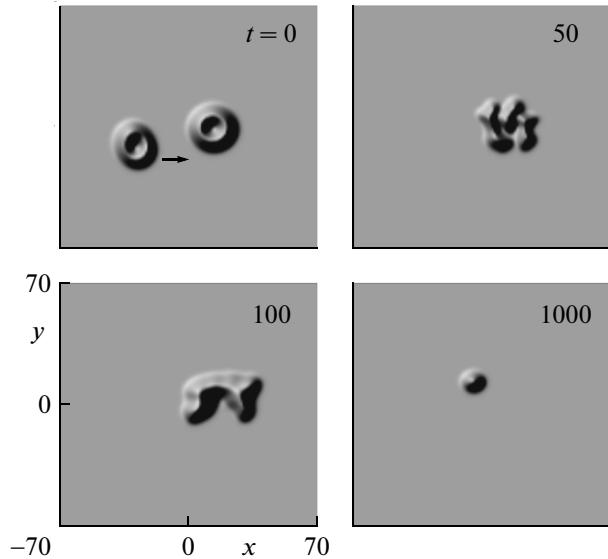


Рис.20. Столкновение вихревых ДОС с одинаковыми топологическими зарядами $m = 1$ с образованием одного фундаментального ДОС [17]

$$\langle\langle\delta\hat{p}_x^2(t)\rangle\rangle = \langle\langle\delta\hat{p}_y^2(t)\rangle\rangle = \chi\langle\psi(1)|\psi(1)\rangle \left\{ \exp(-4t) + \frac{1}{2}(1+2\bar{n})[1-\exp(-4t)] \right\}, \quad (12)$$

Двойные угловые скобки обозначают усреднение по резервуару и по квантовому состоянию системы. Матричные элементы в (12) определяются следующим образом:

$$\langle\psi(\pm 1)|\psi(\pm 1)\rangle = \int_0^\infty \psi^*(\pm 1)\psi(\pm 1)\rho d\rho. \quad (13)$$

Здесь $\psi(\pm 1)$ – две собственные функции линеаризованного уравнения для флуктуаций, которые принадлежат дискретному спектру. В начальный момент времени $t = 0$ квадраты флуктуаций имеют конечные значения, представляющие начальную размазку по координатам и импульсам ДОС как квантового объекта. Со временем под влиянием взаимодействия ДОС с резервуаром и вакуумом средние квадраты флуктуаций координат начинают возрастать пропорционально времени t . Заметим, что для консервативных солитонов обычного нелинейного уравнения Шредингера средние квадраты размазки по координатам пропорциональны квадрату времени, так что ДОС значительно более устойчивы к флуктуациям. Как видно из (12), неопределенность по импульсу с ростом t стремится к конечному пределу. В этом отношении флуктуации ДОС кардинально отличаются от броуновского движения классической частицы

