

Трехмерные и двумерные топологические изоляторы в слоистых соединениях $Pb_2Sb_2Te_5$, $Pb_2Bi_2Te_5$ и $Pb_2Bi_2Se_5$

И. В. Силкин*, Ю. М. Коротеев^{+*1)}, С. В. Еремеев^{++*}, Г. Бильмайер^{□2)}, Е. В. Чулков[△]

* Томский государственный университет, 634050 Томск, Россия

⁺ Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отд. РАН, 634021 Томск, Россия

□ Institut für Festkörperforschung and Institute for Advanced Simulation, Forschungszentrum Jülich, D-52425 Jülich, Germany

△ Donostia International Physics Center, and CFM, Centro Mixto CSIC-UPV/EHU, Departamento de Física de Materiales, UPV/EHU, Apdo. 1072, 20080 San Sebastián, Spain

Поступила в редакцию 20 июня 2011 г.

Представлены результаты теоретического исследования электронной структуры тройных соединений $Pb_2Sb_2Te_5$, $Pb_2Bi_2Te_5$ и $Pb_2Bi_2Se_5$, имеющих слоистую структуру, состоящую из девятислойных атомных блоков, разделенных ван-дер-ваальсовыми промежутками. Показано, что все рассмотренные соединения являются трехмерными (3D) топологическими изоляторами (ТИ). Обнаружена возможность существования состояния двумерного (2D) топологического изолятора в ультратонких пленках (0001) $Pb_2Sb_2Te_5$ и $Pb_2Bi_2Te_5$. В последнем соединении наблюдаются осцилляции топологического \mathbb{Z}_2 -инварианта с увеличением толщины пленки.

Топологический изолятор – недавно открытое квантовое состояние твердого тела [1–6]. Оно характеризуется тем, что в электронном спектре объемного материала имеется запрещенная щель, как и у обычного зонного изолятора, а на его краю, если это 2D ТИ [7, 8], приготовленный, например, в виде ультратонкой пленки, или на его поверхности [3–6], если это объемный материал, благодаря сильному спин-орбитальному взаимодействию (СОВ) появляются проводящие краевые и, соответственно, поверхностные состояния с линейной дисперсией. Эти состояния образуются как крамеровские дублеты, топологически защищенные симметрией обращения времени от обратного рассеяния на локальных искажениях и слабом беспорядке кристаллической решетки [3, 4, 6–8]. Последнее означает, что электроны в этих состояниях могут двигаться вдоль края ультратонкой пленки или поверхности объемного материала без потери энергии. Это свойство может оказаться весьма полезным для ряда приложений. Быстро растущий интерес к этим материалам обусловлен не только потенциальной возможностью использования их уникальных свойств при создании принципиально новых электронных приборов для спинtronики [9, 10] и квантовых компьютеров [11, 12], но и интересными физическими эффектами, проявляющимися на интерфейсах ТИ–сверхпроводник и ТИ–ферромагнетик

[13–15], однако отсутствующими в каждом из этих материалов по отдельности.

Первоначально это квантовое состояние было предсказано теоретически [16, 1], а позже обнаружено экспериментально [2] в 2D-системе CdTe/HgTe/CdTe. Однако более активно оно изучалось в 3D-системах [3, 17, 18]. В результате к настоящему моменту обнаружено большое число 3D ТИ: бинарные тетрадимитоподобные соединения $A_2^V B_3^{VI}$ [5, 6, 19–21] и гомологические ряды на их основе [22, 23], сплавы Гейслера [24, 25], оксиды [26] и тройные соединения на основе таллия [27–33].

Топологические электронные свойства объемного кристалла определяются его атомным составом и кристаллической структурой и слабо зависят от типа и состава поверхности. Непосредственно это было продемонстрировано в [20, 34], где приведены результаты расчета электронной структуры различных поверхностей бинарных тетрадимитоподобных соединений $A_2^V B_3^{VI}$. В 2D-системах, к которым относятся ультратонкие пленки, появляется еще один параметр, способный влиять на их топологические электронные свойства, – толщина пленки. Действительно, наличие квантоворазмерных эффектов может приводить к осцилляции различных характеристик пленки, в том числе и топологических свойств, в зависимости от ее толщины.

