Письма в ЖЭТФ, том 94, вып. 2, с. 101 – 104 © 2011 г. 25 июля

Релятивистский кулоновский взрыв сферической микроплазмы

В. Ю. Быченков[1)]*, *В. Ф. Ковалев*[∇]

*Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

∇ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 125047 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 мая 2011 г.

Дается точное решение нелинейной задачи о разлете однородного сферического кластера, состоящего из ионов, обладающих полным зарядом, достаточным для их ускорения до релятивистских энергий. Показано, что релятивистская нелинейность приводит к формированию разлетающейся структуры оболочечного типа. Найдены пространственно-временные и энергетические характеристики релятивистски разлетающегося кластера.

Современные короткоимпульсные лазеры высокой интенсивности, взаимодействуя с веществом, превращают его в плазму, энергия частиц которой оказывается релятивистской [1]. Соответственно при взаимодействии коротких лазерных импульсов с микрообъектами (тонкие фольги, кластеры, нанотрубки, т.п.) проявляются специфические эффекты, изучение которых можно отнести к быстро формирующейся новой области знаний – релятивистской нано/микро-плазмонике. Так, например, при достаточно типичной на сегодняшний день интенсивности фемтосекундного лазерного импульса $\sim 10^{20}$ Вт/см^2 благодаря релятивистской прозрачности возможно получение полностью ионизованной микромишени (например, нанокапли [2]) размером порядка 100 нм и ускорение из нее электронов с энергией до десятков МэВ. При этом создается нескомпенсированный положительный заряд ионов мишени, которые будучи тяжелыми, не ускоряются лазерным полем. Их ускорение происходит под действием собственного кулоновского поля в результате так называемого кулоновского взрыва [3–5].

Современные лазеры пока не позволяют получать полностью ионизированные кластеры большого диаметра, заряд которых достаточен для того, чтобы в результате кулоновского взрыва разлетающиеся ионы достигали релятивистских энергий. В самом деле, из требования релятивистской прозрачности получаем, что лазерный импульс с безразмерной амплитудой поля a ($a = eE_L/m\omega c$, где E_L – лазерное поле с частотой ω и волновым числом k, e – заряд электрона, c – скорость света) способен создать полностью ионизованный кластер радиуса $r_0 \lesssim (a/k)\sqrt{n_c/2Zn}$, где n_c – критическая плотность, а n и Z – плотность и зарядовое число ионов. Тогда максимальная скорость ионов, отвечающая запасенной кулоновской энергии, составляет $v \lesssim ca\sqrt{Zm/3M}$ (m и M – массы электрона и иона соответственно) и разлет кластера становится релятивистским при $a \sim 100$. К этому значению приближается величина a, отвечающая рекордной на сегодняшний день интенсивности $\sim 10^{22}$ Вт/см^2 [6]. Это означает, что как только для такой интенсивности удастся добиться достаточного контраста по интенсивности, чтобы предымпульс не разрушал кластер, можно будет проводить эксперименты по ускорению ионов до релятивистских энергий с использованием сферических микромишеней. Разрабатываемая в настоящее время ELI лазерная система должна обеспечить интенсивность 20-фемтосекундного лазерного импульса на уровне $\gtrsim 10^{23}$ Вт/см^2 [7]. Значит, физика релятивистского кулоновского взрыва будет востребована.

В этой работе мы получаем точное аналитическое решение задачи о кулоновском взрыве однородной сферической мишени, обеспечивающем релятивистский разлет ионов, применительно к ее облучению фемтосекундным лазерным импульсом. В силу малости длительности лазерного импульса его учет сводится только к требованию достаточной интенсивности, чтобы быстро (за время действия импульса) удалить электроны из мишени, и тем самым к практически мгновенному возникновению заряженной плазмы. Ее разлет изучается в предположении высокого контраста лазерного импульса, когда в качестве начального условия не требуется учета возможного размытия плазмы у границы плазма–вакуум, что может приводить к эффекту многопотоковости [4, 5, 8]. Исходя из такого решения ниже мы находим пространственно-временные и энергетические характеристики релятивистски разлетающегося кластера и проводим их сравнение со случаем кулоновского взрыва нерелятивистской плазмы.

