

# Неэкстенсивный статистический анализ данных высокоскоростной регистрации ударного разрушения твердых тел

И. П. Щербаков, В. С. Куксенко, А. Е. Чмель<sup>1)</sup>

Физико-технический институт РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 23 июня 2011 г.

После переработки 12 июля 2011 г.

Представлены результаты высокоскоростной регистрации методом акустической эмиссии (АЭ) ударного трещинообразования в образцах материалов, существенно различных по степени однородности (плавленого кварца и гранита). Полученные в эксперименте распределения энергии сигналов АЭ, отвечающие распределению энергии в актах возникновения, роста и слияния микротрещин, интерпретированы в терминах статистики Тсаллиса, развитой для обобщения классической термодинамики на случай неравновесных систем. Это позволило оценить степень коррелированности процесса трещинообразования и сравнить плотности высвобождаемой энергии в различных материалах и на различных стадиях ударного разрушения.

Механическое разрушение относится к высоконеравновесным процессам, протекающим в открытой термодинамической системе. Известно, что пространственно-временная траектория таких систем, в частности разрушающихся твердых тел, ведет к образованию в них фрактальных структур [1], а процесс формирования последних связан с возникновением перманентно критических состояний (“самоорганизованная критичность” [2]). Частотно-размерные соотношения, такие, как распределение фрагментов разрушенного тела по размерам или геометрия рисунка поверхности откола, равно как и распределение энергии, высвобождающейся при трещинообразовании, имеют вид степенных зависимостей [3–5], характерных для самоподобной (фрактальной) организации процесса. Что касается энергетических соотношений, то первым из найденных и наиболее широко известным соотношением такого рода является закон Гутенберга–Рихтера, который в обобщенном виде и применительно к освобожденной энергии имеет вид степенного соотношения:

$$N(E > E') \propto E'^{-b}, \quad (1)$$

где  $N$  – число отдельных актов разрушения, в которых выделяется энергия  $E$ , превышающая порог  $E'$ ;  $b$  – постоянная.

Однако как этот закон, так и все другие степенные распределения энергии разрушения являются принципиально эмпирическими соотношениями, которые не могут быть получены исходя из положений классической (равновесной) термодинамики. Распределение Больцмана предполагает независимость

индивидуальных событий в статистической системе, поскольку влияние каждого из них на окружающую среду экспоненциально спадает с расстоянием. Это обуславливает аддитивность вклада отдельных событий в интегральный процесс (экстенсивность).

В открытых неравновесных статистических системах, в которых движущей силой эволюции является внешнее воздействие, закон аддитивности может нарушаться ввиду наличия корреляции между отдельными событиями, скажем, актами разрушения. В результате распределение энергии принимает степенной характер, отражающий дальнюю взаимосвязь явлений, разделенных во времени и пространстве.

В известной степени, расхождение между неаддитивным (степенным) характером выделения энергии в реальных физических процессах и их описанием в терминах классической (равновесной) термодинамики было устранено Тсаллисом [6, 7], предложившим заменить большевское логарифмическое определение для энтропии на степенное выражение, то есть сделать переход

$$\ln p \rightarrow (p^{1-q} - 1)(1-q), \quad (2)$$

при котором выражение для энтропии неравновесных систем  $S_q$  приобретает вид

$$S_q = k \left( 1 - \sum_{i=1}^w p_i^q \right) / (q-1), \quad (3)$$

где  $p_i$  – вероятности появления  $w$  возможных конфигураций;  $k$  – постоянная Больцмана;  $q$  – параметр, который получил название “параметр Тсаллиса”. Соответственно, вместо распределения Гиббса

$$p(E) \exp(-E/kT) \quad (4)$$

<sup>1)</sup> e-mail: chmel@mail.ioffe.ru

получаем обобщенное выражение для равновесных и неравновесных систем:

$$p(E) \sim [1 + (1 - q)(-E/kT)]^{q/(1-q)}. \quad (5)$$

Параметр  $q$  фактически служит мерой отступления от аддитивности событий (мерой неэкстенсивности). Статистика Больцмана–Гиббса отвечает пределу  $q \rightarrow 1$ , поскольку в этом случае  $p_i^{(q-1)} = \exp(q - 1) \ln p_i \approx 1 + (q - 1) \ln p_i$ , и, следовательно

$$S_{q=1} = -k \sum_{i=1}^w p_i \ln p_i. \quad (6)$$

Случай  $q < 1$  означает наличие предела по высоким энергиям, поскольку  $p_i = 0$ , когда аргумент степенной функции отрицателен [6]. Это может иметь место в равновесной системе при ограниченном числе событий. Наконец,  $q > 1$  указывает на наличие “ дальних” корреляций в неравновесной системе, когда аддитивность энтропии нарушается. Поэтому величину  $q$  можно рассматривать также как параметр, характеризующий корреляционный радиус взаимодействий (чем больше  $q$ , тем больше радиус).

