Письма в ЖЭТФ, том 93, вып. 9, с. 597 – 602 © 2011 г. 10 мая

Критические состояния сверхпроводимости и их кроссовер в многослойных структурах сверхпроводник/ферромагнетик

В. Н. Кушнир[1)], *М. Ю. Куприянов*[+]

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 220013 Минск, Беларусь

[+]*Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, 119992 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 30 марта 2011 г.

С целью расчета критической температуры многослойных структур типа сверхпроводник(S)/ферромагнетик(F) предложен матричный метод решения линеаризованных уравнений Узаделя. В одномодовом приближении для структур $F/N_{bl}(S/F)$ с числом бислоев $N_{bl} = 5$ получен спектр значений критической температуры $T^{(k)}$. Для каждого из значений $T^{(k)}$ рассчитаны собственные функции, описывающие пространственное распределение сверхпроводящих корреляций в направлении, перпендикулярном S-F-границам. Установлено, что зависимости $T^{(k)}$ от толщины F-слоев испытывают скачок в области перехода от 0 к π-состоянию, причем в области скачков возможна реализация любого из рассчитанных значений $T^{(k)}$. Показано, что кроссовер собственных состояний характеризуется подавлением сверхпроводимости во внешних S-слоях и индуцированными противотоками в F-слоях. Обсуждена возможность экспериментальной реализации в структуре состояния, отвечающего заранее заданному значению из спектра $T^{(k)}$.

При исследовании свойств трехслойных структур S/F/S и сверхрешеток было установлено, что синглетная сверхпроводимость в них может быть реализована в зависимости от толщины F-слоя d_F, в "0" или "π" состоянии с критической температурой T_{c0} или $T_{c\pi}$ соответственно [1–5]. В многослойной структуре эти состояния не являются единственно возможными. Например, в структуре F/3(S/F), как показано в [6], при температурах T, меньших критической T_c, сверхпроводящий конденсат может находиться в $\pi 0 \pi$, $0 \pi 0$ состояниях. В периодической структуре с чередующимися 0 и π контактами параметр порядка характеризуется разностью фаз $\varphi \in (-\pi, \pi)$ между соседними S-слоями [7].

В данной работе, решая граничную задачу для линеаризованных уравнений Узаделя [8], мы определяем полный набор собственных состояний сверхпроводимости с собственными температурами $T^{(k)}$ в структурах вида $F/N_{bl}(S/F)$.

Мы показываем, что при значениях толщин, принадлежащих окрестности пересечения кривых $T^{(k)}(d_F)$ (окрестность кроссовера), может наблюдаться необычное поведение сверхпроводящего конденсата, отражаемое как формой узаделевских функций, так и распределением транспортного тока, рассчитываемых в одномодовом приближении. Ранее для трехслойных структур S/F/S было показано, что окрестность $0-\pi$ кроссовера характеризуется уширением резистивной характеристики, обусловленным взаимодействием измерительного транспортного тока со спонтанными замкнутыми токами [9]; в случае многослойных структур транспортным током индуцируются противотоки, протекающие по F-слоям. Наконец, мы демонстрируем, что, исходя из решений, полученных для структуры $F/N_{bl}(S/F)$, можно задавать критическое состояние произвольного типа путем изменения толщины заданных S или F слоев.

Для доказательства сформулированных выше утверждений рассмотрим бесконечную в направлениях X и Y $F/N_{bl}(S/F)$ структуру, состоящую из чередующихся сверхпроводящих и монодоменных ферромагнитных слоев с одинаковым направлением вектора намагниченности. Выберем систему координат с осью Z, направленной перпендикулярно поверхности слоев, и плоскостью XY, совмещенной с плоскостью зеркальной симметрии структуры. В этом случае линеаризованные уравнения Узаделя, описывающие эффект близости в изучаемой системе, можно представить в следующем виде:

$$-\frac{D_S}{2}\Phi''_{\pm,n} + \omega_n \Phi_{\pm,n} = 2\delta_{\pm}\pi T\lambda \sum_{m=0}^{n_D} \Phi_{+,m} \qquad (1)$$

для S-слоев и

$$-\frac{D_F}{2}\Phi''_{\pm,n} + \omega_n \Phi_{\pm,n} + iE_{ex}\Phi_{\mp,n} = 0 \qquad (2)$$

для F-слоев.