В этом письме мы представляем результаты расчета электронной структуры объемных соединений $Pb_2Sb_2Te_5$, $Pb_2Bi_2Te_5$ и $Pb_2Bi_2Se_5$, а также их уль-

¹⁾ e-mail: koroteev@ispms.tsc.ru

²⁾ G. Bihlmayer.

тратонких пленок. Анализ полученных результатов показал, что все рассмотренные соединения являются 3D ТИ и на их поверхности должны присутствовать топологически защищенные поверхностные состояния, формирующие так называемый конус Дирака. Мы предсказываем, что двумерными ТИ являются лишь 18- и 36-слойные пленки $Pb_2Bi_2Te_5$, а также 27- и 36-слойные пленки соединения $Pb_2Sb_2Te_5$, на краю разреза которых должно существовать топологически защищенное электронное состояние.

Рассматриваемые соединения имеют гексагональную структуру (пространственная группа $\bar{P}\bar{3}m1$), формируемую девяностошкольными блоками атомов $X_1-Y-X_2-Pb-X_3-Pb-X_2-Y-X_1$ (X – Se, Te; Y – Sb, Bi), разделенными ван-дер-ваальсовыми (vdW) промежутками (рис. 1a) [35, 36]. На рис. 1b приведе-

зом [40]. Радиус muffin-tin сфер для всех атомов был выбран равным 2.7 а.у., параметр обрезания плоского волнового базиса $k_{max} = 3.4$ а.у.⁻¹. Поскольку в настоящее время отсутствуют надежные экспериментальные данные о межслоевых расстояниях в изучаемых соединениях, нами была проведена оптимизация этих расстояний при фиксированных экспериментальных значениях параметров гексагональной решетки a и c [35, 36], приведенных в табл. 1. Для этого использовался псевдопотенциальный метод, реализованный в программном коде VASP [41, 42]. В табл. 1 приведены также полученные значения межслоевых расстояний. Расчеты электронной структуры ультратонких пленок также проводились при этой геометрии кристаллической решетки.

Таблица 1

Экспериментальные значения параметров гексагональной решетки a и c , а также оптимизированные значения межслоевых расстояний для соединений $Pb_2Sb_2Te_5$, $Pb_2Bi_2Te_5$ и $Pb_2Bi_2Se_5$ в Å

| | $Pb_2Sb_2Te_5$ | $Pb_2Bi_2Te_5$ | $Pb_2Bi_2Se_5$ |
|----------|----------------|----------------|----------------|
| a | 4.398 | 4.462 | 4.220 |
| c | 17.495 | 17.520 | 16.420 |
| vdW | 2.542 | 2.441 | 2.320 |
| X_1-Y | 1.642 | 1.705 | 1.539 |
| $Y-X_2$ | 1.908 | 2.004 | 1.891 |
| X_2-Pb | 1.964 | 1.909 | 1.802 |
| $Pb-X_3$ | 1.963 | 1.922 | 1.818 |

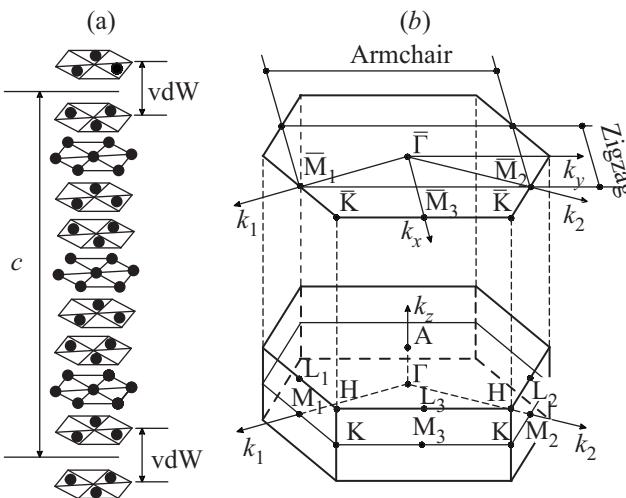


Рис. 1. Элементарная ячейка соединений $Pb_2Sb_2Te_5$, $Pb_2Bi_2Te_5$, $Pb_2Bi_2Se_5$ (а) и соответствующая ей зона Бриллюэна объемного материала, двумерная зона Бриллюэна ультратонких пленок и одномерные зоны Бриллюэна для краев типа “zigzag” и “armchair” (б)

ны соответствующая зона Бриллюэна (3Б) объемного материала (внизу), двумерная зона Бриллюэна ультратонких пленок и одномерные зоны Бриллюэна для краев типа “zigzag” и “armchair” (вверху).