Концепция Тсаллиса привела к появлению нового направления в статистике – неэкстенсивной статистической механики (НЭСМ). В работе [8] исходя из определения энтропии Тсаллиса авторы получили аналитическое выражение для распределения магнитуд сейсмических толчков. Соответствующее выражение для энергии, выделяющейся при механическом разрушении, принимает вид

$$N(E > E') = N \left[ 1 - \frac{1-q}{2-q} (E/a)^{2/3} \right]^{\frac{2-q}{1-q}}, \quad (7)$$

где  $N$  – число событий разрушения (число зарегистрированных сигналов, амплитуда которых превышала уровень дискриминации);  $a$  – плотность энергии. Формула (7) успешно применялась для описания сейсмической активности различных типов [9], а также для неэкстенсивного анализа других физических процессов [10].

В настоящей работе представлены результаты высокоскоростной регистрации множественного трещинообразования в образцах материалов, существенно различных по степени однородности (плавленого кварца и гранита), методом акустоэмиссии (АЭ). Полученные в эксперименте распределения энергии сигналов АЭ, отвечающие распределению энергии в актах возникновения, роста и слияния микротрещин, были аппроксимированы зависимостью (7) путем подбора параметров  $q$  и  $a$ , отвечающих макси-

мальному совпадению аналитической и экспериментальной зависимостей. Это позволило оценить степень термодинамической неравновесности и плотности высвобождаемой энергии в различных материалах и на различных стадиях ударного разрушения.

Для проведения исследований была построена установка, в которой образец размером  $20 \times 15 \times 25 \text{ мм}^3$  подвергался локализованному разрушению ударом груза, падающего с высоты 10 см на стальной боец, поставленный на поверхность образца. Для регистрации АЭ на расстоянии 3 мм от бойка устанавливали квадратную ( $4 \times 4 \text{ мм}^2$ ) пластину из пьезокерамики. Сигнал с пластины подавался на вход аналого-цифрового преобразователя АСК-3106 фирмы АКТАКОМ. Система запускалась в момент касания грузом бойка. Напряжение на выходе преобразователя записывалось в память компьютера с шагом 10 нс. Предельная частота регистрируемых сигналов достигала 100 МГц. Записанные сигналы АЭ подвергались низкочастотной фильтрации, чтобы отделить вклад паразитных колебаний элементов экспериментальной установки, а также пьезокерамической пластины из-за прогиба образца при ударе.

Временные развертки интенсивности (квадрата амплитуды  $A^2$ ) сигналов АЭ из разрушенных образцов плавленого кварца и гранита показаны на рис. 1. Параллельно с АЭ в опыте регистрировалась механолюминесценция с боковой поверхности образца (на рисунке не показана), которая служила для контроля времени разрушения. Этот метод реагирует исключительно на разрыв структурных связей (в данном случае связей Si–O [11, 12] не только в кварце, но и в граните, поскольку последний на 60% состоит из кварца) и позволяет точно определить моменты начала и завершения разрушения. Мы убедились, что сигнал АЭ синхронизован по времени с сигналом люминесценции и оба они запаздывают относительно момента касания грузом бойка примерно на 50 мкс. Это связано с прохождением упругой волны через боец и внедрением бойка в образец. Изменения интенсивностей АЭ и люминесценции во времени качественно совпадали, что указывало на отсутствие вклада не связанных с разрушением эффектов в сигнал АЭ. Контроль по люминесценции также показал, что при ударном разрушении гранита процесс завершается приблизительно через 0.6 мс, тогда как разрушение кварца продолжается со спадающей интенсивностью до окончания доступного нам времени регистрации (1.3 мс). Таким образом, в опыте с кварцем мы регистрировали только часть процесса, но наиболее важную с точки зрения оценки его неэкстенсивности, поскольку с уменьшением выделе-

