Письма в ЖЭТФ, том 93, вып. 7, с. 442 – 445 © 2011 г. 10 апреля

Время жизни квазичастиц в двумерном полуметалле

В. М. Ковалев[+*], *А. В. Чаплик*[+∇1)]

[+]*Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова Сибирского отд. РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[*]*Новосибирский государственный технический университет, 630095 Новосибирск, Россия*

[∇]*Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 2 марта 2011 г.

Рассчитано время жизни квазичастиц в двумерном прямозонном полуметалле за счет неупругого кулоновского рассеяния при наличии двух типов носителей заряда. Показано, что при малых концентрациях дырок электронное время жизни определяется главным образом электрон-дырочным рассеянием, в то время как при больших концентрациях дырок время жизни электрона определяется электрон-электронным рассеянием.

Сообщения [1, 2] о создании двумерного полуметалла (ДП) на основе структуры CdHgTe/HgTe/CdHgTe повысило интерес к изучению свойств двумерной электрон-дырочной плазмы, имеющей инвертированную зонную структуру. В частности, было изучено влияние кулоновского рассеяния частиц на транспортные свойства ДП [2], экспериментально [3] и теоретически [4] изучено явление циклотронного резонанса, рассчитаны законы дисперсии коллективных возбуждений в ДП [5], теоретически изучались свойства ДП в сильном магнитном поле [6]. Настоящая работа посвящена расчету времени жизни квазичастиц в ДП по отношению к их рассеянию друг на друге из-за кулоновского взаимодействия. Известно [7], что в случае монополярной двумерной плазмы время жизни носителей заряда как функции энергии частицы, отсчитанной от уровня Ферми, в пределе больших концентраций имеет логарифмическую особенность, что отличает двумерную монополярную плазму от ее трехмерного аналога. Следует также подчеркнуть, что в монополярной системе $e-e$ $(h-h)$ рассеяние не дает непосредственного вклада в электросопротивление, так как суммарный импульс частиц сохраняется. Если же имеется два сорта носителей, то рассеяние их друг на друге становится гораздо более существенным для транспорта системы в целом (см. [2]).

Как показано в [1, 2] относительные концентрации электронов и дырок в ДП могут широко варьироваться затворным напряжением. Очевидно, что в случае больших напряжений, когда плазма ДП монокомпонентна, время жизни определяется результатами работы [7]. В представленной работе мы будем интересоваться лишь той областью затворных напряжений на структуре, когда в ДП существуют два типа носителей заряда. Как будет видно из дальнейшего, аналитические результаты можно получить в случае малых или больших концентраций одной из компонент. В частности, мы покажем, что электронное время жизни, при концентрациях электронов много больших дырочных[2)], определяется электрон-дырочным взаимодействием, в то время как электрон-электронное взаимодействие дает доминирующий вклад в электронное время жизни при концентрации электронной компоненты значительно меньшей дырочной.

Хорошо известно, что для нахождения спектра квазичастиц необходимо найти полюсы соответствующей функции Грина. Для электронной функции Грина получаем:

$$G_e^{-1}(\mathbf{p},\epsilon) = G_0^{-1}(\mathbf{p},\epsilon) - \Sigma(\mathbf{p},\epsilon). \qquad (1)$$

Задача заключается в вычислении собственно-энергетической части $\Sigma(\mathbf{p},\epsilon)$, входящей в это выражение. При малых передачах импульса главный вклад в собственно-энергетическую часть, как известно, дает бесконечная последовательность диаграмм с любым количеством электронных и дырочных петель. Суммирование диаграмм приводит к выражению

$$\Sigma(\mathbf{p},\epsilon) = i\int \frac{d\mathbf{k}d\omega}{(2\pi)^3} V(\mathbf{k},\omega) G^0(\mathbf{p}-\mathbf{k},\epsilon+\omega), \qquad (2)$$

где заэкранированное кулоновское взаимодействие $V(\mathbf{k},\omega)$ удовлетворяет уравнению

