

# Проявление коллективных эффектов в поляризационно-разрешенных спектрах рекомбинационного излучения с полностью заполненного нулевого уровня Ландау двумерных электронов

В. В. Соловьев, И. В. Кукушкин, Ш. Шмульт<sup>+1)</sup>

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

<sup>+</sup> Max-Planck-Institute fur Festkorperforschung, 70569 Stuttgart, Germany

Поступила в редакцию 23 сентября 2010 г.

Исследованы спектры рекомбинации двумерных электронов со свободными фотовозбужденными дырками в широком диапазоне факторов заполнения электронов в перпендикулярном магнитном поле. Обнаружена немонотонная зависимость от фактора заполнения энергетического расщепления между спектральными компонентами фотолюминесценции с полностью заполненного нулевого электронного уровня Ландау, имеющими разную циркулярную поляризацию. Показано, что наблюдаемая зависимость связана с коллективными (экситонными) эффектами, возникающими при взаимодействии электронов частично заполненных верхних уровней Ландау с дырками, остающимися на нулевом уровне Ландау после акта рекомбинации.

Многие вопросы об устройстве основного состояния, а также спектров элементарных возбуждений двумерной электронной системы в режимах целочисленного и дробного квантового эффекта Холла (ДКЭХ) [1] продолжают оставаться открытыми и спустя три десятилетия после обнаружения этих замечательных явлений [2, 3]. Например, в настоящее время существенные усилия исследователей направлены на изучение необычного состояния ДКЭХ на факторе заполнения  $5/2$  [4], для которого теоретически предсказана возможность существования элементарных возбуждений, обладающих неабелевой статистикой [5, 6]. Одним из требований для осуществления такой возможности является наличие спиновой поляризации у электронной системы в ее основном состоянии, и ряд недавних экспериментов был нацелен на изучение именно этого вопроса [7]. Методика работы [8] была основана на анализе спектров фотолюминесценции с полностью заполненного нижайшего уровня Ландау двумерного электронного газа в квантовой яме, которые были сняты в двух циркулярных поляризациях. Отличие величины энергетического расщепления между соответствующими компонентами спектров в разных поляризациях от суммы зеемановских энергий электрона и дырки служило мерой многочастичного вклада в энергию соответствующих оптических переходов, и таким образом отражало степень спиновой поляризации электронов.

В данной работе аналогичная методика применялась для исследования фотолюминесценции из двумерной электронной системы в широком диапазоне факторов заполнения электронов в режиме ЦКЭХ. Обнаружена немонотонная зависимость энергетического расщепления между спектральными компонентами рекомбинации с нижайшего уровня Ландау (УЛ), отвечающими разным циркулярным поляризациям, от фактора заполнения электронов. Это наблюдение объясено наличием многочастичных эффектов во взаимодействии дырок на заполненном УЛ, остающихся после излучательной рекомбинации, с коллективом электронов на частично заполненных верхних УЛ. Величины энергетических расщеплений при факторах заполнения 2 и 3 хорошо согласуются с различиями в энергиях соответствующих элементарных возбуждений системы, которые были определены при изучении рамановского рассеяния света.

Изученные объекты представляли собой высококачественные легированные квантовые ямы GaAs, заключенные в барьера  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ . Первый образец содержал квантовую яму шириной  $250\text{ \AA}$  с двумерным электронным газом плотностью  $6.1 \cdot 10^{11}\text{ см}^{-2}$  и подвижностью  $1.6 \cdot 10^6\text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ . Слой одностороннего  $\delta$ -легирования был отделен от квантовой ямы спейсером толщины  $250\text{ \AA}$ . Двумерный электронный газ второго образца обладал существенно большей подвижностью,  $16 \cdot 10^6\text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ , при плотности  $1.8 \cdot 10^{11}\text{ см}^{-2}$  в квантовой яме шириной  $300\text{ \AA}$ . Оптическая накачка и сбор сигнала фотолюминесцен-

<sup>1)</sup>S. Schmutz.

ции в геометрии Фарадея производились через световод диаметром 0.4 мм, при этом для отбора сигнала только в одной циркулярной поляризации перед световодом была размещена комбинация из пластинки  $\lambda/4$  и линейного поляризатора. Детектирование в обеих циркулярных поляризациях обеспечивалось за счет смены направления магнитного поля. Основная часть обсуждения будет посвящена результатам, полученным при экспериментах с первым образцом, которые проводились при температуре 1.5 К в магнитных полях до 12 Тл. Мощность накачки при этом составляла около 0.7 мВт, возбуждение производилось на длине волны 780 нм. Измерения со вторым образцом проводились при ультранизких температурах 20 мК и мощности фотовозбуждения 100 нВт.

