Письма в ЖЭТФ, том 92, вып. 10, с. 762 – 765

Межподзонные плазмоны в квазиодномерной системе

Р. З. Витлина[*1)], *Л. И. Магарилл*[*+], *А. В. Чаплик*[*+]

[*] *Институт физики полупроводников Сибирского отд. РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[+] *Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 20 октября 2010 г.

Показано, что особенностью плазменных колебаний в квазиодномерных системах является существование двух ветвей межподзонных плазмонов для каждой пары подзон. Вторая (низкочастотная) ветвь проходит в области плоскости частота – импульс, где кинематически разрешен одночастичный переход, вызванный плазменной волной, тем не менее затухание Ландау отсутствует.

Введение. В низкоразмерных системах, содержащих многокомпонентную электронную плазму, возможны коллективные колебания двух типов. Один из них соответствует флуктуациям плотности каждой компоненты (например, подзоны поперечного квантования в квантовой яме или проволоке), которые связаны между собой лишь кулоновским взаимодействием при сохранении числа частиц в каждой из компонент. Такие плазмоны называются внутриподзонными и делятся на оптические и акустические. В простейшем случае двух подзон им соответствуют синфазные и антифазные колебания плотности. Второй тип плазменных колебаний сопровождается переходами электронов между подзонами и называется поэтому межподзонными плазмонами, он характеризуется щелью в законе дисперсии: при нулевом импульсе частота равна расстоянию между уровнями одночастичного спектра плюс деполяризационный сдвиг. При достаточно малом импульсе плазмона распад его на одночастичные возбуждения кинематически запрещен, и поэтому затухание Ландау отсутствует. Формально это проявляется в том, что равенство

$$\varepsilon_2(\mathbf{k}+\mathbf{q})-\varepsilon_1(\mathbf{k})-\hbar\omega=0, \tag{1}$$

где $\mathbf{q},\mathbf{k}$ – импульсы плазмона и электрона, соответственно, $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ – одночастичные энергии подзон, не может быть выполнено ни при каких импульсах частиц, если частота ω и импульс $\mathbf{q}$ связаны законом дисперсии межподзонного плазмона $\omega(\mathbf{q})$. Этот закон дисперсии определяет одну ветвь межподзонных плазмонов для каждой пары подзон.

В настоящей работе мы покажем, что изложенное выше справедливо для квазидвумерной системы (квантовая яма), но не полностью описывает одномерную (1D) ситуацию. В 1D случае существуют две незатухающие ветви межподзонных плазмонов, связанных с парой одномерных подзон, причем одна из них (нижняя) проходит в области плоскости (ω,q), в которой равенство (1) может выполняться при некоторых допустимых значениях k. Тем не менее, затухание Ландау этой ветви отсутствует. Дело заключается в том, что в 1D случае область затухания Ландау ограничена по частоте как сверху, так и снизу. Действительно, в классике это затухание пропорционально $\partial f/\partial u$, где f – функция распределения частиц по проекции их скорости u на направление плазменной волны [1]. В 3D и 2D системах $\partial f/\partial u$ отлично от нуля в области $u\le v_0$ (v_0 – фермиевская скорость электронов), так что волны с $\omega<qv_0$ затухают. В одномерной системе $\partial f/\partial u\sim\delta(u^2-v_0^2)$, то есть затухание Ландау сосредоточено в точках $u=\pm v_0$. Квантовые поправки размывают область затухания в интервал $-\hbar q^2/2m<\omega\pm qv_0<\hbar q^2/2m$, но поскольку в актуальной области импульсов плазмона $\hbar q/m\ll v_0$, имеется широкая область, в которой $\omega<qv_0$, однако затухание Ландау отсутствует. Приведенные качественные соображения, строго говоря, относятся к однокомпонентной плазме, то есть к внутризонным плазмонам. Тем не менее, расчеты показывают (см. ниже), что одномерный межподзонный плазмон может существовать без затухания и в области, где кинематически разрешен одночастичный переход.

Мы рассмотрим два примера квазиодномерных систем: плоская квантовая проволока и одномерная сверхрешетка в магнитном поле (в обоих случаях состояния электрона описываются одномерным импульсом k).