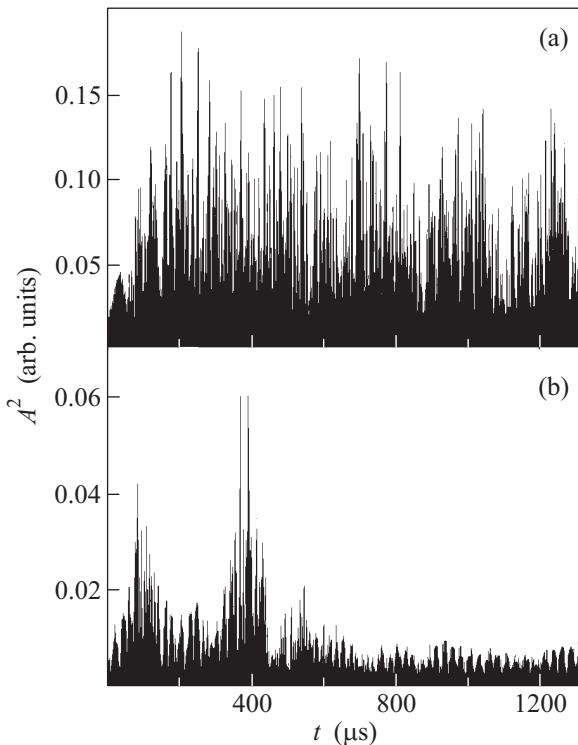


Рис. 1. Последовательности сигналов АЭ из разрушающихся образцов плавленого кварца (а) и гранита (б). Начало каждой серии совпадает с моментом удара. Низкочастотные сигналы, связанные с колебаниями образцов при ударе, удалены частотной дискриминацией

ния энергии радиус корреляции между отдельными повреждениями уменьшается.

Различие в поведении гранита и кварца обусловлено их структурными особенностями. Зернистое строение минерала способствует быстрой диссипации энергии.

Ранее было показано [13], что при данном временном разрешении каждый зарегистрированный импульс АЭ отвечает образованию нескольких десятков трещин размером 10–20 мкм. Квадрат амплитуды сигналов пропорционален энергии  $E$ , высвобождаемой при образовании и продвижении трещин (без учета искажений, вызванных неодинаковой степенью затухания сигналов АЭ, достигших пьезодатчика из различных точек образца). Распределение сигналов по энергиям строилось в виде функции  $N(E > E')$ , которая определялась также из аналитического выражения (7) с оптимальными величинами параметров  $q$  и  $a$ , найденными подбором (рис. 2).

Видно, что экспериментальная функция распределения  $N(E > E')$  в кварце хорошо описывается аналитически при  $q = 0.97$  и  $a = 1.3 \cdot 10^{-4}$  (плотность энергии измерялась в относительных единицах). Как говорилось выше, значение  $q \leq 1$  означает

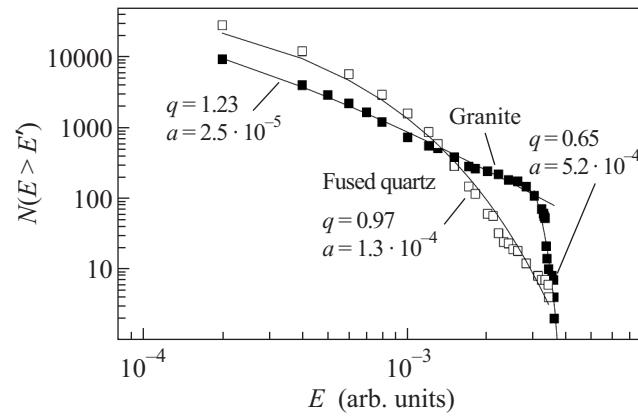


Рис. 2. Функции распределения сигналов АЭ по энергии в плавленом кварце и граните. Значки – эксперимент, линии – расчет по формуле (7) с подбором параметров  $q$  и  $a$

отсутствие корреляции между событиями. В нашем случае возникающие трещины не стремятся к образованию кластеров и развиваются независимо друг от друга. Такой тип поведения трещин характерен для хрупких однородных материалов, в которых возникновение даже одиночного дефекта может приводить к катастрофическому разрушению, не оставляя места для накопительного процесса.