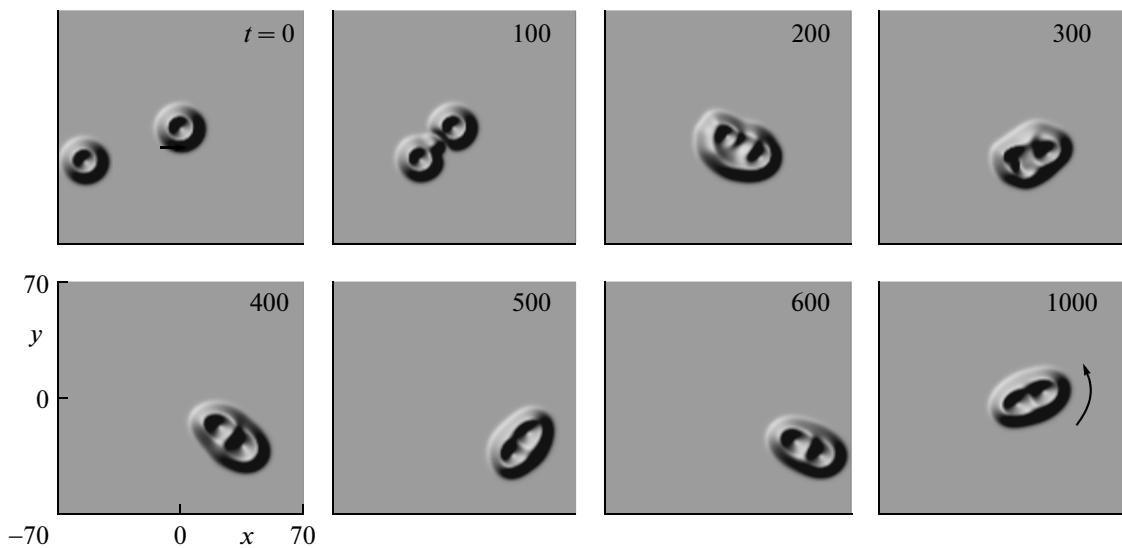


Рис.21. Столкновение двух вихревых ДОС с одинаковыми топологическими зарядами с образованием сильно связанной пары солитонов. Стрелка при $t = 1000$ показывает направление вращения структуры [17]

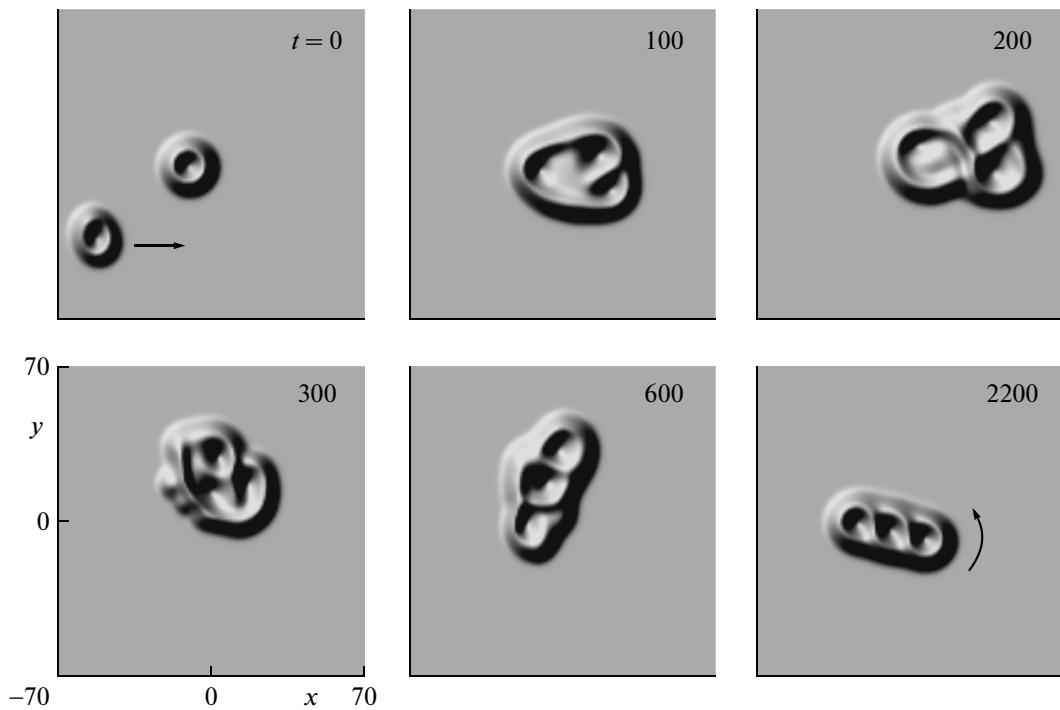


Рис.22. Столкновение двух вихревых лазерных ДОС с одинаковыми топологическими зарядами с образованием сильно связанной тройки ДОС. Стрелка при $t = 2200$ показывает направление вращения структуры [17]

в вязкой среде. Действительно, в последнем случае неопределенность импульса со временем только возрастает и стремится к конечному пределу, определяемому тепловым движением окружающих молекул. Различие связано с тем, что в квантовой механике неопределенности, возникающие при измерении координаты и импульса частицы, не являются независимыми.