Здесь $D_{S(F)}$ – коэффициент диффузии S-(F-) материала; $\omega_n = \pi T(2n+1)$ – мацубаровские часто-

[1)]e-mail: vnkushnir@gmail.com

ты, $n = 0, 1, ..., n_D$; n_D есть целая часть выражения $(\omega_D/2\pi T - 0.5)$, ω_D – дебаевская частота; λ – константа эффективного электрон-электронного взаимодействия; $\delta_+ = 1$, $\delta_- = 0$; E_{ex} – энергия обменного взаимодействия; функции $\Phi_{\pm,n}(z)$ определены соотношениями $\Phi_{\pm,n}(z) = (F_n(z) \pm F_{-n-1}(z))/2$, где $F_{\pm n}(z)$ – квазиклассические аномальные функции Грина, усредненные по поверхности Ферми.

Уравнения (1),(2) необходимо дополнить условиями сшивки на S-F границах $z = z_i$ $(i = 1, ..., 2N_{bl})$ [10]:

$$\frac{1}{\rho(z_i+0)}\Phi'_{\pm,n}(z_i+0) = \frac{1}{\rho(z_i-0)}\Phi'_{\pm,n}(z_i-0), \tag{3}$$

$$\Phi_{\pm,n}(z_i+0) = \Phi_{\pm,n}(z_i-0) + \\ + \gamma_b\xi_F\frac{\rho_F}{\rho(z_i-0)}\Phi'_{\pm,n}(z_i-0). \tag{4}$$

Здесь $\rho(z) = \rho_S$ для S-слоев и $\rho(z) = \rho_F$ для F-слоев; $\rho_{S(F)}$ есть низкотемпературное удельное сопротивление сверхпроводящего (ферромагнитного) материала; γ_b – параметр, характеризующий квантовомеханическую прозрачность S-F границы [10]; $\xi_{F(S)} = \sqrt{D_{F(S)}/2\pi T_S}$ – длина когерентности в ферромагнитном (сверхпроводящем) материале, T_S – критическая температура массивного сверхпроводника (определенная соотношением $T_S = 1.14\omega_D \exp(-1/\lambda)$ [11]).

Внешние граничные условия имеют вид

$$\Phi'_{\pm,n}(-L/2) = \Phi'_{\pm,n}(L/2) = 0. \tag{5}$$

Запишем решение системы уравнений (1)–(4) в матричном виде [12–14]:

$$\mathbf{Y}(z) = \hat{\mathbf{R}}(z)\mathbf{Y}(-L/2). \tag{6}$$

Здесь $\mathbf{Y}(z)$ есть прямая сумма $\Phi_+(z) \oplus \Phi'_+(z) \oplus \oplus \Phi_-(z) \oplus \Phi'_-(z)$, где (n_D+1)-мерные вектор-функции $\Phi_\pm = (\Phi_{\pm,0}\ \Phi_{\pm,1}\ ...\ \Phi_{\pm,n_D+1})^{tr}$ (символ tr означает операцию транспонирования), а $\hat{\mathbf{R}}(z)$ – матрицант системы уравнений (1)–(4) (матрица фундаментальной системы решений, удовлетворяющая условию $\hat{\mathbf{R}}(-L/2) = \hat{\mathbf{1}}$, $\hat{\mathbf{1}}$ – единичная матрица).

Подстановка (6) в (5) приводит к следующей системе линейных однородных алгебраических уравнений:

$$\hat{\mathbf{R}}_{24,13}(L/2)\Phi(-L/2) = \mathbf{0}. \tag{7}$$

Здесь вектор-столбец $\Phi = \Phi_+ \oplus \Phi_-$, а матрица

$$\hat{\mathbf{R}}_{24,13} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{R}}_{2,1} & \hat{\mathbf{R}}_{2,3} \\ \hat{\mathbf{R}}_{4,1} & \hat{\mathbf{R}}_{4,3} \end{pmatrix},$$

где $\hat{\mathbf{R}}_{\alpha,\beta}$ $(\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4)$ есть матричные блоки размерности $(n_D+1) \times (n_D+1)$ матрицы $\hat{\mathbf{R}}$.