[1)]e-mail: bychenk@lebedev.ru

Исходными являются уравнения холодной бесстолкновительной гидродинамики для ионов сферической мишени и уравнение Пуассона:

$$\partial_t n + r^{-2}\partial_r r^2 n u = 0\,, \quad \partial_t u + u\partial_r u = \frac{ZeE}{M\gamma^3}, \qquad (1)$$
$$n_{|t=0} = n_0(r), \;\; u_{|t=0} = u_0(r)\,,$$
$$\partial_r r^2 E = 4\pi e r^2 Z n\,, \quad E_{|t=0} = \frac{4\pi e}{r^2}\int_0^r \mathrm{d}y y^2 Z n_0(y). \qquad (2)$$

Здесь E – электростатическое поле, u и n – средняя скорость и плотность ионов, $\gamma = [1-(u/c)^2]^{-1/2}$ – релятивистский фактор. Решение задачи Коши для уравнений гидродинамики (1) и уравнения Пуассона (2) находится в аналитическом виде при условии, что траектории ионов не пересекаются.

Рассмотрим разлет сферической мишени радиуса r_0, ионы которой в начальный момент неподвижны и однородно распределены внутри сферы, т.е. их плотность имеет вид “ступеньки”, $n_0 = n_{c0}\theta(r_0 - r)$, $n_{c0} = \mathrm{const}$, обрывающейся при $r = r_0$. В этом случае решение уравнений (1) записывается в следующей параметрической форме

$$u = \frac{2qc\sqrt{\zeta(1+q^2\zeta)}}{1+2q^2\zeta}\,, \quad r = \frac{h}{1-q^2}\,, \quad 0 \leqslant h \leqslant r_0\,,$$
$$n = n_{c0}(1-q^2)^3/A\,, \quad \zeta = \frac{\omega_{\mathrm{L}}^2 h^2}{6c^2}\,,$$
$$A = 1 - \frac{q^2\zeta}{(1+\zeta)^2(1+2\zeta q^2)}\left[3 + 5\zeta q^2 + 2\zeta^2 q^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{3(1-q^2)\sqrt{1+\zeta q^2}}{2q\sqrt{1+\zeta}}\ln\frac{\sqrt{1+q^2\zeta} - q\sqrt{1+\zeta}}{\sqrt{1+q^2\zeta} + q\sqrt{1+\zeta}}\right],$$
$$\sqrt{\frac{2}{3}}\,\omega_{\mathrm{L}} t = \frac{q}{1-q^2}\sqrt{1+q^2\zeta}\,\frac{1+2\zeta}{1+\zeta} -$$
$$-\frac{1}{2}\,(1+\zeta)^{-3/2}\ln\frac{\sqrt{1+q^2\zeta} - q\sqrt{1+\zeta}}{\sqrt{1+q^2\zeta} + q\sqrt{1+\zeta}}, \quad (3)$$

где $\omega_{\mathrm{L}} = (4\pi Z^2 e^2 n_{c0}/M)^{1/2}$ – ленгмюровская частота ионов. Решение (3) описывает расширяющийся сгусток ионов с резким фронтом $r_f(t)$. В нерелятивистском пределе $\zeta \to 0$ это решение:

$$u = \sqrt{\frac{2}{3}}\,q(1-q^2)\omega_{\mathrm{L}} r\,, \quad n = n_{c0}(1-q^2)^3\,,$$
$$\sqrt{\frac{2}{3}}\,\omega_{\mathrm{L}} t = \frac{q}{1-q^2} - \frac{1}{2}\ln\frac{1-q}{1+q}\,, \quad 0 \leqslant r \leqslant \frac{r_0}{1-q^2}\,, \; (4)$$