1. Квантовая проволока. 2D электронный газ находится в плоскости (x,z) и движение по z квантуется в потенциале $V(z)$. Расстояние между двумя нижайшими уровнями Δ, волновые функции $\varphi_1(z)$ и $\varphi_2(z)$. Гриновская функция одномерной кулоновской задачи имеет вид (в фурье-представлении по

[1)] e-mail: ritta@isp.nsc.ru

x): $G = 1/2\pi K_0(q|z-z'|)$, где q – импульс вдоль оси x, K_0 – функция Макдональда. В приближении самосогласованного поля матричные элементы потенциала плазменной волны удовлетворяют системе уравнений

$$\Phi_{ij} + \frac{2e^2}{\kappa}\sum_{n,m} I_{ijnm}(q)\Pi_{nm}(q,\omega)\Phi_{nm}(q) = 0; \qquad (2)$$

$$I_{ijnm}(q)=\int dzdz'\varphi_i(z)\varphi_j(z)K_0(q|z-z'|)\varphi_n(z')\varphi_m(z'), \qquad (3)$$

$$\Pi_{nm}(q,\omega)=-\frac{1}{L}\sum_k \frac{f_n(k)-f_m(k+q)}{\varepsilon_n(k)-\varepsilon_m(k+q)+\omega+i\delta};\ \hbar{=}1, \qquad (4)$$

где f – фермиевские числа заполнения, $\varepsilon_n(k)$ – одночастичные энергии, L – нормировочная длина проволоки, κ – фоновая диэлектрическая проницаемость. Интересуясь лишь межподзонными плазмонами, мы оставляем в системе (2) только недиагональные элементы поляризационного оператора $\prod_{12}$ и $\prod_{21}$. Считая проволоку симметричной относительно осевой линии $z=0$ (при этом $\varphi_1(z)$ и $\varphi_2(z)$ обладают разной четностью), получим, что в дисперсионное уравнение для плазмонов входит лишь один из формфакторов I_{ijnm}: $I_{12,12} = I_{21,21} = J(q)$,

$$1 + \frac{2e^2}{\kappa}J(q)[\Pi_{12}(q,\omega)+\Pi_{21}(q,\omega)] = 0. \qquad (5)$$

Для Π_{12} имеем в 1D системе:

$$\Pi_{12}(q,\omega)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}dk\left[\frac{f_1(k)}{\Delta+kq/m+q^2/2m-\omega-i\delta}-\right.$$
$$\left.-\frac{f_2(k)}{\Delta+kq/m-q^2/2m-\omega-i\delta}\right]. \qquad (6)$$

Выражение для Π_{21} получается из (6) заменами $f_1 \leftrightarrow f_2$, $\Delta \to -\Delta$.

В случае сильного вырождения электронного газа $f_1 = \Theta(p_1^2-k^2)$, $f_2 = \Theta(p_2^2-k^2)$, где $p_{1,2}$ – фермиевские импульсы подзон, Θ – ступенчатая функция. В этом месте любопытно проследить, как в одномерном случае (в отличие от двумерного) возникает второе незатухающее решение дисперсионного уравнения. В 2D ситуации интегрирование в (6) приводит к радикалам типа $\sqrt{(\omega \pm q^2/2m \pm \Delta)^2 - (p_{1,2}q/m)^2}$, которые становятся чисто мнимыми, если нули знаменателей попадают в область интегрирования. Тогда в уравнении (5) имеются мнимые вклады, и вещественных решений для $\omega(\mathbf{q})$ нет. В одномерном же случае вместо радикалов имеем логарифмы, мнимая часть которых не зависит от параметров задачи и равна $-i\pi$. Поэтому затухание существует, если один из знаменателей (6) проходит через нуль в области интегрирования. Если же это имеет место для обоих знаменателей, то есть если при малом q выполняется условие $|\omega-\Delta| < qp_2/m < qp_1/m$ (считаем подзону 1 нижней, поэтому $p_1 > p_2$), то мнимости в (6) сокращаются, и в уравнении (5) возникает дополнительное вещественное решение $\omega(q)$, лежащее в области, где равенство (1) может выполняться. Чтобы произвести вычисления до конца, воспользуемся осцилляторной моделью потенциала $V(z)$, в которой $\varphi_1(z)$ и $\varphi_2(z)$ – волновые функции нулевого и первого уровней гармонического осциллятора с частотой Δ. После громоздких, но очевидных вычислений находим в области $q \ll \min(1/a_B, 1/d)$, где a_B – эффективный боровский радиус, $d = (m\Delta)^{-1/2}$ - осцилляторная длина:

$$\omega_+^2 = \Delta^2 + \frac{2(p_1-p_2)\Delta}{\pi a_B m} + \frac{q^2}{m^2}\left[\frac{(p_1-p_2)}{\pi a_B}\ln(\xi qd) + \right.$$
$$+\frac{(p_1+p_2)}{\pi a_B} + (p_1^2+p_2^2+p_1p_2) +$$
$$\left.+\frac{2\pi a_B m\Delta}{(p_1-p_2)}(p_1^2+p_2^2-p_1p_2) + \frac{(p_1+p_2)m\Delta}{(p_1-p_2)}\right], \qquad (7)$$

$$\omega_-^2 = \Delta^2 - \frac{q^2}{m^2}\left[p_1p_2 + \frac{(p_1+p_2+2\pi a_B p_1p_2)m\Delta}{(p_1-p_2)}\right], \qquad (8)$$

где $\xi = 1/2e^{-1+\eta+C}$, $\eta = 0.86482$, C – константа Эйлера.

Таким образом, верхняя ветвь межподзонных плазмонов начинается с деполяризационного сдвига, пропорционального разности заселенностей подзон (как и в 2D случае), а нижняя, специфическая для одномерной системы, деполяризационного сдвига не имеет и характеризуется отрицательной дисперсией при малых импульсах.

2. Одномерная латеральная сверхрешетка. В качестве второго примера рассмотрим спин-плазмонные колебания двумерного электронного газа в перпендикулярном магнитном поле и в присутствии латеральной одномерной сверхрешетки. Потенциал сверхрешетки $V_{SL}(x) = V_0\cos(2\pi x/d)$ снимает вырождение по положению точки подвеса осциллятора Ландау, так что одночастичная энергия зависит от одной компоненты импульса k_y (в дальнейшем индекс y опускаем). Если далее считать магнитное поле столь сильным, что ω_c (циклотронная частота) много больше спинового расщепления, а уровень Ферми лежит между нулевым и первым уровнями Ландау, то мы приходим к ситуации, аналогичной рассмотренной выше: имеется две (по спиновому индексу) компоненты плазмы, частицы которой ведут себя как одномерные в k-пространстве. При этом одночастичный спектр существенно отличается от случая квантовой проволоки, и, как мы покажем, это приводит к новым особенностям в дисперсии межподзонных плазмонов.

Для упрощения выкладок будем предполагать, что потенциал сверхрешетки можно учесть по теории возмущений. Точный критерий этого приближения зависит как от спин-орбитального взаимодействия, так и от магнитного поля, и будет указан ниже. Спин-орбитальное взаимодействие мы записываем в форме Рашба $H_{SO} = \alpha(\sigma_x \pi_y - \sigma_y \pi_x)$ (α – параметр Рашба); $\boldsymbol{\pi}$ – обобщенный импульс, $\boldsymbol{\sigma}$ – матрицы Паули. Известно [2] точное решение задачи о спектре электрона в магнитном поле с учетом H_{SO}. Из этого решения при введенных выше условиях сильного поля, $m\alpha^2 \ll \omega_c$, легко получить расщепление нижнего уровня Ландау: $\varepsilon_{0+} = \omega_c/2$, $\varepsilon_{0-} = \omega_c/2 - 2m\alpha^2$. Поскольку потенциал V_{SL} по предположению является малым возмущением, его достаточно учесть в низшем приближении, которое дается диагональным элементом V_{SL} по функциям Ландау. В итоге для одночастичного спектра получаем:

$$\begin{aligned} \varepsilon_+(k) &= \frac{\omega_c}{2} + V\cos(tka); \\ \varepsilon_-(k) &= \frac{\omega_c}{2} - 2m\alpha^2 + V\cos(tka), \end{aligned} \tag{9}$$