Расчеты электронной структуры были проведены в рамках формализма теории функционала плотности полнопотенциальным методом линеаризованных присоединенных плоских волн (FLAPW) [37], реализованным в программном коде FLEUR [38]. Для описания обменно-корреляционной энергии использовалось обобщенное градиентное приближение (GGA) [39]. В гамильтониан были включены скалярно-релятивистские поправки. Спин-орбитальное взаимодействие учитывалось самосогласованным обра-

зом [40]. Радиус muffin-tin сфер для всех атомов был выбран равным 2.7 а.у., параметр обрезания плоского волнового базиса $k_{max} = 3.4$ а.у.⁻¹. Поскольку в настоящее время отсутствуют надежные экспериментальные данные о межслоевых расстояниях в изучаемых соединениях, нами была проведена оптимизация этих расстояний при фиксированных экспериментальных значениях параметров гексагональной решетки a и c [35, 36], приведенных в табл. 1. Для этого использовался псевдопотенциальный метод, реализованный в программном коде VASP [41, 42]. В табл. 1 приведены также полученные значения межслоевых расстояний. Расчеты электронной структуры ультратонких пленок также проводились при этой геометрии кристаллической решетки.

Инвариантные относительно обращения времени зоны структуры топологически классифицируются \mathbb{Z}_2 -инвариантами [3]. В случае, когда точечная группа симметрии кристалла содержит инверсию, эти инварианты определяются четностью занятых энергетических зон $\xi_{2m}(\Gamma_i) = \pm 1$ в специальных точках $\mathbf{k} = \Gamma_i$ зоны Бриллюэна [17], инвариантных относительно обращения времени (*time-reversal invariant momenta* (TRIM)), через величины $\delta_i = \prod_{m=1}^N \xi_{2m}(\Gamma_i)$, где N – число крамерсовых дублетов валентной зоны. Так, для двумерной системы (плоская зона Бриллюэна) имеется четыре TRIM-точки Γ_i (точки $\bar{\Gamma}$ и $\bar{M}_{i=1,2,3}$ на рис. 1б вверху) и единственный \mathbb{Z}_2 -инвариант $\nu = 0, 1$, определяемый выражением $(-1)^\nu = \prod_{i=1}^4 \delta_i$. В трехмерных системах имеется восемь TRIM-точек ($\Gamma, M_{i=1,2,3}, A, L_{i=1,2,3}$ на рис. 1б внизу), что приводит к четырем независимым \mathbb{Z}_2 инвариантам ($\nu_0, \nu_1 \nu_2 \nu_3$). Наиболее важный из них, ν_0 , определяемый соотношением $(-1)^{\nu_0} = \prod_{i=1}^8 \delta_i$, харак-

теризует сильные топологические изоляторы, если $\nu_0 = 1$ [17, 3]. Такой анализ позволяет эффективно выявлять топологические фазы кристаллов.

На рис. 2 показана электронная структура рассматриваемых соединений, рассчитанная как с учетом, так и без учета СОВ. Видно, что СОВ значи-