Из условия существования нетривиального решения системы (7) имеем характеристическое уравнение

$$\det[\hat{\mathbf{R}}_{24,13}(L/2)] = 0. \tag{8}$$

Матрицант $\hat{\mathbf{R}}$ находится в явном виде и выражается через произведения матрицантов S- и F-слоев $\hat{\mathbf{S}}$ и $\hat{\mathbf{M}}$, соответственно, и матриц $\hat{\Gamma}_{SF}$, $\hat{\Gamma}_{FS}$ условий сшивания (3), (4). В частности, для структур $\mathrm{F}/N_{bl}(\mathrm{S/F})$ матрицант, связывающий векторы $\mathbf{Y}(-L/2)$ и $\mathbf{Y}(L/2)$, имеет вид

$$\hat{\mathbf{R}}(L/2) = \hat{\mathbf{M}}(d_F)(\hat{\Gamma}_{FS}\hat{\mathbf{S}}(d_S)\hat{\Gamma}_{SF}\hat{\mathbf{M}}(d_F))^{N_{bl}}, \tag{9}$$

где d_S – толщина S-слоя.

Приведем выражения для матриц $\hat{\mathbf{S}}$, $\hat{\mathbf{M}}$, $\hat{\Gamma}_{SF(FS)}$:

$$\hat{\mathbf{S}}(z) = \begin{pmatrix} \hat{\mathcal{C}}\hat{\mathbf{S}}_+(z)\hat{\mathcal{C}}^{tr} & \hat{\mathbf{0}} \\ \hat{\mathbf{0}} & \hat{\mathbf{S}}_-(z) \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Матрицы $\hat{\mathbf{S}}_+$ и $\hat{\mathbf{S}}_-$ в (10) определены формулой

$$\hat{\mathbf{S}}_\pm(z) = \\ = \begin{pmatrix} \mathrm{diag}[\cosh(k_n^\pm z)] & \mathrm{diag}[(k_n^\pm)^{-1}\sinh(k_n^\pm z)] \\ \mathrm{diag}[k_n^\pm \sinh(k_n^\pm z)] & \mathrm{diag}[\cosh(k_n^\pm z)] \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Здесь $\mathrm{diag}[a_n]$ означает диагональную матрицу с элементами $a_0, a_1, \ldots, a_{n_D}$ вдоль главной диагонали; $k_n^+ = \xi_S^{-1}\sqrt{-2T\mu_n/T_S}$, $k_n^- = \xi_S^{-1}\sqrt{(2n+1)T/T_S}$, где $\mu_n \equiv \mu_n(T)$ есть корни уравнения

$$\psi\left(\frac{\omega_D}{2\pi T} + \mu + 1\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \mu\right) = \\ = \psi\left(\frac{\omega_D}{2\pi T_S} + 1\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right),$$

где $\psi(t)$ – дигамма-функция.

Далее, матрица $\hat{\mathcal{C}}$ в (10) имеет вид

$$\hat{\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{C}} & \hat{\mathbf{0}} \\ \hat{\mathbf{0}} & \hat{\mathbf{C}} \end{pmatrix},$$

где $\hat{\mathbf{C}}$ – ортогональная матрица, заданная элементами

$$c_{nm} = \frac{2s_m}{2n+1+2\mu_m},$$

содержащими нормировочные коэффициенты

$$s_m = \left(\sum_{l=0}^{n_D} \frac{4}{(2l+1+2\mu_m)^2}\right)^{-1/2}.$$

Для матрицанта F-слоя легко получить формулу

$$\hat{\mathbf{M}}(z) = \begin{pmatrix} \mathrm{Re}[\hat{\mathfrak{m}}(z)] & \imath\,\mathrm{Im}[\hat{\mathfrak{m}}(z)] \\ \imath\,\mathrm{Im}[\hat{\mathfrak{m}}(z)] & \mathrm{Re}[\hat{\mathfrak{m}}(z)] \end{pmatrix} \qquad (12)$$

с матрицей

$$\hat{\mathfrak{m}}(z) = \begin{pmatrix} \mathrm{diag}[\cosh(\kappa_n z)] & \mathrm{diag}[(\kappa_n)^{-1}\sinh(\kappa_n z)] \\ \mathrm{diag}[\kappa_n \sinh(\kappa_n z)] & \mathrm{diag}[\cosh(\kappa_n z)] \end{pmatrix}. \qquad (13)$$