При приложении магнитного поля циркулярная поляризация испускаемого в процессе рекомбинации и детектируемого в геометрии Фарадея фотона определяется проекциями моментов рекомбинирующих частиц. В случае достаточно узкой квантовой ямы из всего сложного набора дырочных состояний валентной зоны нижайшими по энергии и потому наиболее существенными для оптических переходов являются состояния тяжелой дырки с проекциями момента  $\pm 3/2$ . Необходимость сохранения углового момента делает возможными только процессы рекомбинации электронов и дырок, имеющих одинаковые индексы УЛ. Таким образом, в обсуждаемой далее рекомбинации электронов с нулевого УЛ и с проекциями спина  $\pm 1/2$  участвуют тяжелые дырки также с нулевого УЛ и с проекциями момента  $\pm 3/2$ . Схема соответствующих оптических переходов приведена на рис.1а. В случае, когда происходит рекомбинация одиночного электрона и одиночной дырки с соответствующими проекциями моментов (рис.1а), разница между энергиями фотонов в двух поляризациях  $\Delta\Sigma$  равна просто сумме зеемановских энергий для электрона и дырки

$$\Delta\Sigma = (|g_e| + 3|g_h|)\mu B, \quad (1)$$

где  $g_e = -0.4$  и  $g_h = +0.3$  – величины  $g$ -факторов для электрона и дырки соответственно, и линейно возрастает с магнитным полем. Ситуация кардинально меняется, когда рассматривается рекомбинация одного из электронов нулевого УЛ в окружении остальных электронов полных и частично заполненных вышележащих УЛ (рис.1б). Причина этого заключается в различном взаимодействии упомянутого коллектива электронов с дыркой на нижнем либо верхнем спиновом подуровне электронного нулевого УЛ, остающейся после исчезновения соответствующего электрона.

Спектры люминесценции с нулевого УЛ в рассматриваемой системе, вообще говоря, имеют тон-

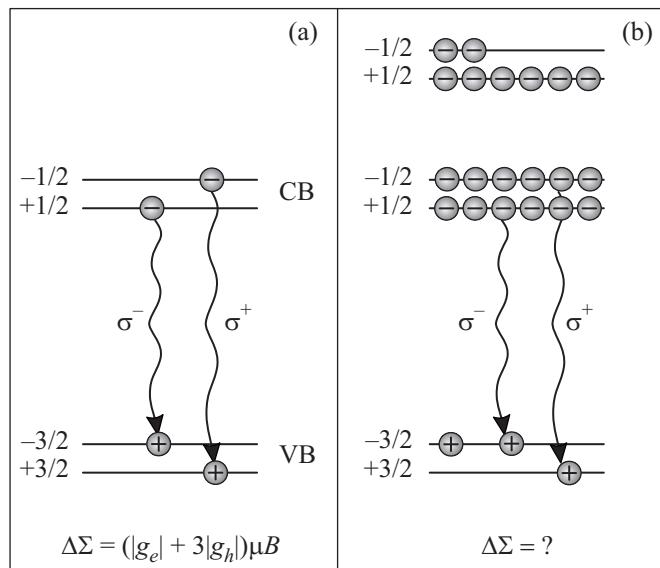


Рис.1. Схема оптических переходов при рекомбинации электронов и валентных дырок в квантовой яме: (а) в случае единичных носителей заряда, (б) в присутствии коллектива электронов

кую структуру, зависящую от фактора заполнения и температуры наблюдений [9]. Природа дополнительных линий связана с возможными процессами отдачи во время акта рекомбинации, а также с наличием легкодырочных состояний в валентной зоне и их смешиванием с состояниями тяжелых дырок [10]. Однако наиболее интенсивными будут ранее описанные и проиллюстрированные на рис.1b переходы, к анализу которых мы и переходим. Рис.2 демонстрирует спектры фотолюминесценции из изученных образцов, снятые в двух циркулярных поляризациях и при факторах заполнения электронов 4.0 и 4.6. Указаны масштабы расщеплений между теми линиями в спектрах в разных поляризациях, которые отвечают упомянутым выше оптическим переходам. Отмечены также линии объемной люминесценции (bulk), оптический переход с отдачей энергии (линия R), а также линии люминесценции с верхних УЛ (LL1 и LL2) для образца с меньшей электронной плотностью, который отличался существенно лучшим структурным качеством, и как следствие, менее уширенными линиями в спектрах люминесценции. Приведенные спектры уже позволяют сделать вывод о не-применимости формулы (1), так как наблюдаемое энергетическое расщепление между спектральными компонентами в разных поляризациях при факторе заполнения 4.0 оказывается меньшим по сравнению с фактором 4.6, хотя величина магнитного поля в первом случае больше. Детальная зависимость энергети-

