

Параметрическое рассеяние в системе квазидвумерных экситонных поляритонов при фотовозбуждении вблизи дна верхней поляритонной ветви

С. С. Гаврилов⁺¹⁾, С. Г. Тиходеев*

⁺ Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия

* Институт общей физики им. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 сентября 2011 г.

В работе теоретически исследуются каскадные процессы рассеяния экситонных поляритонов в плоском полупроводниковом микрорезонаторе под действием резонансной накачки в области дна верхней поляритонной ветви. В том случае, когда законы сохранения допускают распад возбуждаемого состояния на две моды, принадлежащие разным – нижней и верхней – поляритонным ветвям, общее распределение направлений рассеяния имеет вид двух колец – сечений нижней и верхней поверхностей поляритонной дисперсии плоскостями постоянной энергии. За счет межчастичного взаимодействия в системе рассеянных мод возникает неустойчивость, сопровождающаяся появлением сильных неоднородностей в распределении сигнала фотolumинесценции резонатора. Самоорганизация такой системы приводит к появлению существенно коллективных решений. По достижении критической (пороговой) мощности накачки происходит макрозаполнение выделенной сигнальной моды в области дна нижней поляритонной ветви. Характеристики возникающего сигнала исследованы в зависимости от мощности и оптической поляризации возбуждения.

Введение. Коллективные нелинейно-оптические эффекты в системе планарных экситонных поляритонов привлекают значительное внимание в связи с возможностью управляемого переключения режимов оптического отклика микрорезонатора в пико- и наносекундном временных диапазонах. Квазидвумерные поляритоны возникают в режиме сильной экситон-фотонной связи [1]. Они характеризуются чрезвычайно малой эффективной массой (10^{-5} – 10^{-4} массы свободного электрона) и уникальным законом дисперсии с точкой перегиба в области световых квазиимпульсов. Система поляритонов обнаруживает свойства слабо неидеального газа бозе-частиц. Парное поляритон-поляритонное взаимодействие приводит к эффектам мультистабильности оптического отклика [2–4] и межмодового параметрического рассеяния, которое, в силу законов сохранения, становится особенно эффективным в условиях резонансной накачки в области точки перегиба поляритонной дисперсии [5–8]. В последнем случае стимулированное рассеяние может возникать жестко: сигнал фотolumинесценции, детектируемый в направлении нормали к поверхности резонатора, скачком усиливается на несколько порядков величины по достижении пороговой плотности фотовозбуждения [9]. Данный эффект аналогичен фазовому переходу первого рода. Он

приводит к выраженному гистерезису сигналов пропускания и люминесценции в зависимости от мощности накачки [10, 11].

В недавних работах [9, 10] было показано, что эффект жесткого возбуждения рассеяния планарных поляритонов является коллективным. По достижении порога происходит резкое усиление множества поляритонных мод в широкой области пространства квазиволновых векторов. Если параметры стационарной когерентной накачки фиксированы вблизи точки перегиба нижней поляритонной ветви, то последующая самоорганизация системы приводит к появлению выделенных “сигнала” и “холостого сигнала” рассеяния. Среди недавних экспериментальных исследований, посвященных связанным поляритонным системам, можно также отметить работы [12] и [13]. В них рассматривается возможность “сверхтекучего” распространения поляритонных волновых пакетов в условиях непрерывной подкачки и образования неравновесных пространственных структур в распределении сигнала фотolumинесценции.

В настоящей работе рассматривается новая возможность появления существенно многомодовых квазистационарных решений, характеризующихся макроскопической пространственно-временной когерентностью и спонтанно возникающих за счет самоорганизации экситон-фотонной системы. Исследуется случай однородной резонансной накачки

¹⁾ e-mail: gavr_ss@issp.ac.ru

с нулевым планарным квазиимпульсом и частотой в области верхней ветви поляритонной дисперсии. В силу изотропии законы сохранения допускают распад фотовозбуждаемой моды во всевозможных направлениях “сигнала” (s) и “холостого сигнала” (i) с противоположными квазиимпульсами ($\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$). Однако за счет неустойчивости относительно флуктуаций в такой системе спонтанно возникают выделенные направления (макрозаполненные моды) и каскадные процессы поляритон-поляритонного рассеяния.