Характеристические показатели κ_n в (13) определяются формулой

$$\kappa_n = \frac{1}{\xi_F}\sqrt{\frac{\imath E_{ex} + \omega_n}{\pi T_S}}. \qquad (14)$$

Наконец, из (3), (4) легко получить выражение

$$\hat{\Gamma}_{FS(SF)} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{P}}_{FS(SF)} & \hat{\mathbf{0}} \\ \hat{\mathbf{0}} & \hat{\mathbf{P}}_{FS(SF)} \end{pmatrix}, \qquad (15)$$

где

$$\hat{\mathbf{P}}_{FS} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{1}} & \gamma_b \xi_F p^{-1}\hat{\mathbf{1}} \\ \hat{\mathbf{0}} & p^{-1}\hat{\mathbf{1}} \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{P}}_{SF} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{1}} & \gamma_b \xi_F \hat{\mathbf{1}} \\ \hat{\mathbf{0}} & p\hat{\mathbf{1}} \end{pmatrix}. \qquad (16)$$

В (16) параметр p обозначает отношение удельных нормальных сопротивлений ρ_S/ρ_F, единичная и нулевая матрицы имеют уже размерности $(n_D + 1)$.

Таким образом, формулы (6)–(16) определяют полное решение задачи (1)–(5). Из характеристического уравнения (8) получим набор собственных значений для температуры $T^{(k)}$, которым соответствуют собственные векторы $\Phi^{(k)}(-L/2)$, определяемые из (7); далее, используя (6), находим собственные вектор-функции $\Phi^{(k)}(z)$. Наибольшее собственное значение из $T^{(k)}$ является истинной критической температурой T_c многослойной структуры. Очевидно, что для рассматриваемых структур вектор-функции невырожденных состояний либо симметричны, либо антисимметричны.

Экспериментально для получения информации о T_c в структуру задают измерительный транспортный ток, направленный вдоль S-F границ, например, вдоль направления X. В силу малости плотности данного тока J_x, при определении его пространственного распределения в направлении Z, можно в первом приближении пренебречь эффектами подавления этим током функций $\Phi_\pm$ и не учитывать ответственных за это слагаемых в (1),(2), а также полагать, что наличие J_x приведет лишь к появлению в функциях $\Phi_\pm$ одинакового для всех этих функций фазового сомножителя $\exp(ikx)$, в котором волновой вектор k пропорционален сверхтекущей скорости конденсата.

Подстановка такого рода решений в выражение для плотности тока [3–5], записанное в матричной форме

$$\mathbf{J} = \frac{4\pi T}{ie\rho(z)}(\Phi_+{}^{*\,tr}\nabla\Phi_+ \ - \ \Phi_-{}^{*\,tr}\nabla\Phi_- - \mathrm{c.c.}), \qquad (17)$$

приводит к зависимости $J_x(z)$ следующего вида:

$$J_x(z) = \frac{8k\pi T}{e\rho(z)}(\Phi_+{}^{*\,tr}(z)\Phi_+(z) - \Phi_-{}^{*\,tr}(z)\Phi_-(z)). \qquad (18)$$

Коль скоро выбранному значению критической температуры из полученного набора $T^{(k)}$ отвечает собственная вектор-функция $\Phi^{(k)}(z)$, оно же характеризуется и "собственным" распределением тока $J_x^{(k)}(z)$. Как будет видно из дальнейшего, наличие составляющей $\Phi_-(z)$ (обязанной обменному взаимодействию в ферромагнетике и равной тождественному нулю для структур сверхпроводник/нормальный металл) может для определенных $T^{(k)}$ приводить к чередованию знака $J_x(z)$ с изменением z, то есть к возникновению противотоков в исследуемых структурах.

Численные примеры. Далее в данной работе будем вести рассмотрение в одномодовом приближении. В этом случае функции состояния становятся эффективно двухкомпонентными, $\Phi \to (\Phi_+ \ \ \Phi_-)^{tr}$. При этом компонента Φ_+ оказывается действительной, а Φ_- – чисто мнимой; их можно считать действительной и мнимой частями конденсатной волновой функции.