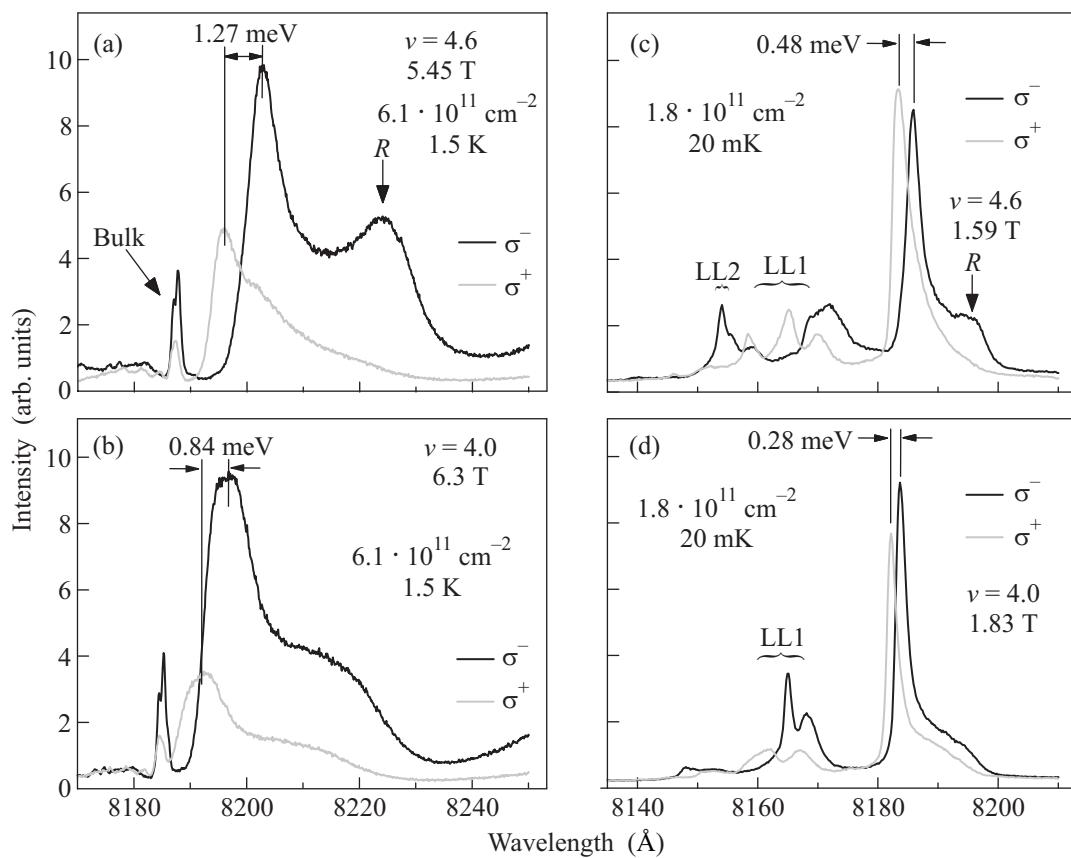


Рис.2. Спектры люминесценции из двух изученных образцов ((а),(б) и (с),(д), соответственно), снятые в двух циркулярных поляризациях, при значениях фактора заполнения электронов 4.6 и 4.0. Указаны энергетические расщепления между спектральными компонентами, отвечающими обсуждаемым оптическим переходам. Отмечены линии люминесценции из объема GaAs (Bulk), реплика люминесценции двумерных электронов, соответствующая переходу с отдачей энергии (R), а также линии рекомбинации с верхних уровней Ландау (LL1 и LL2)

ческого расщепления от магнитного поля для образца с большей плотностью приведена на рис.3а. Расщепление ведет себя немонотонно и сильно отклоняется от результата двухчастичной формулы (1), который приведен для сравнения в виде прямолинейной зависимости с наклоном 0.07 мэВ/Тл. Логичным является представление данного результата как функции фактора заполнения электронов, и этот график показан на рис.3б. В таком виде зависимость приобретает осциллирующий характер, с минимумами величины расщепления на четных факторах заполнения, а также максимумами вблизи факторов заполнения вида 2.6, 4.6, 6.6, ...