Рост неопределенности по координатам центра ДОС приводит к возникновению его квантового состояния, в котором разброс по импульсу со временем уменьшается, то есть возникает скжатое состояние, или сквизинг. Возможность наблюдения этого чисто квантового эффекта, а также проведение на его основе измерений с точностью, превышаю-

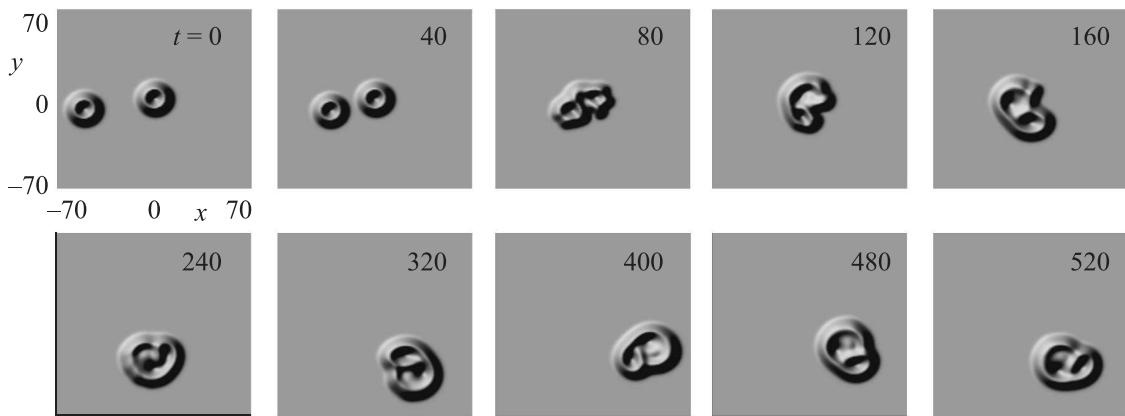


Рис.23. Столкновение двух вихревых лазерных ДОС с противоположными по знаку топологическими зарядами, приведшее к формированию сильно связанной пары вихревых ДОС, один из которых возбужден [17]

щей стандартный квантовый предел, анализируются в [16, 20].

9. Заключение. Таким образом, в описанных выше работах представлен широкий набор локализованных возбуждений комплексного диссипативного нелинейного поля, отвечающих ДОС в нелинейнооптических и лазерных системах. ДОС обладают рядом свойств, не известных ранее для других локализованных (частицеподобных) волновых структур. К ним относится характер их регулярного движения. Действительно, закон прямолинейного движения центра инерции механических систем, являющийся следствием однородности пространства, относится к основным законам механики и теории относительности [34, 35]. Справедлив этот закон и для центра инерции полей, включая электромагнитное, причем как в вакууме [35], так и в однородных прозрачных средах, в том числе нелинейных [36], в которых возможно существование частицеподобных (локализованных) структур – консервативных солитонов. Однако диссипативные солитоны формируются в открытых системах, для которых важнейшую роль играют потоки энергии (а в более общем случае и материи), баланс которых и обеспечивает существование особо устойчивых диссипативных солитонов [6]. Поэтому при асимметрии источников и стоков энергии диссипативные локализованные структуры движутся криволинейно. Криволинейность движения локализованных структур, обнаруженная для ДОС в [28, 29], должна иметь место и в более широком круге диссипативных волновых структур различной физической природы, включая диссипативные солитоны в тонкой пленке полупроводника с экситонным конденсатом Бозе-Эйнштейна [37].