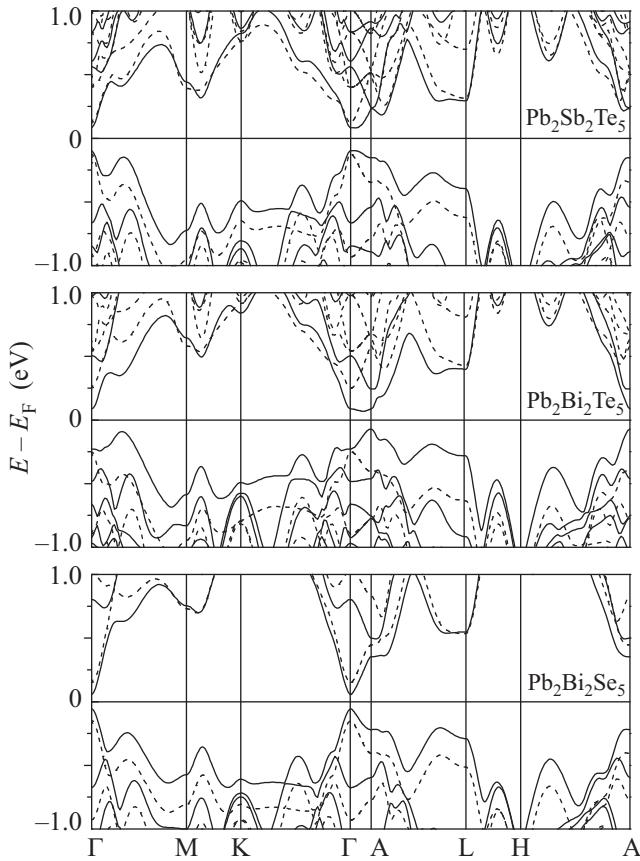


Рис. 2. Зонные спектры объемных соединений $Pb_2Sb_2Te_5$, $Pb_2Bi_2Te_5$ и $Pb_2Bi_2Se_5$. Сплошные линии – расчет с учетом СОВ; пунктирные – без учета СОВ

тельно сужает запрещенную щель, делая ее непрямой в соединениях $Pb_2Sb_2Te_5$, $Pb_2Bi_2Te_5$ и оставляя прямой в $Pb_2Bi_2Se_5$. Кроме того, СОВ приводит к инвертированию краев щели. Так, в отсутствие СОВ состояния дна зоны проводимости образованы преимущественно орбиталими Pb и (Sb/Bi) , а состояния потолка валентной зоны – преимущественно состояниями халькогена. С учетом СОВ дно зоны проводимости образуют в основном орбитали халькогена, тогда как потолок валентной зоны – орбитали Pb и (Sb/Bi) . Расчет значений топологического инварианта \mathbb{Z}_2 показал, что для рассматриваемых объемных соединений $\nu_0 = 1$, т.е. все они являются 3D ТИ (табл. 2). Аналогичный результат для объемных

соединений $Pb_2Sb_2Te_5$ и $Pb_2Bi_2Se_5$ был получен в недавней работе [43].

На рис. 3 мы представляем дисперсионные кривые ультратонких пленок (0001) соединений $Pb_2Sb_2Te_5$, $Pb_2Bi_2Te_5$, $Pb_2Bi_2Se_5$, а в табл. 3 приводим значения ширины запрещенной щели. Как видно из рисунка и таблицы, в электронном спектре всех рассматриваемых пленок имеется запрещенная щель, быстро уменьшающаяся с ростом толщины пленки. Лишь для 9-слойной пленки эта щель является непрямой. Начиная с 18-слойной пленки, в электронном спектре под уровнем Ферми появляются состояния, локализованные вблизи vdW-промежутков, образующие потолок валентной зоны. Количество этих состояний равно числу vdW-промежутков в пленке. По мере увеличения толщины пленки из состояний, образующих потолок валентной зоны и дно зоны проводимости в окрестности точки $\bar{\Gamma}$, формируется конус Дирака. Это подтверждает результат, полученный нами из расчетов \mathbb{Z}_2 -инварианта для объемных соединений. Наиболее быстро конус Дирака формируется в соединении $Pb_2Sb_2Te_5$, тогда как в пленках $Pb_2Bi_2Te_5$ и $Pb_2Bi_2Se_5$ это происходит намного медленнее: даже для 36-слойной пленки в электронном спектре еще имеется заметная запрещенная щель. Наличие запрещенной щели в спектре означает, что эти ультратонкие пленки могут оказаться 2D ТИ.