Для дальнейшего анализа и объяснения экспериментальных данных необходимо записать выражение для величины  $\Delta\Sigma$  в самом общем виде, а именно,  $\Delta\Sigma = E_{ph}^+ - E_{ph}^-$ , где  $E_{ph}^+$  и  $E_{ph}^-$  – энергии фотонов в поляризациях  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$ , соответственно. В свою очередь, энергия испущенного фотона  $E_{ph}$  равна разности энергий начального  $E_{in}$  и конечного  $E_f$

состояний системы “дырка-коллектив электронов”:  $E_{ph} = E_{in} - E_f$ . Таким образом, можно записать

$$\Delta\Sigma = (E_{in}^+ - E_{in}^-) - (E_f^+ - E_f^-), \quad (2)$$

где слагаемое вида  $E_{in}^+$  обозначает начальную энергию системы до акта рекомбинации с испусканием  $\sigma^+$ -фотона, то есть системы “дырка в валентной зоне с моментом +3/2 – коллектив электронов”, а слагаемое вида  $E_f^+$  обозначает конечную энергию системы после акта рекомбинации с испусканием  $\sigma^+$ -фотона, то есть системы “дырка на верхнем спиновом подуровне нулевого УЛ – коллектив электронов”. При использованных в эксперименте величинах плотности мощности фотовозбуждения концентрация дырок в валентной зоне квантовой ямы оказывается пренебрежимо малой (менее  $10^8 \text{ см}^{-2}$ ), поэтому приближение, в котором рассматривается коллектив электронов и единственная дырка в валентной зоне с проекцией момента +3/2 либо -3/2, оказывается оправданным. В таком случае разность энергий началь-