воспроизводит хорошо известный результат [4, 8]: скорость ионов однородной сферической мишени и электрическое поле внутри кластера линейно растут с координатой r и достигают своего максимального значения на фронте при $r = r_f = r_0/(1-q^2)$. Распределение плотности ионов в кластере сохраняет свою первоначальную форму, т.е. имеет вид “ступеньки”, у которой меняются только ширина и высота. Скорость распространения фронта, $u_f = \dot r_f$, растет со временем по закону $u_f = \sqrt{(2/3)\omega_{\mathrm{L}} r_0 (1 - r_0/r_f)}$, стремясь к своему предельному максимальному значению $u_m = \sqrt{2/3}\omega_{\mathrm{L}} r_0$. Соответственно максимальное значение энергии ускоренных ионов оказывается равным $\varepsilon_m = M(\omega_{\mathrm{L}}^2 r_0^2/3)$.

Для достаточно большого заряда кластера, когда выполняется условие $\zeta(h = r_0) \equiv \zeta_0 = \omega_{\mathrm{L}}^2 r_0^2/6c^2 > 1$, ускоряемые ионы, по крайней мере находящиеся вблизи границы кластера, могут достигать релятивистских энергий. В разлетающемся релятивистском кластере, как и в нерелятивистском случае, на ионном фронте максимальны электрическое поле, скорость и плотность ионов. Закон движения фронта по-прежнему определяется приведенной выше формулой, $r_f = r_0/(1-q_0^2)$, в которой, однако, связь t и q_0 задается более сложным, чем в (4), уравнением:

$$\sqrt{\frac{2}{3}}\,\omega_{\mathrm{L}} t = \frac{q_0}{1-q_0^2}\sqrt{1+q_0^2\zeta_0}\,\frac{1+2\zeta_0}{1+\zeta_0} - \qquad (5)$$
$$-\frac{1}{2}\,(1+\zeta_0)^{-3/2}\ln\frac{\sqrt{1+q_0^2\zeta_0} - q_0\sqrt{1+\zeta_0}}{\sqrt{1+q_0^2\zeta_0} + q_0\sqrt{1+\zeta_0}}\,.$$

Характерные временны́е зависимости радиуса фронта кластера приведены на рис. 1 для различных значений параметра ζ_0.

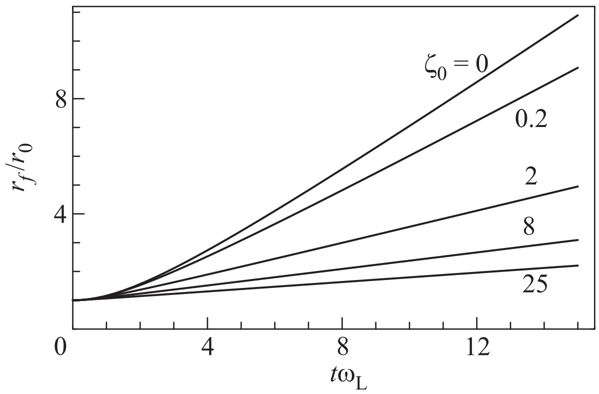

Рис. 1. Зависимость от времени положения фронта ионов при различных ζ_0

Пространственные распределения скорости ионов и электрического поля показаны на рис. 2. Скорость ионов нарастает тем медленнее, чем больше расстояние от центра кластера. Электрическое поле внутри кластера нарастает быстрее при больших значениях радиуса и медленнее при малых. Снаружи кластера электрическое поле спадает по обратноквадратичному закону. С течением времени распре-