Таблица 2

Значения \mathbb{Z}_2 -инварианта ν для ультратонких пленок и инварианта ν_0 для объемных соединений $Pb_2Sb_2Te_5$, $Pb_2Bi_2Te_5$ и $Pb_2Bi_2Se_5$

| | 9L | 18L | 27L | 36L | bulk |
|----------------|----|-----|-----|-----|------|
| $Pb_2Sb_2Te_5$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| $Pb_2Bi_2Te_5$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| $Pb_2Bi_2Se_5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Таблица 3

Величина запрещенной щели (эВ) в точке $\bar{\Gamma}$ двумерной зоны Бриллюэна для ультратонких пленок рассматриваемых соединений. В скобках дано значение непрямой запрещенной щели

| | 9L | 18L | 27L | 36L |
|----------------|---------------|-------|-------|-------|
| $Pb_2Sb_2Te_5$ | 0.519 (0.462) | 0.030 | 0.002 | 0.006 |
| $Pb_2Bi_2Te_5$ | 0.430 (0.351) | 0.100 | 0.038 | 0.016 |
| $Pb_2Bi_2Se_5$ | 0.591 (0.463) | 0.125 | 0.060 | 0.033 |

Вопрос о переходе от 3D к 2D топологическому состоянию кристаллов не является простым. Так, например, бислой $Bi(111)$, материала, не являющегося

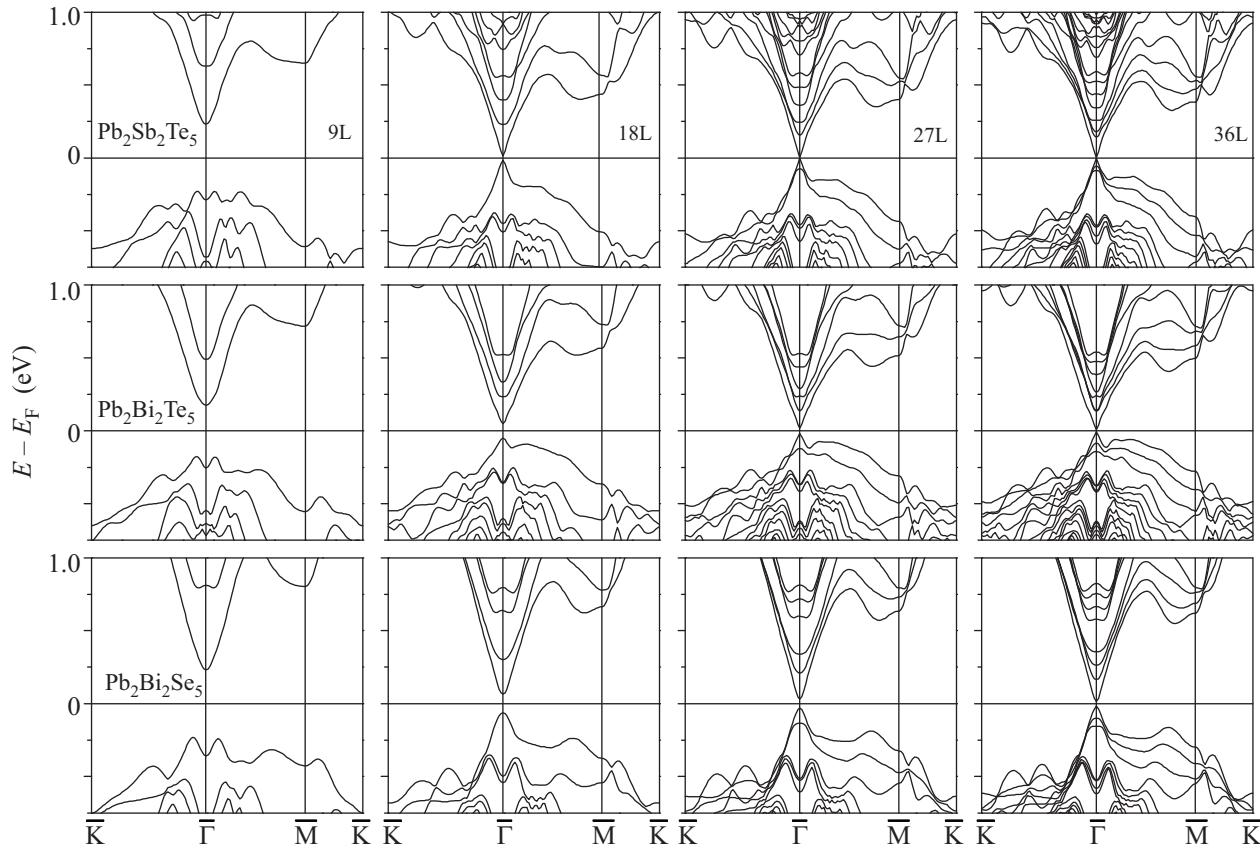


Рис. 3. Электронный спектр ультратонких пленок (0001) соединений $\text{Pb}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$, $\text{Pb}_2\text{Bi}_2\text{Te}_5$ и $\text{Pb}_2\text{Bi}_2\text{Se}_5$