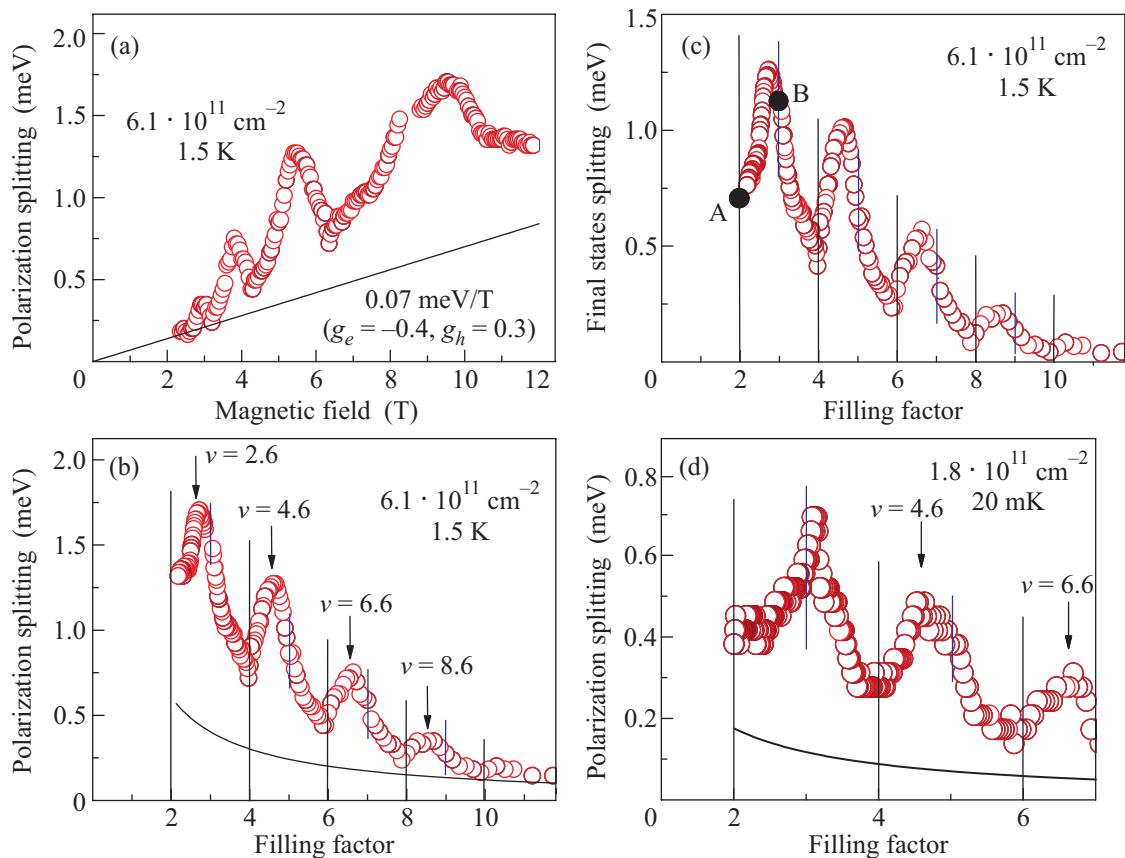


Рис.3. (а) Зависимость энергетического расщепления между спектральными компонентами рекомбинации с нулевого электронного уровня Ландау, соответствующими фотонам с разными циркулярными поляризациями, от приложенного магнитного поля. Прямолинейная зависимость отражает сумму зеемановских энергий электрона и дырки. (б) Та же самая зависимость, построенная от величины фактора заполнения электронов. Прямолинейная зависимость из (а) приняла вид гиперболической. (с) Разница энергий конечных состояний системы электронов, которые соответствуют актам рекомбинации с испусканием  $\sigma^-$ - и  $\sigma^+$ -фотонов, в зависимости от фактора заполнения электронов. Результат получен вычитанием из данных рис.3б зеемановской энергии дырки. (д) Зависимость энергетического расщепления от величины фактора заполнения электронов (аналогичная (б)) для образца с меньшей плотностью и при температуре 20 мК

ных состояний  $E_{in}^+ - E_{in}^-$  равна энергии зеемановского расщепления для дырки в валентной зоне, так как мы рассматриваем только оптические переходы с  $k \approx 0$ , и кулоновские вклады в энергию начальных состояний за счет взаимодействия коллектива электронов с дырками с проекцией момента  $+3/2$  либо  $-3/2$  оказываются идентичными. Немонотонный по магнитному полю вклад в расщепление (2) происходит за счет второй скобки в записанном выражении, то есть от разности энергий конечных состояний системы. Для иллюстрации этого явления обратимся к сравнению ситуаций на факторах заполнения  $2+$  и  $3+$ , когда на соответствующем частично заполненном спиновом подуровне первого УЛ находится только один электрон.

Конечные состояния системы после испускания фотона соответствующей поляризации при факторе

заполнения электронов  $2+$  изображены на рис.4а. Они образованы из дырки на одном из подуровней нулевого УЛ и электрона на нижнем спиновом подуровне первого УЛ. Задача сравнения энергий этих двух состояний эквивалентна сравнению энергий соответствующих элементарных возбуждений в двумерном электронном газе, когда электрон с нулевого УЛ переносится на вышележащий УЛ (рис.4б). Многочастичная природа таких возбуждений была подробно исследована сравнительно недавно как экспериментально [11], так и теоретически [12]. Показано, что нижайшие возбуждения образованы двумя циклотронными спин-флип модами, имеющими ясный одиночастичный аналог и обозначенными CSFM1 и CSFM2 на рис.4с, их линейной комбинацией, которая имеет проекцию спина 0 и обозначена как АР, а также двумя вырожденными по энергии магнитоплазменными

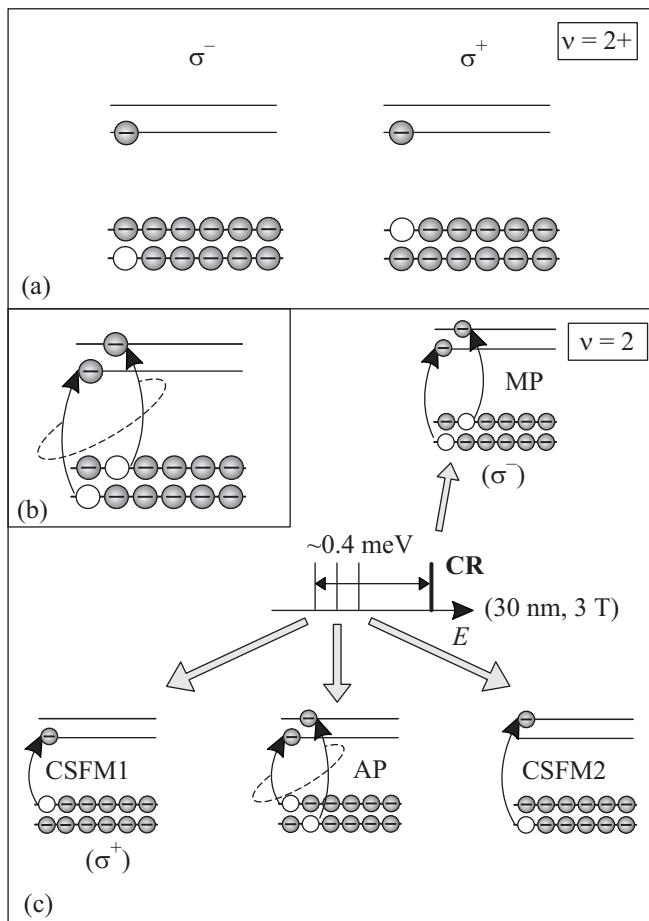


Рис.4. (а) Конечные состояния электронной системы при факторе заполнения 2+ после акта рекомбинации, соответствующего испусканию фотона той или иной циркулярной поляризации. (б) Схема гибридизованных элементарных возбуждений двумерного электронного газа на факторе заполнения 2. (с) Расшифровка каждой из четырех мод рис.(б) с указанием их расположения на энергетической шкале и обозначением интересующей нас разности энергий

модами МР. Соответствующими рис.4а и потому интересующими нас возбуждениями являются CSFM1 и МР.