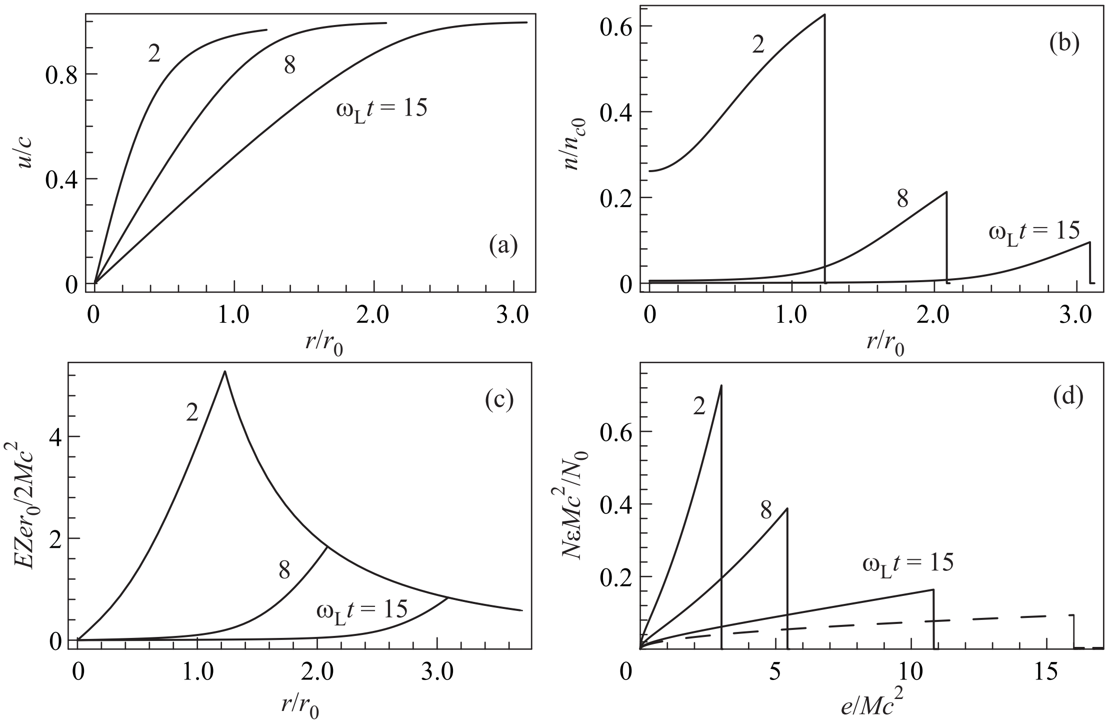

Рис. 2. Пространственные распределения средней скорости ионов (a), их плотности (b) и электрического поля (c), а также энергетические спектры ионов (d) для различных моментов времени при $\zeta_0 = 8$. Пунктиром на (d) показан спектр в пределе $\omega_L t \to \infty$

деление плотности ионов перестает быть однородным по радиусу и имеет максимум на фронте разлетающихся ионов кластера. Таким образом, релятивистский режим кулоновского взрыва кластера характеризуется формированием периферийного уплотнения плазмы, т.е. распределения оболочечного типа.

В соответствии с (3) энергия ионов $\varepsilon = 2Mc^2q^2\zeta$ становится релятивистской, когда $q^2\zeta$ становится порядка 1, что соответствует времени $t_h \approx \sqrt{2}h/c\,\zeta$. В частности, для ионов на фронте, полагая $h = r_0$ и $\zeta = \zeta_0$, получаем $t_{r0} \approx \sqrt{2}r_0/c\zeta_0$. При этом асимптотически, $t \to \infty$, величина максимальной энергии ионов на фронте определяется такой же формулой, как и в нерелятивистском случае, $\varepsilon_m = M(\omega_L^2 r_0^2/3)$.