Важным классом ДОС являются их “жесткие” комплексы. Как было продемонстрировано выше для

двумерных схем, как с когерентным поддерживающим излучением, так и с некогерентной накачкой такие комплексы подчиняются “эйлеровой” механике с четырьмя вариантами движения, полностью определяемыми симметрией комплекса. Представляется, что этот вывод, также полученный пока только для ДОС, имеет общее значение и может быть обобщен на более широкий круг систем.

Выше мы рассмотрели динамику простейших схем с безынерционным откликом среды. Учет инерционности, добавляющий новые степени свободы системы, особенно важен для лазерных схем. В них устойчивость и характер движения ДОС существенно зависят от соотношения времен релаксации усиления и поглощения, а в дополнение к представленным структурам возникают новые типы ДОС [38, 39].

Найденные типы поперечного движения ДОС могут быть использованы для приложений к оптической обработке и хранению информации, особенно в широкоапertureных полупроводниковых схемах, а также в лазерных усилителях и в нелинейных фотонных кристаллах. Экспериментально сейчас получены ДОС в обеих рассмотренных схемах [3, 7]. При этом наиболее перспективной схемой представляется монолитный широкоапertureный полупроводниковый лазер с вертикальным резонатором (VCSEL) с квантовыми ямами, в которых реализуется как усиление, так и насыщающееся поглощение [40]. Значительный интерес представляют и родственные полупроводниковые лазеры на квантовых точках [41]. Влияние квантовых флуктуаций на свойства лазерных ДОС еще ждет должного рассмотрения. Наконец, следует отметить намечающуюся тенденцию к переходу от диссипативных солитонов огибающей (с размерами и длительностью, значительно превосходящими длину волны и период оптического излучения) к “эк-

стремальным” диссипативным солитонам с предельно малыми размерами (“наносолитоны”, [42 – 45]) и длительностью (“аттосолитоны”, [46 – 49]).

Основная часть представленных результатов получена в рамках гранта Российского фонда фундаментальных исследований № 07-02-00294а, а также текущих грантов Российского фонда фундаментальных исследований № 09-02-90472-Укр_Ф_а и Министерства образования и науки РНП 2.2.2/4694.