Вообще говоря, все эти возбуждения имеют свою специфическую дисперсию, однако значимыми для нас являются их энергии при  $k = 0$ . Это утверждение требует отдельного обоснования. Рождение любого коллективного возбуждения на рис.4с с  $k = 0$  физически означает, что в реальном пространстве вырванный электрон и соответствующая дырка на уровне Ландау находятся в одном и том же месте. Возвращаясь к ситуации рис.4а, мы приходим к необходимости того, чтобы дырка на нулевом уровне Ландау, образованная в результате оптической рекомбинации,

и единичный электрон на незаполненном УЛ находились в одной точке пространства. И эта скорелированность действительно имеет место, так как до акта рекомбинации она обеспечивается кулоновским взаимодействием дырки в валентной зоне и обсуждаемого единичного электрона (электроны заполненных УЛ образуют состояния с равномерной плотностью и не разрушают описанного экситонного состояния), и сохраняется естественным образом в момент рекомбинации этой дырки в валентной зоне с одним из электронов нулевого УЛ, в результате чего и образуется дырка в заполненном УЛ. Таким образом, дальнейшее рассмотрение ограничивается случаем  $k = 0$ .

Именно при  $k \approx 0$  обсуждаемые возбуждения были исследованы экспериментально с помощью неупругого рассеяния света [11]. Согласно теореме Кона, при  $k = 0$  энергия магнитоплазменной моды МР совпадает с циклотронной энергией. Циклотронные спин-флип моды образуют триплет, соответствующий возбуждениям с разными проекциями спина и смещенный вниз по энергии относительно циклотронной энергии. Масштаб интересующей нас разности энергий возбуждений CSFM1 и МР показан на шкале рис.4с и равен 0.4 мэВ, эти данные были получены в работе [11] для квантовой ямы шириной 300 Å в магнитных полях 1–3 Тл. Для обсуждаемых здесь результатов исследований люминесценции из квантовой ямы шириной 250 Å при факторе заполнения 2 в магнитном поле порядка 10 Тл, следует ожидать несколько большего значения этой величины. Чтобы извлечь ее из данных рис.2б, необходимо вычесть из разности энергий фотонов, обладающих разными поляризациями, зеемановскую энергию дырки в валентной зоне, то есть разницу начальных состояний системы до акта рекомбинации. Результат такой операции приведен на рис.3с, и значение разности энергий конечных состояний системы на факторе заполнения 2 оказывается равным 0.7 мэВ (точка А), что разумно соотносится с данными рамановского рассеяния с учетом отличающихся ширин ям и значений магнитных полей.

Перейдем к аналогичному рассмотрению ситуации на факторе заполнения 3+. Рис.5а иллюстрирует вид конечных состояний системы после акта рекомбинации. Несмотря на кажущуюся схожесть с рис.4а, устройство и энергетический масштаб соответствующих возбуждений двумерной электронной системы оказывается совершенно иным. Во-первых, конечное состояние, соответствующее фотону  $\sigma^+$ , изменило свою природу с CSFM-подобной на магнитоплазменную. Обратное изменение произошло для конечного состояния при испускании фо-