Иная картина наблюдалась при разрушении высокогетерогенного материала – гранита. Два логлинейных участка функции распределения  $N(E > E')$  отражают наличие двух различных режимов трещинообразования. Первый из них характеризуется сочетанием параметров  $q = 1.23$  и  $a = 2.5 \cdot 10^{-5}$ , а второй – величинами  $q = 0.65$  и  $a = 5.2 \cdot 10^{-4}$ . Значение  $q > 1$  на пологом участке зависимости относится к стадии множественного образования одиночных трещин с перераспределением напряжения на соседних дефектах, то есть имеет место коррелированный процесс.

Второй участок относится к наиболее крупным актам трещинообразования. Это ясно, во-первых, из того, что все события, отображаемые отрезком с крутым наклоном, произошли в период времени от 360 до 390 мкс, то есть в момент наибольших пиковых сигналов АЭ (рис. 1). Во-вторых, плотность выделенной энергии на крутом участке приблизительно в 200 раз выше, чем на начальной части зависимости (ср. значения параметра  $a$ ). Согласно концепции Тсаллиса, низкая величина параметра  $q$  ( $q = 0.65$ ) указывает на полностью аддитивный (некоррелированный) характер разрушения и ограниченное число событий на скоростной стадии процесса.

В традиционной статистической механике скейлинговые зависимости, подобные показанным на

рис. 2, обсуждаются в терминах показателей степени, таких, как параметр  $b$  в соотношении (1). Показатели степени отражают относительный вклад малых и крупных событий, но не дают прямой информации о физическом состоянии системы. Определение параметров  $q$  и  $a$ , вводимых в НЭСМ и имеющих ясный физический смысл, позволяет оценить степень внутренней коррелированности явлений и их энергетику.

Подводя итог, отметим, что после появления фундаментальных работ Мандельброта по фракталам большое внимание в исследованиях разрушения стало уделяться его статистическим аспектам [14], таким, как образование пространственно-временных фрактальных структур и процессы самоорганизации. Однако основные усилия были направлены на поиск эмпирических соотношений, адекватно описывающих различные режимы трещинообразования в твердых телах различной степени однородности (см. обзоры [15, 16]). Недавнее появление и развитие НЭСМ на основе концепции Тсаллиса стало прорывным событием в этом направлении. Оно позволило аналитически описать явления, которые ранее были известны лишь в виде экспериментальных зависимостей. Представленные в настоящей работе результаты являются, насколько нам известно, первым примером успешного применения НЭСМ в области микромеханики разрушения твердых тел.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 10-05-00256-а).

1. B. B. Mandelbrot, Intern. J. Fracture **138**, 13 (2006).
2. P. Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld, Phys. Rev. Lett. **59**, 381 (1987).
3. A. Chmel, In *Progress in Statistical Mechanics Research*, Ed. J. S. Moreno, Nova Science, N.Y., 2007, Ch. 5, P. 257.
4. A. Carpinteri, G. Lacidogna, and N. Pugno, Int. J. Fracture, **129**, 131 (2004).
5. Н. Н. Горобей, А. С. Лукьяненко, А. Е. Чмель, ЖЭТФ **128**, 544 (2005).
6. C. Tsallis, J. Stat. Phys. **52**, 479 (1988).
7. C. Tsallis, *Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics – Approaching a Complex World*, Springer, N.Y., 2009.
8. O. Sotolongo-Costa and A. Posadas, Phys. Rev. Lett. **92**, 048501 (2004).
9. L. Telesca, Physica A **389**, 1911 (2010).
10. G. Balasis, I. A. Daglis, A. Anastasiadis et al., Physica A **390**, 341 (2011).
11. Y. Kawaguchi, Phys. Rev. B **52**, 9224 (1995).
12. В. И. Веттегренъ, А. Я. Башкарев, Р. И. Мамалимов, И. П. Щербаков, ФТТ В **50**, 1, 29 (2008).
13. В. И. Веттегренъ, В. С. Куксенко, И. П. Щербаков, ЖТФ **56**, 577 (2011).
14. E. Bouchaud, B. Chiaia, A. Hansen et al., Int. J. Fracture **140**, 1 (2006).
15. E. Bouchaud, J. Phys.: Condens. Matter. **9**, 4319 (1997).
16. M. J. Alava, P. K. N. N. Nukala, and S. Zapperi, Adv Phys. **55**, 349 (2006).