[1)]e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

[2)]При этом концентрация дырок должна быть такой, чтобы работало приближение слабонеидельной плазмы, то есть дырочный $r_s \ll 1$.

$$V(\mathbf{k},\omega) = \frac{V_0(\mathbf{k})}{1 - V_0(\mathbf{k})[\Pi_e(\mathbf{k},\omega) + \Pi_h(\mathbf{k},\omega)]},$$

в котором введено затравочное кулоновское взаимодействие

$$V_0(k) = 2\pi e^2/\varepsilon_0 k. \tag{3}$$

Далее везде под квадратом заряда будем понимать его эффективное значение $e^2 \to e^2/\varepsilon_0$. Поляризационные операторы электронов ($i = e$) и дырок ($i = h$) в общем случае находятся из выражения

$$\Pi_i(\mathbf{k},\omega) = -\sum_{\mathbf{q}} \frac{f_i(\mathbf{q}) - f_i(\mathbf{q}+\mathbf{k})}{E_i(\mathbf{q}) - E_i(\mathbf{q}+\mathbf{k}) + \omega + i\delta \mathrm{sign}(\omega)}. \tag{4}$$

Для энергий электронов и дырок мы принимаем квадратичные законы дисперсии с различными эффективными массами $E_e(\mathbf{k}) = k^2/2m_e$, $E_h(\mathbf{k}) = k^2/2m_h + \Delta$. Величина перекрытия зон $\Delta > 0$. Для простоты мы рассматриваем случай прямозонного полуметалла: дно зоны проводимости и потолок валентной зоны находятся в центре зоны Бриллюэна. В случае непрямозонного полуметалла, когда имеются две дырочные долины, расположенные в точках $\pm k_0 \neq 0$ (см. [1, 2]), под величиной k в дырочном законе дисперсии следует понимать значение волнового вектора, отсчитанного от соответствующего значения k_0. Кроме того, наличие двух дырочных долин приводит к удвоению поляризационного оператора $\Pi_h \to 2\Pi_h$. В дальнейшем мы не учитываем возможную анизотропию эффективных масс дырок. Очевидно, что указанные изменения не приводят к качественному изменению окончательных выражений.

Энергетический спектр получается приравниванием к нулю выражения (1):

$$\epsilon - E_e(\mathbf{p}) + \mu - \Sigma_0(\mathbf{p}) - \Sigma'(\mathbf{p},\epsilon) = 0. \tag{5}$$

Здесь мы выделили диаграмму с затравочным кулоновским взаимодействием $\Sigma(\mathbf{p},\epsilon) = \Sigma_0(\mathbf{p},\epsilon) + \Sigma'(\mathbf{p},\epsilon)$, где

$$\Sigma_0(\mathbf{p}) = i\int \frac{d\mathbf{q}d\omega}{(2\pi)^3} V_0(\mathbf{p}-\mathbf{q}) G_0(\mathbf{q},\omega),$$
$$\Sigma'(\mathbf{p},\epsilon) = i\int \frac{d\mathbf{k}d\omega}{(2\pi)^3} \left[V(\mathbf{k},\omega) - V_0(\mathbf{k})\right] G_0(\mathbf{p}-\mathbf{k},\epsilon-\omega). \tag{6}$$

Величина $\Sigma_0(\mathbf{p})$ дает лишь перенормировку химического потенциала, которую можно включить в μ. Теперь рассмотрим интегралы в $\Sigma'(\mathbf{p},\epsilon)$. Интегрируя по углу в (6) с помощью выражений

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \delta(a + b\cos\varphi) = 2\frac{\theta[|b| - |a|]}{\sqrt{b^2 - a^2}},$$
$$P\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a + b\cos\varphi} = 2\pi \frac{\mathrm{sign}(a)\theta[|a| - |b|]}{\sqrt{a^2 - b^2}}, \tag{7}$$