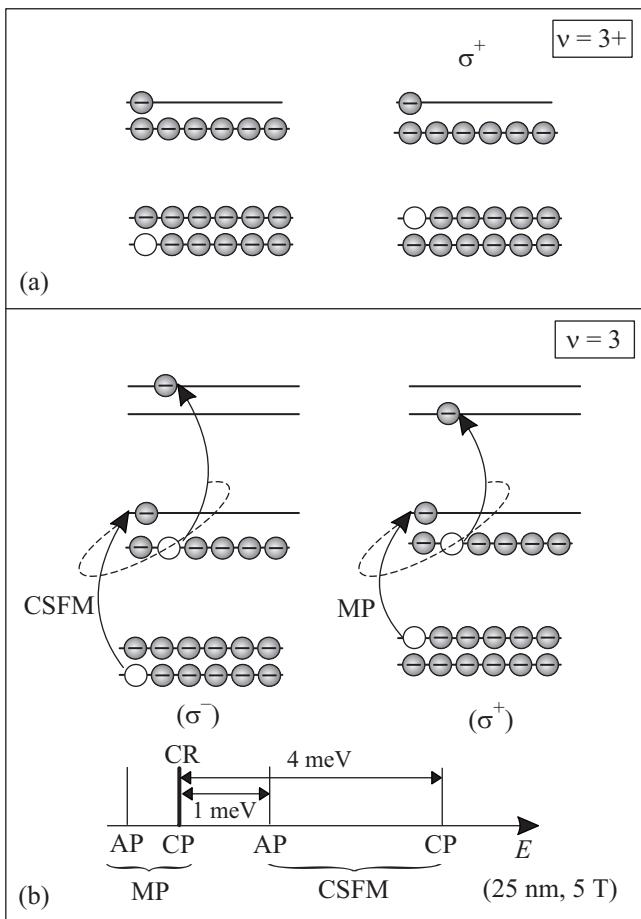


Рис.5. (а) Конечные состояния электронной системы при факторе заполнения 3+ после акта рекомбинации. (б) Схема гибридизованных элементарных возбуждений двумерного электронного газа на факторе заполнения 3. На энергетической шкале обозначены соответствующие моды, наблюденные методом рамановского рассеяния, с указанием масштабов значимых энергий

тона  $\sigma^-$ . Далее, результаты рамановского рассеяния света, подтвержденные теоретическим расчетом, демонстрируют, что на факторе заполнения 3 элементарные возбуждения двумерного газа образованы двумя гибридизованными магнитоплазменными модами МР [13] и двумя гибридизованными циклотронными спин-флип модами CSFM [14] (рис.5б). В этом случае отсутствует прямое соответствие между конечными состояниями рис.5а и упомянутыми модами, однако даже в этом случае можно сделать ряд выводов и количественные сравнения. Во-первых, магнитоплазменные моды образованы синфазными (СР) и антифазными (АР) колебаниями электронной плотности, при этом синфазная мода является оптически активной, и ее энергия при  $k = 0$  в точности равна циклотронной энергии. На факторе заполне-

ния 3+ энергия конечного состояния при испускании фотона поляризации  $\sigma^+$  также совпадает с циклотронной энергией, как это было для фотона поляризации  $\sigma^-$  при ранее рассмотренном факторе заполнения 2. Масштаб отщепления циклотронных спин-флип мод приведен на шкале рис.5б, здесь использованы данные рамановского рассеяния света для квантовой ямы шириной 250 Å в магнитном поле около 5 Тл (то есть эксперимент проводился над практически идентичной системой). Энергия конечного состояния при испускании фотона поляризации  $\sigma^-$  при факторе заполнения 3 может находиться в широком диапазоне между энергиями антифазной АР и синфазной СР циклотронных спин-флип мод, однако в любом случае энергетическое расщепление между обсуждаемыми конечными состояниями для поляризаций  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  будет не менее 1 мэВ. Сравнивая это значение с результатом люминесцентных исследований рис.3с (точка В, расщепление 1.1 мэВ), мы отмечаем хорошее согласие ответов, полученных двумя существенно разными методиками.

На данный момент был объяснен масштаб наблюдаемых энергетических расщеплений в спектрах люминесценции на факторах заполнения 2 и 3 для образца с большей плотностью электронов. В частности, пояснена природа существенно большего значения расщепления при факторе 3, несмотря на меньшую величину магнитного поля в сравнении с фактором заполнения 2. Использованная методика дает ответ на вопрос о разности соответствующих энергий конечных состояний системы, в том числе и при всех других факторах заполнения (рис.3с), для которых на данный момент не существует ни теоретических рассмотрений, ни альтернативных экспериментальных подходов. Полученный результат о максимуме этой величины при значениях фактора заполнения вида 2.6, 4.6, ... остается необъясненным и потому вызывает к дальнейшему развитию методов расчета законов дисперсий элементарных возбуждений в двумерном электронном газе.

Представляется целесообразным отметить недавнюю работу [15], в которой также исследовалась поляризационно-разрешенная фотoluminesценция из двумерной системы электронов в квантовой яме CdTe при 1.5 К. В ней был получен аналогичный результат о немонотонности расщепления между соответствующими спектральными компонентами от величины фактора заполнения электронов, однако интерпретация этого явления была сведена к введению в двухчастичную формулу вида (1) некоторой дополнительной зависимости расщепления спиновых подуровней электронов на заполненном нулевом УЛ от

спиновой поляризации всей системы электронов, и потому от фактора заполнения. Такой эффект действительно наблюдается для электронных состояний вблизи уровня Ферми [16], однако для электронов заполненных УЛ подобные рассуждения не представляются физически обоснованными. Результаты нашей статьи предлагают объяснение на основе рассмотрения конечных состояний электронной системы, которое подкрепляется теоретическими представлениями о природе коллективных возбуждений двумерного электронного газа при факторах заполнения 2 и 3, а также данными рамановского рассеяния света системой электронов в этих условиях.