где $V = V_0 \exp(-t^2/4)$, $t = 2\pi a/d$ (a – магнитная длина). Важно отметить, что точность сделанного приближения улучшается с ростом магнитного поля. Поскольку недиагональные по спиновому индексу матричные элементы V_{SL} в пределах одного уровня Ландау равны нулю, поправки к (9) связаны с виртуальными переходами на высшие уровни, что приводит к дополнительной малости. Вычисляя матричные элементы этих переходов, можно убедиться, что относительная точность формул (9) определяется параметром $2\pi V/\alpha d m\omega_c$, который мы будем считать малым. При этом V может быть сравнимым с $m\alpha^2$; поэтому зоны энергии, определяемые уравнениями (9), могут либо перекрываться, либо между ними может быть щель, и оба случая реализуются в рамках сделанных приближений. Оказывается, плазмонный спектр существенно зависит от наличия или отсутствия перекрытия зон.

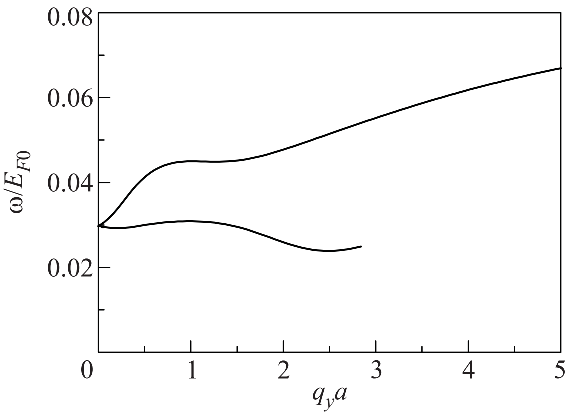
В RPA формализме дисперсионное уравнение для плазменных волн, как обычно, определяется поляризационным оператором $\Pi(\omega, \mathbf{q})$. Поскольку в принятом нами приближении волновые функции остаются невозмущенными, система сохраняет пространственную однородность. Поэтому на частицы различных подзон ε_+ и ε_- действуют одинаковые поля в отличие от случая квантовой проволоки. Спектр всех плазмонов, как внутри- так и межподзонных, определяется из условия существования нетривиального решения одного уравнения на самосогласованный потенциал, а не из системы уравнений на его матричные элементы по функциям подзон. По этой же причине (пространственная однородность системы) в межподзонных спиновых плазмонах отсутствует деполяризационный сдвиг (см. ниже).

Поляризационный оператор в рассматриваемом случае состоит из диагональной по спиновым индексам части $\Pi_1(\omega, \mathbf{q})$ и части $\Pi_2(\omega, \mathbf{q})$, учитывающей переходы между спиновыми подзонами. Интересуясь лишь низкочастотной областью плазмонного спектра, мы полагаем $\omega = 0$ во всех вкладах в Π_1 и Π_2, в которых меняется номер уровня Ландау. Даже при всех сделанных упрощениях полное исследование плазмонного спектра с учетом спин-орбитального взаимодействия и потенциала сверхрешетки сопряжено с очень громоздкими вычислениями, и мы оставляем его для отдельной статьи. Здесь приведем лишь сводку основных результатов.

При отсутствии перекрытия спиновых подзон ($m\alpha^2 > V$) уровень Ферми лежит либо внутри подзоны ε_- (тогда ε_+ пуста), либо внутри ε_+ (тогда ε_- заполнена полностью). В обоих случаях имеется *одна* группа подвижных носителей. Соответственно, спектр плазменных колебаний состоит из оптической и межподзонной ветвей. Двухкомпонентная плазма возникает в случае, когда $m\alpha^2 < V$, то есть подзоны перекрываются, а уровень Ферми попадает в область перекрытия. Тогда при произвольном направлении $\mathbf{q}$ имеется четыре ветви плазмонного спектра: оптическая, акустическая и *две* межподзонные. Начальный участок (при $q \to 0$) межподзонных ветвей характеризуется линейной дисперсией. При $q_x = 0, q_y \neq 0$ получаем

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2m\alpha^2 + s_1 q_y, \quad s_1 = \frac{m\alpha^2(\nu_- - \nu_+)a^2}{a_B}, \\ \omega_2 &= 2m\alpha^2 - s_2 q_y, \quad s_2 = \frac{\pi a_B t^2 V^2 \sin\pi\nu_+ \sin\pi\nu_-}{m\alpha^2 \sin\pi(\nu_- - \nu_+)}, \end{aligned} \tag{10}$$

где $\nu_\pm$ – факторы заполнения подзон, a_B – эффективный боровский радиус. При $q_y = 0$ обе частоты равны спиновому расщеплению $2m\alpha^2$, то есть деполяризационный сдвиг равен нулю. Кривые $\omega_{1,2}(q)$ при произвольных значениях импульса приведены на рисунке.