3D ТИ [44, 45], проявляет 2D топологические свойства [46, 47], тогда как ультратонкие пленки сплава Bi–Sb, являющегося 3D ТИ, не проявляют 2D топологических свойств [48]. Насколько нам известно, переход от 3D ТИ к 2D изучался лишь в [49, 50].

В табл. 2 приведены вычисленные значения топологического \mathbb{Z}_2 -инварианта ν для ультратонких пленок рассматриваемых соединений. Как видно из таблицы, несмотря на то что все три соединения являются 3D ТИ, их ультратонкие пленки демонстрируют различное поведение \mathbb{Z}_2 -инварианта с ростом толщины. Ни одна из рассмотренных пленок соединения $\text{Pb}_2\text{Bi}_2\text{Se}_5$ не обладает отличным от нуля топологическим инвариантом \mathbb{Z}_2 . Все они являются тривиальными изоляторами. Напротив, 27- и 36-слойные пленки $\text{Pb}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$ имеют отличный от нуля \mathbb{Z}_2 -инвариант и являются 2D ТИ. Однако запрещенные щели в этих пленках крайне малы. Поэтому экспериментальное наблюдение топологических краевых состояний в этом соединении будет весьма затруднительным. Интересная ситуация наблюдается в ультратонких пленках $\text{Pb}_2\text{Bi}_2\text{Te}_5(0001)$, где значение \mathbb{Z}_2 -инварианта ν осциллирует. Так, пленки, образованные одним и тремя девятислойными блока-

ми (9- и 27-слойные пленки), не являются 2D ТИ, а пленки, состоящие из двух и четырех девятислойных блоков (18- и 36-слойные пленки), являются таковыми. Подобные осцилляции недавно были получены для тонких пленок Bi_2Se_3 и Bi_2Te_3 [49].

На рис. 4 приведены проекции двумерной зонной структуры, рассчитанной для 18-слойной пленки $\text{Pb}_2\text{Bi}_2\text{Te}_5(0001)$, на одномерные ЗБ, представляющие ее края типа “zigzag” и “armchair”. К сожалению, в настоящее время полнопотенциальный первоначальный расчет электронной структуры края даже ультратонкой пленки является процессом, весьма трудоемким, требующим больших компьютерных ресурсов (памяти и времени счета). Поэтому мы не проводили таких расчетов, а ограничились лишь схематическим представлением ожидаемого положения топологических краевых состояний на рис. 4.

Итак, установлено, что объемные соединения $\text{Pb}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$, $\text{Pb}_2\text{Bi}_2\text{Te}_5$, $\text{Pb}_2\text{Bi}_2\text{Se}_5$ являются 3D топологическими изоляторами. Ни одна из рассмотренных ультратонких пленок $\text{Pb}_2\text{Bi}_2\text{Se}_5(0001)$ не является 2D топологическим изолятором. 2D топологический изолятор может быть реализован на краях пленок $\text{Pb}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$ и $\text{Pb}_2\text{Bi}_2\text{Te}_5$. В последнем случае