На рис.3d показана зависимость обсуждаемого энергетического расщепления между компонентами в спектрах фотолюминесценции, измеренных на образце с меньшей электронной плотностью и при температуре 20 мК. Качественная картина поведения оказывается эквивалентной уже обсужденным результатам при 1.5 К, за исключением наблюдения максимума вблизи фактора заполнения 3.0 вместо 2.6. Помимо подтверждения общности представленных данных, эта зависимость оказывается чрезвычайно важной при анализе результатов упомянутой работы [8], где заявляется о наблюдении минимума энергетического расщепления при факторе заполнения 5/2. Из этого факта авторами работы [8] был сделан вывод об отсутствии спиновой поляризации у электронной системы. Наши результаты (рис.3d) не демонстрируют какой-либо особенности вблизи фактора заполнения 5/2 при аналогичных экспериментальных условиях (ультранизкая температура, рекордно высокая подвижность электронов и наличие дробного состояния 5/2 в транспортных данных), что, скорее всего, указывает на частичную спиновую поляризацию электронной системы.

Таким образом, в предложенной работе было проведено исследование спектров рекомбинации двумерных электронов со свободными фотовозбужденными дырками в перпендикулярном магнитном поле. Анализ энергетического расщепления между линиями фотолюминесценции с нулевого УЛ в разных циркулярных поляризациях выявил немонотонное поведение этой величины в зависимости от фактора заполнения электронов. Этот факт объясняется различным характером взаимодействия дырки на нулевом уровне Ландау, остающейся после акта рекомбинации на том или ином спиновом подуровне, с коллективом частично заполненных уровней Ландау. Вы-

полнен анализ наблюдаемых величин энергетических расщеплений при факторах заполнения 2 и 3 с точки зрения коллективных возбуждений двумерной электронной системы и с привлечением данных рамановского рассеяния света.

Работа была выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

1. C. Kallin and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **30**, 5655 (1984), S. M. Girvin, A. H. MacDonald, and P. M. Platzman, Phys. Rev. Lett. **54**, 581 (1985).
2. K. v. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
3. D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).
4. R. Willett, J. P. Eisenstein, H. L. Stormer et al., Phys. Rev. Lett. **59**, 1776 (1987).
5. G. Moore and N. Read, Nucl. Phys. B **360**, 362 (1991).
6. M. Levin, B. I. Halperin, and B. Rosenow, Phys. Rev. Lett. **99**, 236806 (2007).
7. J. B. Miller et al., Nat. Phys. **3**, 561 (2007), C. R. Dean et al., Phys. Rev. Lett. **100**, 146803 (2008), C. R. Dean et al., Phys. Rev. Lett. **101**, 186806 (2008), W. Pan et al., Phys. Rev. B **77**, 075307 (2008), H. C. Choi et al., Phys. Rev. B **77**, 081301R (2008), M. Dolev et al., Nature (London) **452**, 829 (2008), I. P. Radu et al., Science **320**, 899 (2008), R. L. Willett et al., Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **106**, 8853 (2009), J. Nuebler et al., Phys. Rev. B **81**, 035316 (2010).
8. M. Stern, P. Plochocka, V. Umansky et al., Phys. Rev. Lett. **105**, 096801 (2010).
9. О. В. Волков, В. Е. Житомирский, И. В. Кукушкин и др., Письма в ЖЭТФ **66**, 539 (1997).
10. О. В. Волков, В. Е. Житомирский, И. В. Кукушкин и др., Письма в ЖЭТФ **65**, 38 (1997).
11. L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, S. Dickmann et al., Phys. Rev. B **72**, 073304 (2005).
12. S. Dickmann and I. V. Kukushkin, Phys. Rev. B **71**, 241310 (2005).
13. L. V. Kulik, S. Dickmann, I. K. Drozdov et al., Phys. Rev. B **79**, 121310 (2009).
14. А. В. Van'kov, to be published.
15. J. Kunc, K. Kowalik, F. J. Teran et al., arXiv:1005.2575 (2010), accepted to Phys. Rev. B.
16. R. J. Nicholas et al., Phys. Rev. B **37**, 1294 (1988), A. Usher et al., Phys. Rev. B **41**, 1129 (1990), V. T. Dolgopolov et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 729 (1997), J. K. Wang et al., Phys. Rev. B **45**, 4384 (1992), S. A. J. Wiegers et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 3238 (1997), A. B. Van'kov et al., Phys. Rev. Lett. **97**, 246801 (2006).