Зависимость частоты межподзонных плазмонов спин-расщепленного нулевого уровня Ландау от волнового вектора q_y, $q_x = 0$; $\nu_+ = 0.8665$, $\nu_- = 0.3335$, $\alpha = 1.44 \times \times 10^6$ см/с, $V_0 = 0.1E_{F0}$, $n_s = 10^{11}$ см$^{-2}$, $m = 0.055m_0$, $\chi = 12.9$, $d = 2 \cdot 10^{-5}$ см, $E_{F0} = \pi n_s/m$

Электрическое поле плазменной волны продольно, поэтому при $q_y \neq 0$ сила, действующая на электроны, изменяет их квантовое число $k_y = k$, что означает сдвиг точки подвеса осциллятора Ландау. Именно такие переходы разрешены в одномерном потенциале сверхрешетки $V_{SL}(x)$, так как спектр электронов как функция k непрерывен. Отсюда следует, что дисперсия плазменных волн в рассматриваемой задаче должна характеризоваться сильной анизотропией (в отсутствие спин-орбитального взаимодействия анизотропия дисперсии магнитоплазмонов в латеральной сверхрешетке была установлена также в работе [3]). Электрическое поле в направлении x не может вызвать переходы с малым изменением энергии $\Delta\varepsilon$, возможен лишь циклотронный резонанс с $\Delta\varepsilon = \omega_c$ либо спин-флип переход с $\Delta\varepsilon = 2m\alpha^2$. Действительно, наши вычисления показывают, что при $q_y = 0, q_x \neq 0$ спектр плазмонов кардинально меняется. Диагональная по спину часть поляризуемости Π_1 тождественно обращается в нуль. Для Π_2 получается простое выражение:

$$\Pi_2 = -\frac{2(m\alpha^2)^2 q_x^2(\nu_- - \nu_+)e^{-u}}{\pi\omega_c(\omega^2 - 4(m\alpha^2)^2)}, \tag{11}$$

где $u = q_x^2 a^2/2$, a – магнитная длина. Независимо от взаимного расположения спиновых подзон и положения уровня Ферми дисперсионное уравнение дает единственную ветвь межподзонных плазмонов:

$$\omega = 2m\alpha^2\sqrt{1 + \frac{|q_x|a^2}{a_B}\frac{\exp(-u)(\nu_- - \nu_+)}{1 + 2\nu F(u)/|q_x|a_B}}, \tag{12}$$

где $F(u) = (\mathrm{Ei}(u) - C - \ln u)e^{-u}$, $\mathrm{Ei}(u)$ – интегральная показательная функция. Такое "обеднение" плазмонного спектра объясняется тем, что по отношению к возмущению, зависящему лишь от x, плазма ведет себя как система с дискретным спектром.

В заключение еще раз подчеркнем, что существование второй ветви межподзонных плазмонов, не испытывающих затухания Ландау, для каждой пары подзон является особенностью только одномерных систем. Именно в 1D случае затухание отсутствует даже для волн, кривая дисперсии которых проходит в той части плоскости (ω, q), где фазовая скорость волны меньше скорости Ферми.

Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант # 08-02-00152) и Программами РАН.

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Физическая кинетика*, М.: Наука, 1979.
2. Ю. А. Бычков, Э. И. Рашба, Письма в ЖЭТФ **39**, 66 (1984); Ю. А. Бычков, В. И. Мельников, Э. И. Рашба, ЖЭТФ **98**, 717 (1990).
3. H. L. Cui, V. Fessatidis, and N. J. Horing, Phys. Rev. Lett. **63**, 2598 (1989).