Приведем выражение для спектрального распределения ускоренных ионов кластера, $N_\varepsilon \equiv dN/d\varepsilon$,

$$N_\varepsilon = \frac{3h}{2Z^2e^2q^2}\left[1 + \frac{1-q^2}{2q^2}(A-1)\right]^{-1}. \qquad (6)$$

Здесь величины h и q должны быть выражены через ε с помощью неявных формул $\varepsilon = 2Mc^2q^2\zeta$ и последнего уравнения системы (3). Будучи проинтегрированной по всем энергиям ионов, величина (6) совпадает с полным числом частиц кластера $N_0 = (4\pi/3)n_{c0}r_0^3$. При $q \to 1$ вклад второго слагаемого в фигурных скобках в (6) пренебрежимо мал. Это дает простую асимптотическую формулу для энергетического спектра ионов:

$$N_{\varepsilon|_{t\to\infty}} = \frac{3N_0}{2\varepsilon_m^{3/2}}\sqrt{\varepsilon}. \qquad (7)$$

Отсутствие в (7) зависимости от скорости света означает, что асимптотически спектральные распределения ионов в релятивистском и нерелятивистском случаях совпадают. Иллюстрацией этого утверждения служат приведенные на рис. 2 энергетические спектры ионов для различных моментов времени. Они показывают, как с течением времени происходит выполаживание спектрального распределения ионов к виду $\sqrt{\varepsilon}$. Пунктиром на графике с энергетическим спектром приведена кривая, отвечающая асимптотическому спектру ионов (7).

Изменение формы спектра ионов со временем сопровождается изменением относительного числа ионов в заданном спектральном интервале. Практический интерес представляет получение максимального относительного числа высокоэнергетичных ионов, $\delta N/N_0$, вблизи максимальной энергии – энергии отсечки, $\varepsilon_0 \equiv \varepsilon(q = q_0, \zeta = \zeta_0)$. Эта величина соответствует ионам на фронте разлетающегося кластера. При $t \to \infty$ она стремится к предельному значению ε_m. Для ионов, ускоряемых из внутренних областей кластера, величина энергии в заданный момент времени оказывается тем меньше, чем меньше значение радиуса, определяющего начальное положение иона. Для выбранного значения начального радиуса иона r_δ разброс по энергиям ионов определяется разностью энергий ионов, ускоренных с поверхности кластера и с внутренней границы слоя, $r_0 - r_\delta$ ($r_\delta \leqslant h \leqslant r_0$). Если зафиксировать начальную толщину сферического слоя, т.е. рассматривать ускорение фиксированного числа частиц из этого слоя, то их относительный разброс по энергиям, $(\varepsilon_0 - \varepsilon_\delta)/\varepsilon_0 \equiv \delta\varepsilon/\varepsilon_0$, меняется со временем. С другой стороны, если зафиксировать величину относительного разброса ионов по энергиям, $\delta\varepsilon/\varepsilon_0$, то переменным окажется относительное число ионов, $\delta N/N_0$, попадающих в заданный интервал разброса по энергиям, поскольку каждому выбранному моменту времени t отвечает своя начальная толщина слоя, соответствующая постоянному значению разброса по энергии. Рассмотрим, как меняется со временем величина $\delta N/N_0$ для заданного спектрального (энергетического) диапазона $\delta\varepsilon$ вблизи энергии отсечки ε_0. Функции $\delta N/N_0$ и $\delta\varepsilon/\varepsilon_0$ связаны неявным соотношением

$$\left(\frac{q_\delta}{q_0}\right)^2 \left(1 - \frac{\delta N}{N_0}\right)^{2/3} = 1 - \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon_0}. \qquad (8)$$

При этом величина q_δ находится из последнего уравнения (3), в котором следует положить $\zeta = \zeta_0(r_\delta/r_0)^2$, где радиус r_δ связан с относительным числом ионов $\delta N/N_0$ следующим образом: $r_\delta/r_0 = (1 - \delta N/N_0)^{1/3}$. В нерелятивистском пределе, когда величина q, согласно последнему соотношению в (4), не зависит от ζ, величина относительного числа ионов (8) оказывается меньше, чем в релятивистском случае. Таким образом, в нерелятивистском пределе эта величина оказывается минимальной, не зависит от времени и составляет $\min\{\delta N/N_0\} = 1 - (1 - \delta\varepsilon/\varepsilon_0)^{3/2}$, что при $\delta\varepsilon/\varepsilon_0 \ll 1$ дает $\min\{\delta N/N_0\} \approx (3/2)(\delta\varepsilon/\varepsilon_0)$.