получаем

$$\Sigma'(\mathbf{p},\epsilon) =$$
$$= i\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{kdk}{2\pi} W(k,\omega)[A(\omega,k) - iB(\omega,k)],$$
$$A(\omega,k) = \frac{\mathrm{sign}[\epsilon + \omega - \xi(\mathbf{p}) - k^2/2m_e]}{\sqrt{\left(\epsilon + \omega - \xi(\mathbf{p}) - \frac{k^2}{2m_e}\right)^2 - k^2v^2}},$$
$$B(\omega,k) = \frac{\mathrm{sign}[\epsilon + \omega]}{\sqrt{k^2v^2 - \left(\epsilon + \omega - \xi(\mathbf{p}) - \frac{k^2}{2m_e}\right)^2}}. \tag{8}$$

Здесь: $v = |\mathbf{p}|/m$, $\xi(\mathbf{p}) = E_e(\mathbf{p}) - \mu$, $W(k,\omega) = V(k,\omega) - V_0(k,\omega)$. Радикалы здесь и везде ниже понимаются в смысле $\sqrt{x} \equiv \theta(x)\sqrt{x}$. Вблизи уровня Ферми $p \sim p_e$ и на массовой поверхности $\epsilon = \xi = v_e(p - p_e)$. Получаем:

$$\Sigma'(p_e,\xi) = i\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{kdk}{2\pi} W(k,\omega) \times$$
$$\times \left[\frac{\mathrm{sign}[\omega - k^2/2m_e]}{\sqrt{\left(\omega - \frac{k^2}{2m_e}\right)^2 - k^2v_e^2}} - i\frac{\mathrm{sign}[\xi + \omega]}{\sqrt{k^2v_e^2 - \left(\omega - \frac{k^2}{2m_e}\right)^2}}\right]. \tag{9}$$

В этом интеграле существенны малые значения k: $k \leq 2\pi e^2(\Pi_e + \Pi_h) \ll p_e$, что дает возможность отбросить $k^2/2m_e$ в выражении (9). Это сразу приводит к исчезновению первого слагаемого в (9), поскольку оно становится нечетной функцией ω, а интеграл по ω берется в симметричных пределах. После небольших преобразований, учитывая четность $W(k,\omega)$ при изменении знака ω, приходим к выражению

$$\Sigma'(\xi) = -\frac{\mathrm{sign}\xi}{2\pi^2} \int_0^{|\xi|} d\omega \int_{\omega/v_e}^{\infty} \frac{kdk}{\sqrt{k^2v_e^2 - \omega^2}} \times$$
$$\times \frac{V_0^2(k)[\Pi_e(k,\omega) + \Pi_h(k,\omega)]}{1 + V_0(k)[\Pi_e(k,\omega) + \Pi_h(k,\omega)]}. \tag{10}$$

Теперь вычисляем поляризационный оператор. Для $k << p_{e(h)}$ получаем

$$\Pi_i(k,\omega) =$$
$$= \frac{m_i}{\pi}\left[1 - \frac{|\omega|\theta(\omega^2 - k^2v_i^2)}{\sqrt{\omega^2 - k^2v_i^2}} - i\frac{|\omega|\theta(k^2v_i^2 - \omega^2)}{\sqrt{k^2v_i^2 - \omega^2}}\right]. \tag{11}$$

Таким образом, задача свелась к вычислению (10) с учетом (11). Для анализа получающегося интеграла удобно ввести безразмерные переменные и обозначения:

$$
\begin{gathered}
2m_e e^2 = \kappa_e, \quad 2m_h e^2 = \kappa_h, \quad v_h/v_e = \alpha, \\
\frac{\kappa_e}{\kappa_e+\kappa_h} = a, \quad \frac{\kappa_h}{\kappa_e+\kappa_h} = b;
\end{gathered} \tag{12}
$$

$$
\begin{gathered}
t = \frac{k}{\kappa_e+\kappa_h}, \quad \eta = \frac{\omega}{v_e(\kappa_e+\kappa_h)}, \quad f_{t,\eta} = \frac{\eta}{\sqrt{t^2-\eta^2}}, \\
\sigma_{t,\eta} = \frac{\eta}{\sqrt{\alpha^2 t^2-\eta^2}}, \quad \nu = \frac{\xi}{v_e(\kappa_e+\kappa_h)}.
\end{gathered} \tag{13}
$$

Нетрудно видеть, что выражение для поляризационного оператора дырок ведет себя по-разному в области интегрирования $\eta \le t \le \infty$ в зависимости от величины α. Рассмотрим возможные ситуации.