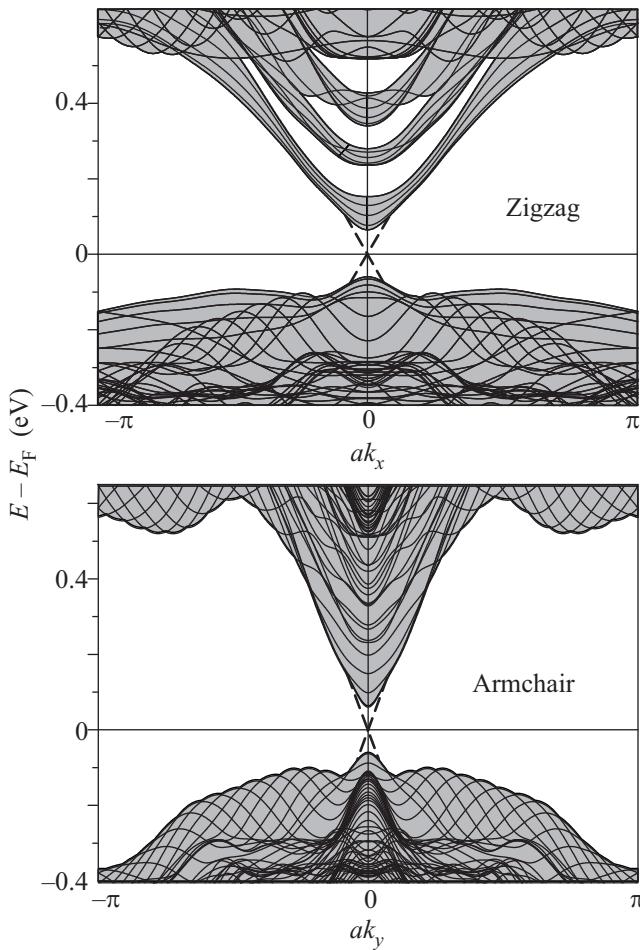


Рис. 4. Проекции двумерной зонной структуры 18-слойной пленки $\text{Pb}_2\text{Bi}_2\text{Te}_5(0001)$ на одномерные ЗБ краев zigzag и armchair. Пунктиром схематически показаны краевые состояния

наблюдаются осцилляции \mathbb{Z}_2 -инварианта: пленки, образованные нечетным числом девятислойных блоков (одним и тремя), не являются 2D топологическими изоляторами, а образованные четным числом (двумя и четырьмя), являются. Наиболее перспективной для экспериментального наблюдения топологических краевых электронных состояний является 18-слойная пленка $\text{Pb}_2\text{Bi}_2\text{Te}_5(0001)$, так как она обладает наиболее широкой запрещенной щелью.

1. B. A. Bernevig, T. L. Hughes, and S.-C. Zhang, *Science* **314**, 1757 (2006).
2. M. König, S. Wiedmann, C. Brune et al., *Science* **318**, 766 (2007).
3. L. Fu, C. L. Kane, and E. J. Mele, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 106803 (2007).
4. P. Roushan, J. Seo, C. V. Parker, et al., *Nature (London)* **460**, 1106 (2009).