Рассмотрим в качестве примера структуру F/5(S/F) с параметрами, близкими по значениям к параметрам системы Nb/PdNi [15]: $p = 0.29$, $\gamma_{b\zeta} \equiv \gamma_b\xi_F/\zeta_F = 0.28$, $\zeta_F = 0.5\xi_S$, где характерная длина $\zeta_F \equiv \sqrt{D_F/E_{ex}}$. Одномодовое приближение в рассматриваемом случае является пригодным, поскольку толщину S-слоев принимаем достаточно большой, $d_S = 4.7\xi_S$ [16]. На рис. 1 приведены графики зависимостей $T^{(k)}(d_F)$, а также кривые $T_{c0}(d_F)$ и $T_{c\pi}(d_F)$, рассчитанные с теми же материальными параметрами для сверхрешетки, то есть структуры $\mathrm{F}/N_{bl}(\mathrm{S/F})$, обладающей бесконечным количеством S/F бислоев ($N_{bl} \to \infty$). Собственные значения нумеруются в соответствии с количеством нулей собственных вектор-функций состояния $\Phi^{(k)}(z)$.

Видим, что все кривые $T^{(k)}(d_F)$ $(k = 0, \dots, 4)$ пересекаются в очень малой окрестности точки $0-\pi$ кроссовера $d_F^* \approx 1.35\zeta_F$, а также в окрестности $\pi - 0$

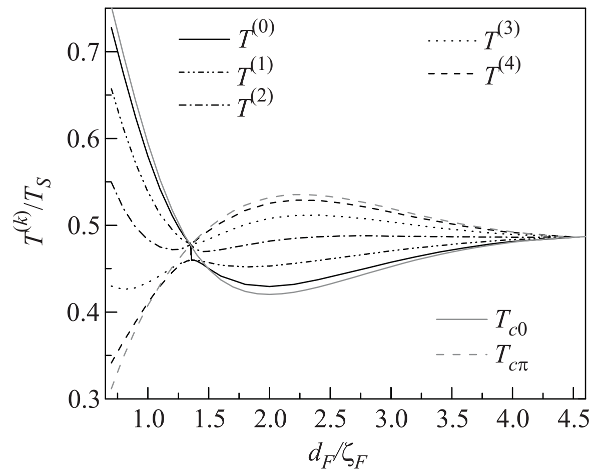

Рис. 1. Собственные значения температуры структуры F/5(S/F) в зависимости от толщины F-слоя, рассчитанные со значениями толщины $d_S = 4.67\xi_S$

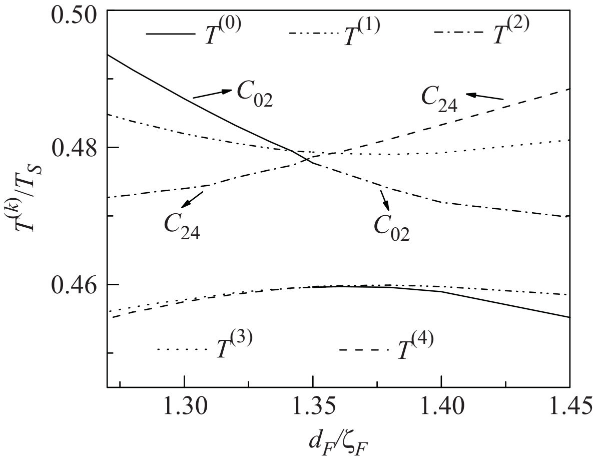

Рис. 3. Собственные значения критической температуры $T^{(k)}$ структуры F/5(S/F) в зависимости от толщины F-слоя в окрестности кроссовера (см. рис.2)

кроссовера. При $d_F < d_F^*$ имеет место соотношение $T^{(k+1)} < T^{(k)}$, при $d_F > d_F^*$ справедливо обратное отношение. В первом случае реализуется 0-состояние, описываемое вектор-функцией $\Phi^{(0)}(z)$, во втором – π-состояние, описываемое вектор-функцией $\Phi^{(4)}(z)$ (рис. 2).