Случай $\alpha > 1$. Выражение (10) в безразмерных переменных принимает вид

$$
\begin{gathered}
\Sigma'(\xi) = -\frac{e^2\mathrm{sign}(\nu)}{\pi}(\kappa_e+\kappa_h)\int_0^{|\nu|} d\eta \int_\eta^\infty \frac{dt}{\sqrt{t^2-\eta^2}} \times \\
\times \frac{a(1-if_{t,\eta})+b(1-i\sigma_{t,\eta})}{1+t-i(af_{t,\eta}+b\sigma_{t,\eta})}.
\end{gathered} \tag{14}
$$

Мы будем интересоваться только временем жизни электрона, то есть мнимой частью этого выражения. Положим $\mathrm{Im}\Sigma'(\xi) = i/2\tau_e$. Тогда, выделяя мнимую часть в (14), получаем:

$$
\begin{gathered}
\tau_e^{-1} = \frac{2e^2\mathrm{sign}(\nu)}{\pi}(\kappa_e+\kappa_h)\int_0^{|\nu|} d\eta \int_\eta^\infty \frac{tdt}{\sqrt{t^2-\eta^2}} \times \\
\times \frac{af_{t,\eta}+b\sigma_{t,\eta}}{(1+t)^2+(af_{t,\eta}+b\sigma_{t,\eta})^2}.
\end{gathered} \tag{15}
$$

Рассмотрим случай $\alpha \gg 1$. Тогда, как нетрудно видеть, $f_{t,\eta} \gg \sigma_{t,\eta}$ во всей области интегрирования. Раскладывая дробь до линейного члена по $\sigma_{t,\eta}$, подставляя явные выражения для $f_{t,\eta}$ и учитывая, что при $\alpha \gg 1$ $\sigma_{t,\eta} \approx \eta/\alpha t$, можно написать $\tau_e^{-1} = \tau_1^{-1} + \tau_2^{-1}$. Здесь

$$
\begin{gathered}
\tau_1^{-1} = \frac{2e^2\mathrm{sign}(\nu)}{\pi}\kappa_e \times \\
\times \int_0^{|\nu|} \eta d\eta \int_\eta^\infty \frac{tdt}{(1+t)^2(t^2-\eta^2)+a^2\eta^2};
\end{gathered} \tag{16}
$$

$$
\begin{gathered}
\tau_2^{-1} = \frac{2e^2\mathrm{sign}(\nu)}{\pi}\frac{\kappa_h}{\alpha} \times \\
\times \int_0^{|\nu|} \eta d\eta \int_\eta^\infty dt\sqrt{t^2-\eta^2}\frac{(1+t)^2(t^2-\eta^2)-a^2\eta^2}{[(1+t)^2(t^2-\eta^2)+a^2\eta^2]^2}.
\end{gathered} \tag{17}
$$

Изменяя в (16) порядок интегрирования и вычисляя интеграл по η, имеем:

$$
\begin{gathered}
\tau_1^{-1} = \frac{2e^2\mathrm{sign}(\nu)}{\pi}\kappa_e \times \\
\times \int_0^{|\nu|} \frac{tdt}{(1+t)^2-a^2}\ln\left(\frac{1+t}{a}\right) - \\
-\frac{1}{2}\int_{|\nu|}^\infty \frac{tdt}{(1+t)^2-a^2}\ln\left(1-\nu^2\frac{(1+t)^2-a^2}{t^2(1+t)^2}\right).
\end{gathered} \tag{18}
$$