Для релятивистского кластера, когда величина q зависит как от времени t, так и от функции $\zeta \propto 1/c^2$, относительное число ионов при заданном относительном разбросе их энергий растет с увеличением t, достигая своего максимума на временах порядка нескольких обратных ионных ленгмюровских частот, а затем медленно спадает, но до значений $\geq \min\{\delta N/N_0\}$. Значение максимума для $\delta N/N_0$ оказывается тем больше, чем больше размер кластера. Соответствующие зависимости $\delta N/N_0$ от времени при различных значениях величины ζ_0 приведены на рис. 3. Видно, что в условиях релятивистского разлета кластера в определенный момент времени максимальное число ионов попадает в узкий спектральный диапазон вблизи максимальной энергии.

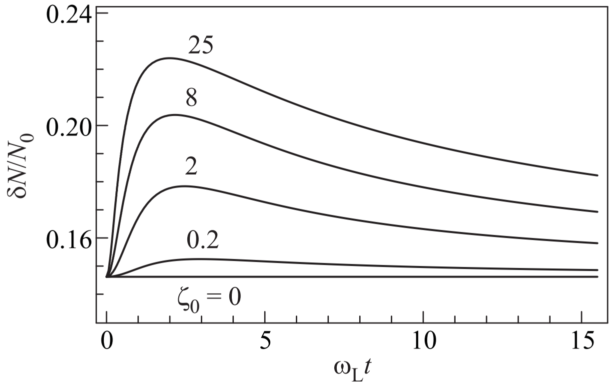

Рис. 3. Зависимости от времени относительного числа высокоэнергетичных ионов в спектральном диапазоне $\delta\varepsilon/\varepsilon_0 = 0.1$ для различных ζ_0

В заключение подчеркнем, что выше получено аналитическое решение нелинейной задачи кулоновского взрыва сферически-симметричной плазмы в релятивистском случае. В отличие от нерелятивистского разлета, здесь с течением времени происходит концентрация ионов вблизи фронта расширяющейся плазмы, т.е. формирование структуры типа оболочки. Рассмотренный релятивистский режим разлета кластера отвечает высоким лазерным интенсивностям, $a \gtrsim \sqrt{M/Zm}$, однако не столь большим, чтобы вызывать прямое ускорение ионов лазером, существенно проявляющееся при $a \sim M/m$. Последнее означает, что областью практического применения полученных результатов является интервал лазерных полей $\sqrt{M/Zm} \lesssim a \ll M/m$, представляющий интерес для высококонтрастных лазерных интенсивностей ближайшего будущего.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты # 09-02-00187а, 11-01-00267а).

1. G. A. Mourou, T. Tajima, and S. V. Bulanov, Rev. Mod. Phys. **78**, 309 (2006).
2. B. Ramakrishna, M. Murakami, M. Borghesi et al., Physics of Plasma **17**, 083113 (2010).
3. K. Nishihara, H. Amitani, M. Murakami et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **464**, 98 (2001).
4. A. E. Kaplan, B. Y. Dubetsky, and P. L. Shkolnikov, Phys. Rev. Lett. **91**, 143401 (2003).
5. V. F. Kovalev, K. I. Popov, V. Yu. Bychenkov, and W. Rozmus, Physics of Plasmas **14**, 053103 (2007).
6. V. Yanovsky, V. Chuykov, G. Kalinichenko et al., Optics Express **16**, 2109 (2008).
7. http://www.extreme-light-infrastructure.eu/
8. В. Ф. Ковалев, В. Ю. Быченков, Физика плазмы **31**, 203 (2005).