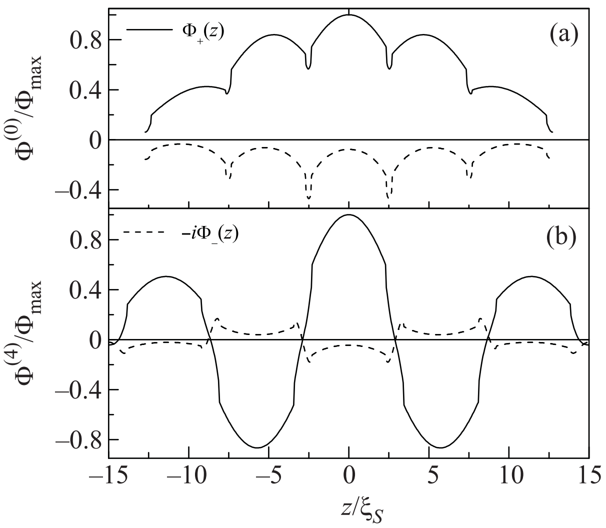

Рис. 2. Действительная $\Phi_+(z)$ и мнимая $(-i\Phi_-(z))$ части функций критического состояния, рассчитанные (a) при толщине $d_F = 0.7\zeta_F \approx 0.52 d_F^*$, (b) при толщине $d_F = 2.2\zeta_F \approx 1.63 d_F^*$

Рассмотрим теперь непосредственную окрестность $0-\pi$ кроссовера (рис. 3). Графики, представленные на рис. 3, демонстрируют следующее. При прохождении точки кроссовера вдоль кривой C_{02} с увеличением d_F имеет место уменьшение значения $T^{(0)}$. Одновременно происходит постепенная трансформация пространственного распределения отвечающих этому состоянию собственных функций $\Phi^{(0)}(z)$ от представленного на рис. 2a к изображенным на рис. 4a. Дальнейшее увеличение d_F приводит к перерождению $\Phi^{(0)}(z)$ в пространственное распределение, отвечающее собственной функции $\Phi^{(2)}(z)$, то есть к решению, отвечающему собственному значению с критической температурой $T^{(2)}$. Одновременно с этим процессом с ростом d_F имеет место перерождение отвечающего температуре $T^{(4)}$ состояния $\Phi^{(4)}(z)$ в $\Phi^{(0)}(z)$. Таким образом, в области кроссовера отвечающая нулевому состоянию (см. рис. 2a) критическая температура $T^{(0)}$ испытывает скачок как функция параметра d_F. Нетрудно видеть, что отсутствие непрерывности есть общее свойство всех зависимостей $T^{(k)}(d_F)$. Так, при движении вдоль кривой C_{24} собственное состояние $\Phi^{(2)}(z)$, отвечающее температуре $T^{(2)}$, преобразуется в π-состояние $\Phi^{(4)}(z)$ (см. рис. 2b) с температурой $T^{(4)}$, которая является критической в области больших значений d_F.

Из рис. 3 также следует, что на очень небольшом участке в окрестности точки d_F^* критическими являются температуры $T^{(1)}$, $T^{(3)}$, которым соответствуют антисимметричные функции $\Phi^{(1)}(z)$ и $\Phi^{(3)}(z)$.

На рис. 4a–c представлены графики функций критических состояний, последовательно сменяющих друг друга при увеличении d_F от $1.33\zeta_F$ до $1.37\zeta_F$. На рис. 4d изображен график симметричной функции состояния, соответствующего пересечению кривых C_{02} и C_{24} и обладающего несколько меньшим собственным значением температуры, чем критическая. Обращает на себя внимание интересная особенность