В (17), пренебрегая малой величиной $a^2\eta^2$, меняя порядок интегрирования и интегрируя по η, приходим к результату:

$$
\begin{gathered}
\tau_2^{-1} = \frac{2e^2\mathrm{sign}(\nu)}{\pi} \times \\
\times \frac{\kappa_h}{\alpha}\left[\int_0^{|\nu|}\frac{tdt}{(t+1)^2} + \int_{|\nu|}^\infty \frac{t-\sqrt{t^2-\nu^2}}{(t+1)^2}dt\right].
\end{gathered} \tag{19}
$$

Вычисление этих интегралов в пределе $|\nu| \ll 1$ дает:

$$
\begin{gathered}
\tau_1^{-1} = \frac{2e^2\kappa_e}{\pi}\frac{\nu|\nu|}{2}\left[\ln\frac{1}{|\nu|} + \left(\frac{\kappa_e}{\kappa_h}\right)^2\right], \\
\tau_2^{-1} = \frac{2e^2\kappa_h}{\alpha\pi}\frac{\nu|\nu|}{2}\ln\frac{1}{|\nu|}.
\end{gathered} \tag{20}
$$

Таким образом, из (20) видно, что при $\alpha \gg 1$ имеем $\tau_1^{-1} \gg \tau_2^{-1}$, то есть при больших концентрациях дырок вклад в τ_e^{-1} дает τ_1^{-1}, то есть электрон-электронное рассеяние преобладает над электрон-дырочным.

Случай $\alpha < 1$. В этой ситуации, поляризационный оператор дырок ведет себя по-разному в разных областях интегрирования. Массовый оператор электрона записывается в виде

$$
\begin{gathered}
\Sigma'(\xi) = \\
= -\frac{e^2\mathrm{sign}(\nu)}{\pi}(\kappa_e+\kappa_h)\int_0^{|\nu|} d\eta \int_\eta^{\eta/\alpha} \frac{dt}{\sqrt{t^2-\eta^2}} \times \\
\times \frac{a(1-if_{t,\eta})+b(1-s_{t,\eta})}{1+t+bs_{t,\eta}-iaf_{t,\eta}} - \\
-\frac{e^2\mathrm{sign}(\nu)}{\pi}(\kappa_e+\kappa_h)\int_0^{|\nu|} d\eta \int_{\eta/\alpha}^\infty \frac{dt}{\sqrt{t^2-\eta^2}} \times \\
\times \frac{a(1-if_{t,\eta})+b(1-i\sigma_{t,\eta})}{1+t-i(af_{t,\eta}+b\sigma_{t,\eta})},
\end{gathered} \tag{21}
$$

где $s_{t,\eta} = \eta/\sqrt{\eta^2-\alpha^2 t^2}$. Выделяя мнимую часть, получаем:

$$\tau_e^{-1}=\frac{2e^2\mathrm{sign}(\nu)}{\pi}(\kappa_e+\kappa_h)\int_0^{|\nu|}d\eta\int_\eta^{\eta/\alpha}\frac{tdt}{\sqrt{t^2-\eta^2}}\times \times\frac{af_{t,\eta}}{(1+t-bs_{t,\eta})^2+a^2f_{t,\eta}^2}+ +\frac{2e^2\mathrm{sign}(\nu)}{\pi}(\kappa_e+\kappa_h)\int_0^{|\nu|}d\eta\int_{\eta/\alpha}^{\infty}\frac{tdt}{\sqrt{t^2-\eta^2}}\times \times\frac{af_{t,\eta}+b\sigma_{t,\eta}}{(1+t)^2+(af_{t,\eta}+b\sigma_{t,\eta})^2}. \quad (22)$$