Теоретическая модель. Для выполнения численного эксперимента используется модель, ранее предложенная в связи с задачами о стимулированном рассеянии [6–10] и мультистабильности [2, 14] квазидвумерных экситонных поляритонов. Упрощенно предполагается, что в условиях резонансной и когерентной внешней накачки состояние экситон-фотонной системы описывается классическими двумерными полями: электрическим полем (\mathcal{E}) и экситонной поляризацией (\mathcal{P}) в активном слое микрорезонатора (магнитное поле в активном слое имеет нулевую амплитуду). Данная модель представляет собой систему связанных уравнений Максвелла (для электрического поля) и нелинейного, с учетом контактного экситон-экситонного взаимодействия, уравнения Гросса–Питаевского (для экситонной поляризации). Эти уравнения можно записать в матричном виде в базе циркулярно поляризованных (σ^\pm) компонент полей $\mathcal{E} = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_+ \\ \mathcal{E}_- \end{pmatrix}$ и $\mathcal{P} = \begin{pmatrix} \mathcal{P}_+ \\ \mathcal{P}_- \end{pmatrix}$:

$$\left[i \frac{\partial}{\partial t} - \hat{E}_C(\mathbf{k}) \right] \mathcal{E}(\mathbf{k}, t) = \hat{\alpha}(\mathbf{k}) \mathcal{F}(\mathbf{k}, t) + \hat{\beta}(\mathbf{k}) \mathcal{P}(\mathbf{k}, t), \quad (1)$$

$$\left[i \frac{\partial}{\partial t} - \hat{E}_X \right] \mathcal{P}(\mathbf{k}, t) = \hat{A} \mathcal{E}(\mathbf{k}, t) + \eta(\mathbf{k}, t) + \xi(\mathbf{k}, t), \quad (2)$$

где

$$\eta_\sigma(\mathbf{k}, t) = \sum_{\sigma'=-1,1} V_{\sigma\sigma'} \int \mathcal{P}_{\sigma'}^*(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{k}, t) \times \mathcal{P}_{\sigma'}(\mathbf{q}_1, t) \mathcal{P}_\sigma(\mathbf{q}_2, t) d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2, \quad \sigma = \pm 1, \quad (3)$$

и $\xi(\mathbf{k}, t)$ – двухкомпонентные столбцы, представляющие, соответственно, экситон-экситонное взаимодействие и ланжевенский источник (белый шум), который позволяет смоделировать квантовые флуктуации поля, \mathcal{F} – электрическое поле внешней накачки (плоская волна). Коэффициенты уравнений – матрицы 2×2 , обозначающие энергии фотонной (\hat{E}_C) и экситонной (\hat{E}_X) мод, поляризуемость экситона в свободной квантовой яме (\hat{A}), а также константы отклика электрического поля на внешнее возбуждение

($\hat{\alpha}$) и экситонную поляризацию ($\hat{\beta}$). Для расчета значений $E_C(\mathbf{k})$, $\beta(\mathbf{k})$ и α может быть использован метод матриц переноса (см. [15]), учитывающий структуру брэгговских зеркал микрорезонатора. Собственные частоты фотона и экситона принимают комплексные значения. Их мнимая часть отвечает скорости диссипации энергии за пределы активного слоя. Более подробное описание данной модели, включая анализ асимптотической устойчивости в условиях одномодовой накачки, представлено в работе [14].

В согласии с известными теоретическими [16] и экспериментальными [17, 18] оценками экситоны с противоположными значениями проекции полного момента $J_z = \pm 1$ (противоположными круговыми поляризациями) взаимодействуют слабее, чем экситоны с одинаковыми J_z . При этом взаимодействие одинаково поляризованных экситонов является отталкивающим ($V_{++} = V_{--} > 0$), а взаимодействие кросс-циркулярно поляризованных экситонов – притягивающим ($V_{+-} = V_{-+} < 0$). Следуя данным работы [17], мы полагаем²⁾ $V_{+-}/V_{++} = -0.1$. Система единиц для электрического поля и экситонной поляризации в активном слое фиксирована условием $A = V = 1$. Качественные сценарии эволюции системы определяются параметрами дисперсии, $E_C(\mathbf{k})$, E_X , $A\beta$, измеряемыми в единицах энергии (мэВ), и не зависят от коэффициентов α , A/β и V , определяющих соотношения единиц измерения полей \mathcal{F} , \mathcal{E} , \mathcal{P} . В отличие от предшествующих работ [4, 14], где фактически рассчитывалась динамика только накачиваемой (фотовозбуждаемой) моды, нами учтены поляризационно-зависимые процессы рассеяния в существенно многомодовой экситон-фотонной системе, заданной на двумерной дискретной сетке квазиимпульсов размерности 125×125 .