1. M. Faraday, Philos. Trans. R. Soc. London **122** (II), 299 (1831).
2. Б. С. Кернер, В. В. Осипов, *Автосолитоны*, М.: Наука, 1991.
3. *Topical Issue on Dissipative Optical Solitons*, Eur. Phys. J. D **59**(1), 1 (2010).
4. Н. Н. Розанов, *Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах*, М.: Физматлит, 1997.
5. N. N. Rosanov, *Spatial Hysteresis and Optical Patterns*, Berlin: Springer-Verlag, 2002.
6. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, ЖЭТФ **125**, 486 (2004).
7. T. Ackemann, W. J. Firth, G.-L. Oppo, Adv. Atomic, Molecular, and Optical Physics **57**, 323 (2009).
8. Н. Н. Розанов, Г. В. Ходова, Опт. и спектр. **65**, 1375 (1988).
9. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, Опт. и спектр. **72**, 1394 (1992).
10. А. Ф. Сучков, ЖЭТФ **49**, 1495 (1965).
11. L. A. Lugiato and R. Lefever, Phys. Rev. Lett. **58**, 2209 (1987).
12. Н. Н. Розанов, Г. В. Ходова, Опт. спектр. **72**, 1403 (1992).
13. N. N. Rosanov. In: *Dissipative Solitons*, Eds. N. Akhmediev and A. Ankiewicz, Lecture Notes in Physics, Berlin: Springer-Verlag, **661**, 101 (2005).
14. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, ЖЭТФ **129**, 625 (2006).
15. S. V. Fedorov, N. N. Rosanov, A. N. Shatsev et al., IEEE J. Quantum Electron. **39**, 197 (2003).
16. Л. А. Нестеров, Ал. С. Киселев, Ан. С. Киселев, Н. Н. Розанов, Опт. спектр. **106**, 639 (2009).
17. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, Опт. спектр. (в печати).
18. Н. Н. Розанов, В. Е. Семенов, Опт. и спектр. **48**, 108 (1980).
19. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, ЖЭТФ **133**, 532 (2008).
20. Л. А. Нестеров, Н. А. Веретенов, Н. Н. Розанов, Опт. спектр. (в печати).
21. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, Квант. электрон. **35**, 268 (2005).
22. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, Квант. электрон. **38**, 41 (2008).
23. N. N. Rosanov, S. V. Fedorov, and A. N. Shatsev, Appl. Phys. B **81**, 937 (2005).
24. S. V. Fedorov, N. N. Rosanov, and A. N. Shatsev, Laser Phys. **15**, 983 (2005).
25. Н. А. Веретенов, Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, Опт. спектр. **109**, 802 (2010).
26. Н. А. Веретенов, Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, Опт. спектр. **104**, 642 (2008).
27. N. A. Veretenov, N. N. Rosanov, and S. V. Fedorov, Opt. Quant. Electron. **40**, 253 (2008).
28. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, Письма в ЖЭТФ **81**, 748 (2005).
29. N. N. Rosanov, S. V. Fedorov, and A. N. Shatsev, Phys. Rev. Lett. **95**, 053903 (2005).
30. Ю. С. Кившарь, Г. П. Агравал, *Оптические солитоны. От волоконных световодов к фотонным кристаллам*, М.: Физматлит, 2005.
31. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, Опт. спектр. **102**, 83 (2007).
32. Н. Н. Розанов, Опт. спектр. **102**, 800 (2007).
33. Г.-Л. Оппо, Дж. Джефферс В: *Квантовые изображения*, М.: Физматлит, 2009, с. 313.
34. Л. Д. Ландау, Е. М. Либшиц, Механика, М.: Наука, 1965.
35. В. А. Фок, *Теория пространства, времени и тяготения*, М.: Физматлит, 1961.
36. С. Н. Власов, В. И. Таланов, *Самофокусировка волн*, Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1970.
37. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, П. И. Хаджи, И. В. Белоусов, Письма в ЖЭТФ **85**, 524 (2007).
38. С. В. Федоров, Н. Н. Розанов, А. Н. Шацев, Опт. спектр. **102**, 504 (2007).
39. N. N. Rosanov, S. V. Fedorov, and A. N. Shatsev, In: *Dissipative Solitons: From Optics to Biology and Medicine*, Eds. N. Akhmediev and A. Ankiewicz Lecture Notes in Physics **751**, Berlin: Springer-Verlag, 2008, p. 93.
40. T. Elsass, K. Gauthron, G. Beaudoin et al., Appl. Phys. B **98**, 327 (2010).
41. С. В. Федоров, Опт. спектр. **106**, 633 (2009).
42. Ал. С. Киселев, Ан. С. Киселев, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **87**, 763 (2008).
43. Н. В. Высотина, В. А. Малышев, В. Г. Маслов и др., Опт. спектр. **109**, 117 (2010).
44. Н. В. Высотина, Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, Опт. спектр. **109**, 125 (2010).
45. N. N. Rosanov, S. V. Fedorov, A. N. Shatsev, and N. V. Vyssotina, Eur. Phys. J. **59**, 3 (2010).
46. Н. В. Высотина, Н. Н. Розанов, В. Е. Семенов, Письма в ЖЭТФ **83**, 337 (2006).
47. Н. Н. Розанов, В. Е. Семенов, Н. В. Высотина, Квант. электрон. **38**, 137 (2008).
48. Н. В. Высотина, Н. Н. Розанов, В. Е. Семенов, Опт. спектр. **106**, 793 (2009).
49. N. N. Rosanov, V. V. Kozlov, and S. Wabnitz, Phys. Rev. A **81**, 043815 (2010).