Будем интересоваться предельной ситуацией $\alpha \ll 1$. В этом случае во втором интеграле в (22) во всей области интегрирования $f_{t,\eta} \ll \sigma_{t,\eta}$. Раскладывая во втором интеграле подынтегральное выражение до линейного члена по $f_{t,\eta}$, а в первом делая замену переменной $t=\eta y$, приходим к выражениям

$$\tau_1^{-1}=\frac{2e^2\mathrm{sign}(\nu)\kappa_e}{\pi}\int_0^{|\nu|}\eta d\eta\int_1^{1/\alpha}ydy\times \times\frac{(1-\alpha^2y^2)}{[(1+\eta y)\sqrt{1-\alpha^2y^2}-b]^2(y^2-1)+a^2(1-\alpha^2y^2)}; \quad (23)$$

$$\tau_2^{-1}=\frac{2e^2\mathrm{sign}(\nu)\kappa_e}{\pi}\int_0^{|\nu|}d\eta\int_{\eta/\alpha}^{\infty}\frac{tdtf_{t,\eta}}{\sqrt{t^2-\eta^2}}\times \times\frac{(1+t)^2-b^2\sigma_{t,\eta}^2}{[(1+t)^2+b^2\sigma_{t,\eta}^2]^2}+ +\frac{2e^2\mathrm{sign}(\xi)\kappa_h}{\pi}\int_0^{\nu}d\eta\int_{\eta/\alpha}^{\infty}\frac{tdt}{\sqrt{t^2-\eta^2}}\frac{\sigma_{t,\eta}}{(1+t)^2+b^2\sigma_{t,\eta}^2}. \quad (24)$$

В интеграле (23) во всей области интегрирования $\eta y \ll 1$, пренебрегая этой величиной, положив $\alpha = 0$ в подынтегральном выражении и учитывая, что $a+b=1$, имеем:

$$\tau_1^{-1}=\frac{2e^2\kappa_e}{\pi}\frac{\nu|\nu|}{2a^2}\ln(1/\alpha). \quad (25)$$

Вычисление интегралов в τ_2^{-1} в выражении (24) эквивалентно подходу, изложенному выше. В наиболее интересном случае $|\nu| \ll \alpha \ll 1$, вычисления дают

$$\tau_2^{-1}=\frac{2e^2}{\pi}\frac{\nu|\nu|}{2}\left[\frac{\kappa_h\ln(\alpha/|\nu|)}{\alpha}+\kappa_e\ln(\alpha/|\nu|)-\frac{\kappa_e}{2}\right]. \quad (26)$$

Из выражений (25) и (26) видно, что при $|\nu| \ll \alpha \ll 1$ наибольший вклад в τ_e^{-1} дает первое слагаемое в квадратной скобке в (26), обусловленное электрон-дырочным рассеянием, то есть $\tau_e^{-1} \sim \kappa_h(\nu|\nu|/\alpha)\ln(\alpha/|\nu|)$. Следует отметить, что рассмотренный предел $|\nu| \ll \alpha$ соответствует предельно низким температурам. В обратном предельном случае, $|\nu| \gg \alpha$, из выражений (23) и (24), полученных при условии $\alpha \ll 1$, в пределе $\alpha \to 0$ восстанавливаются выражения для времени жизни квазичастиц в монополярной плазме.

Мы видим, таким образом, что в ДП воспроизводится характерный для двумерных систем закон $\epsilon^2\ln(1/\epsilon)$, где ϵ – энергия, отсчитанная от уровня Ферми. Однако в коэффициенты (как перед логарифмом, так и под ним) существенным образом входит параметр α, зависящий от отношения масс и концентраций электронов и дырок. Это дает дополнительные экспериментальные возможности управлять временем релаксации носителей заряда.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 09-02-12291-офи-м) и программ РАН.

1. З. Д. Квон и др., Письма в ЖЭТФ **87**, 558 (2008).
2. Е. Б. Ольшанецкий и др., Письма в ЖЭТФ **89**, 338 (2009)
3. Д. А. Козлов, З. Д. Квон, Н. Н. Михайлов и др., Письма в ЖЭТФ **93**, 186 (2011).
4. Р. З. Витлина, Л. И. Магарилл, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **93**, 228 (2011).
5. А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **91**, 201 (2010).
6. Э. Г. Батыев, ЖЭТФ **137**, 101 (2010).
7. А. В. Чаплик, ЖЭТФ **60**, 1845 (1971).