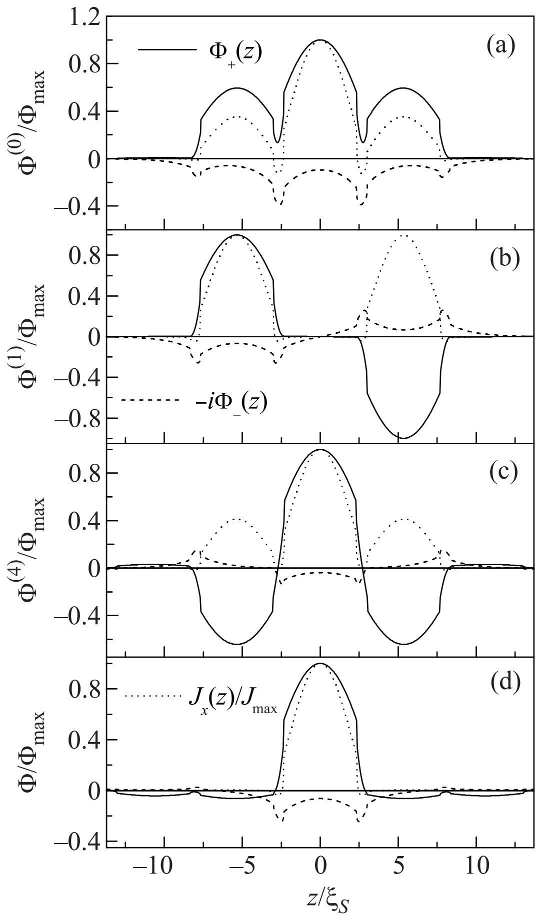

Рис. 4. Действительная, $\Phi_+(z)$, и мнимая, $(-i\Phi_-(z))$, части функций состояния и плотности транспортного тока $J_x(z)$, рассчитанные для структуры F/5(S/F) при толщинах: (a) $d_F = 1.33\zeta_F$, (b), (d) $d_F = 1.35\zeta_F$, (c) $d_F = 1.37\zeta_F$

в распределении сверхпроводящего конденсата при $d_F \sim d_F^*$. Из рис. 4 видим, что сверхпроводимость во внешних S-слоях почти полностью подавлена. Непосредственно в точке кроссовера сверхпроводимость исчезает также в центральном S-слое. Кроссовер состояний проявляется и в отклике на измерительный транспортный ток $J_x(z)$. А именно, транспортным током индуцируются слабые противотоки, протекающие вдоль центральных ферромагнитных слоев (см. рис. 4a).

Таким образом, состояния, отличные от 0 и π, достаточно своеобразно обнаруживают себя в регулярной структуре $F/N_{bl}(S/F)$ при толщинах $d_F \sim d_F^*$; для остальных значений d_F они остаются "скрытыми" (см. рис. 1). Между тем, достаточно очевиден способ реализации заданного собственного состояния [7]. А именно, если увеличивать толщину F-слоев, в которые попадают нули заданной симметричной функции состояния, либо сужать S-слои, на которые приходятся нули антисимметричной функции, то заданное состояние станет критическим, то есть его собственное значение станет наибольшим. Действительно, вычисления это подтверждают. На рис. 5 представлены графики функций критических

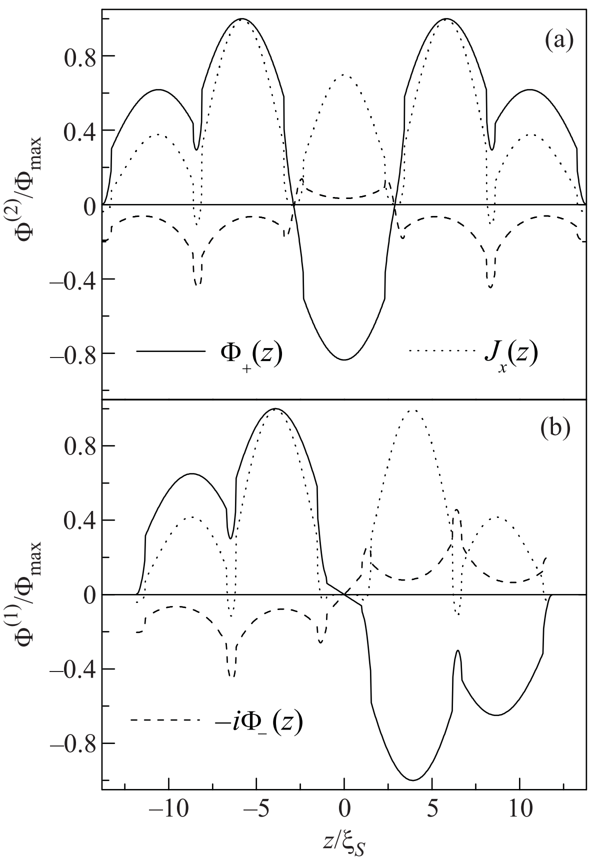

Рис. 5. Функции критического состояния и распределения плотности транспортного тока, рассчитанные для структуры F/5(S/F): (a) с увеличенными толщинами центральных F-слоев, (b) с уменьшенной толщиной центрального S-слоя (см. пояснение в тексте)

состояний, рассчитанных в двух случаях: a) в рассмотренной выше 5-бислойной структуре увеличены толщины F-слоев, соседних с центральным S-слоем, до значения $d_F = 2.2\zeta_F$; b) центральный S-слой сужен до толщины $d_S = 2\xi_S$. В первом случае наибольшим собственным значением температуры обладает состояние, описываемое функцией $\Phi^{(2)}(z)$, во втором – функцией $\Phi^{(1)}(z)$. При этом заметим, что (как видно из рис. 5) процесс измерения резистивных характеристик структур с измененными указанным образом толщинами будет сопровождаться противотоками.