5. Y. Xia, D. Qian, D. Hsieh et al., *Nature Phys.* **5**, 398 (2009).
6. H. Zhang, C.-X. Liu, X.-L. Qi et al., *Nature Phys.* **5**, 438 (2009).
7. C. L. Kane and E. J. Mele, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 146802 (2005).
8. C. L. Kane and E. J. Mele, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 226801 (2005).
9. T. Yokoyama, Y. Tanaka, N. Nagaosa et al., *Phys. Rev. Lett.* **102**, 166801 (2009).
10. I. Garate and M. Franz, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 146802 (2010).
11. L. Fu and C. L. Kane, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 096407 (2008).
12. C. Nayak, S. H. Simon, A. Stern et al., *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1083 (2008).
13. M. Z. Hasan and C. L. Kane, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 3045 (2010).
14. X.-L. Qi and S.-C. Zhang, *Phys. Today* **63**(1), 33 (2010).
15. J. E. Moore, *Nature (London)* **464**, 194 (2010).
16. Б. А. Волков, О. А. Панкратов, *Письма в ЖЭТФ* **42**, 145 (1985).
17. L. Fu and C. L. Kane, *Phys. Rev. B* **76**, 045302 (2007).
18. K. Kuroda, M. Arita, K. Miyamoto et al., *Phys. Rev. Lett.* **105**, 076802 (2010).
19. Y. L. Chen, J. G. Analytis, J.-H. Chu et al., *Science* **325**, 178 (2009).
20. С. В. Еремеев, Ю. М. Коротеев, Е. В. Чулков, *Письма в ЖЭТФ* **91**, 419 (2010) [JETP. Lett. **91**, 387 (2010)].
21. O. V. Yazyev, J. E. Moore, and S. G. Louie, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 266806 (2010).
22. С. В. Еремеев, Ю. М. Коротеев, Е. В. Чулков, *Письма в ЖЭТФ* **92**, 183 (2010) [JETP. Lett. **92**, 160 (2010)].
23. Т. В. Меньщикова, С. В. Еремеев, Ю. М. Коротеев и др., *Письма в ЖЭТФ* **93**, 18 (2011) [JETP. Lett. **93**, 15 (2011)].
24. S. Chadov, X. Qi, J. Kuebler et al., *Nature Mater.* **9**, 541 (2010).
25. H. Lin, L. A. Wray, Y. Xia et al., *Nature Mater.* **9**, 546 (2010).
26. A. Shitade, H. Katsura, J. Kunes et al., *Phys. Rev. Lett.* **102**, 256403 (2009).
27. B. Yan, C.-X. Liu, H.-J. Zhang et al., *Europhys. Lett.* **90**, 37002 (2010).
28. С. В. Еремеев, Ю. М. Коротеев, Е. В. Чулков, *Письма в ЖЭТФ* **91**, 664 (2010) [JETP. Lett. **91**, 594 (2010)].
29. H. Lin, R. S. Markiewicz, L. A. Wray et al., *Phys. Rev. Lett.* **105**, 036404 (2010).
30. S. V. Eremeev, G. Bihlmayer, M. Vergniory et al., *Phys. Rev. B* **83**, 205129 (2011).
31. K. Kuroda, M. Ye, A. Kimura et al., *Phys. Rev. Lett.* **105**, 146801 (2010).
32. T. Sato, K. Segawa, H. Guo et al., *Phys. Rev. Lett.* **105**, 136802 (2010).

33. Y. L. Chen, Z. K. Liu, J. G. Analytis et al., Phys. Rev. Lett. **105**, 266401 (2010).
34. C.-Y. Moon, J. Han, H. Lee, and H.J. Choi, arXiv:1101.0210v3 (2011).
35. К. А. Агаев, А. Г. Талыбов, С. А. Семилетов, Кристаллография **11**, 5, 736 (1966) [Sov. Phys. Crystallogr. **11** 630 (1966)].
36. I. I. Petrov and R. M. Imamo $\breve{\text{g}}$, Кристаллография **14** 669 (1969) [Sov. Phys. Crystallogr. **14** 593 (1970)].
37. E. Wimmer, H. Krakauer, M. Weinert, and A. J. Freeman, Phys. Rev. B **24**, 864 (1981).
38. URL: <http://www.flapw.de>
39. J. P. Perdew, K. Burke, and M. Ernzerhof, Phys. Rev. Lett. **77**, 3865 (1996).
40. C. Li, A. J. Freeman, H. J. F. Jansen, and C. L. Fu, Phys. Rev. B **42**, 5433 (1990).
41. G. Kresse and J. Furthm $\ddot{\text{u}}\text{ller}$, Comput. Mater. Sci. **6**, 15 (1996).
42. G. Kresse and D. Joubert, Phys. Rev. B **59**, 1758 (1998).
43. H. Jin, J.-H. Song, A. J. Freeman et al., Phys. Rev. B **83**, 041202(R) (2011).
44. Yu. M. Koroteev, G. Bihlmayer, J. E. Gayone et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 046403 (2004).
45. Yu. M. Koroteev, G. Bihlmayer, E. V. Chulkov et al., Phys. Rev. B **77**, 045428 (2008).
46. S. Murakami, Phys. Rev. Lett. **97**, 236805 (2006).
47. M. Wada, S. Murakami, F. Freimuth, and G. Bihlmayer, Phys. Rev. B **83**, 121310(R) (2011).
48. G. Bihlmayer, Yu. M. Koroteev, E. V. Chulkov, and S. Blügel, New J. Phys. **12**, 065006 (2010).
49. C.-X. Liu, H.-J. Zhang, B. Yan et al., Phys. Rev. B **81**, 041307(R) (2010).
50. T. T. Heikkilä, G. E. Volovik, JETP. Lett. **93**, 63 (2011).