Обсуждение и заключение. Полученные в численном примере результаты, а именно, подавление сверхпроводимости во внешних S-слоях, индукция слабых противотоков вдоль центральных F-слоев регулярной S/F структуры с толщинами $d_F \sim d_F^*$ имеют место, как показывают вычисления, при любых разумных значениях параметров (во всяком случае, если F-слои приготовлены из слабого ферромагнетика). Более того, конфигурации функций состояния, представленных на рис. 4, являются достаточно универсальными. Косвенным подтверждением вывода об индуцированных противотоках является существование спонтанных замкнутых токов [17, 18], имеющих ту же природу; кроме того, данный вывод легко проверяется на эксперименте. Необходимо также отметить, что при измерении резистивной кривой фазового перехода $R(T)$ стандартным 4-зондовым методом генерирующиеся в результате пропускания измерительного транспортного тока противотоки будут стремиться к замыканию на наиболее коротких траекториях, используя естественные неоднородности пространственного распределения зародышей сверхпроводящей фазы, то есть способствовать кластеризации структуры на отдельные, взаимодействующие между собой конгломераты, например так, как это было предложено в работе [9].

Еще один результат данной работы имеет практическое значение, а именно, простота расчетов по приведенным формулам дает возможность формирования на эксперименте структур с заданными критическими состояниями сверхпроводимости (два примера их конфигураций приведены на рис. 5). Разумеется, все результаты, полученные в одномодовом приближении, должны быть подтверждены как точными расчетами, так и экспериментом. Этому будет посвящена следующая работа.

Авторы выражают признательность С.Л. Прищепе, А.А. Голубову, J. Aarts, C. Attanasio, C. Cirillo, A. Vecchione за полезные обсуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований, грант # Ф10Р–063 и Российского фонда фундаментальных исследований, грант 10 – 02 – 90014-Бел-а.

1. Л. Н. Булаевский, В. В. Кузий, А. А. Собянин, Письма в ЖЭТФ **25**, 314 (1977).
2. А. И. Буздин, Л. Н. Булаевский, С. В. Панюков, Письма в ЖЭТФ **35**, 147 (1982).
3. A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichev, Rev. Mod. Phys. **76**, 411 (2004).
4. A. I. Buzdin, Rev. Mod. Phys. **77**, 935 (2005).
5. F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Rev. Mod. Phys. **77**, 1321 (2005).
6. P. H. Barsic, O. T. Valls, and K. Halterman, Phys. Rev. B **73**, 144514 (2006); **75**, 104502 (2007).
7. A. Buzdin and A. E. Koshelev, Phys.Rev. B **67**, 220504 (2003).
8. K. Usadel, Phys. Rev. Lett. **25**, 507 (1970).
9. S. L. Prischepa, C. Cirillo, C. Bell et al., Письма в ЖЭТФ **88**, 431 (2008).
10. M. Yu. Kuprianov and V. F. Lukichev, Zh. Eksp. Teor. Phys. **94**, 139 (1988) [Sov. Phys. JETP **67**, 1163 (1988)].
11. П. де Женн, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, М.: Мир, 1968; P. G. de Gennes, *Superconductivity of metals and alloys*, W.A. Bengamin, Inc. New York, 1966.
12. В. А. Якубович, В. М. Старжинский, *Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами*, М.: Наука, 1978.
13. V. N. Kushnir, S. L. Prischepa, C. Cirillo, and C. Attanasio, Eur. Phys. J. B **52**, 9 (2006).
14. В. Н. Кушнир, Доклады НАН Беларуси **52**, 39 (2008).
15. C. Cirillo, A. Rusanov, C. Bell, and J. Aarts, Phys. Rev. B **75**, 174510 (2007).
16. Ya. V. Fominov, N. M. Chcthelkatchev, and A. A. Golubov, Phys. Rev. B **66**, 014507 (2002).
17. S. V. Panyukov and A. D. Zaikin, Письма в ЖЭТФ **59**, 765 (1994).
18. J. F. Annett, M. Krawiec, and B. L. Györffy, Physica C **437–438**, 7 (2006).