Каскадные процессы поляритонного рассеяния. Исследуемая система характеризуется следующими параметрами: добротность микрорезонатора $Q = 9 \cdot 10^3$; однородная ширина экситонного резонанса $|\text{Im } E_{LP}| = 0.04$ мэВ; расщепление Раби $R = 2\sqrt{A\beta}(\mathbf{k} = 0) = 3.3$ мэВ; экситон-фотонное рас-

²⁾В других работах, однако, приводятся свидетельства в пользу сравнительно большей абсолютной величины константы притягивающего взаимодействия $|V_{\pm}|$ (см. [19]), которое, согласно недавним экспериментальным данным [20], может также зависеть от величины экситон-фотонного рассогласования. Выводы, сделанные в настоящей работе, качественно справедливы в достаточно широком диапазоне значений $V_{\pm} < 0$. Рассматривая резонатор с единственной квантовой ямой, мы также пренебрегаем эффектом насыщения экситонных переходов, который может быть существенным в системах со сравнительно большей величиной экситон-фотонного взаимодействия [19].

согласование $E_C(\mathbf{k} = 0) - E_X = -2$ мэВ; энергия накачки относительно энергии экситона $E_p = 0.86$ мэВ. Структуры с данными параметрами существуют и используются, например, в связи с экспериментальной задачей о смешанном акустооптическом возбуждении микрорезонатора [21]. Законы дисперсии фотонной и экситонной мод изображены тонкими штриховыми линиями на рис. 1.

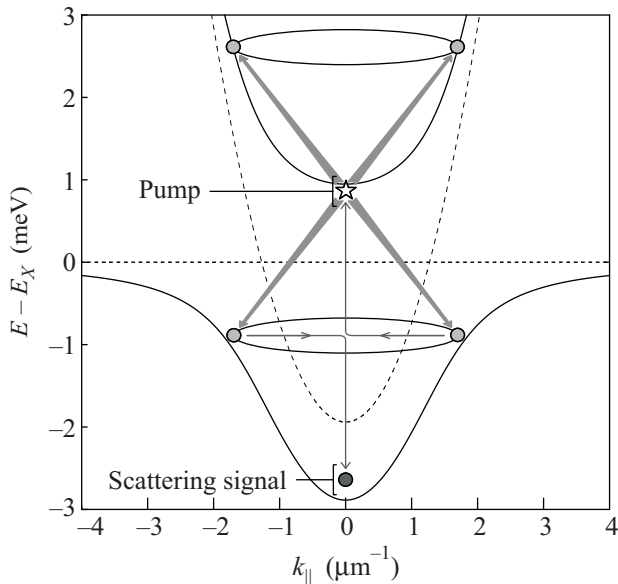


Рис. 1. Схема параметрического рассеяния в системе квазидвумерных поляритонов при накачке в области дна верхней поляритонной ветви. Тонкие штриховые линии – дисперсия квазидвумерных фотонной и экситонной мод поля в активном слое; сплошные – дисперсия нижней и верхней поляритонных ветвей, возникающих в режиме сильной экситон-фотонной связи. “Звездочкой” отмечено положение накачки. Серыми стрелками обозначен процесс распада фотовозбуждаемой моды в состояния “сигналов” и “холостых сигналов”. Тонкие стрелки – вторичный процесс рассеяния, приводящий к пороговому макрозаполнению выделенной сигнальной моды вблизи основного состояния нижней поляритонной ветви

В интересующем нас диапазоне планарных квазиимпульсов k энергию экситона можно считать практически постоянной. Поэтому на всех иллюстрациях энергия экситона принята в качестве естественного начала отсчета энергии. Сильная экситон-фотонная связь приводит к расщеплению энергий и появлению двух ветвей поляритонной дисперсии:

$$E_{LP,UP}(\mathbf{k}) = \frac{E_C(\mathbf{k}) + E_X}{2} \mp \frac{\sqrt{[E_C(\mathbf{k}) - E_X]^2 + 4A\beta(\mathbf{k})}}{2} \quad (4)$$

(сплошные жирные линии на рис. 1).

Для всех $E_p > [E_C(\mathbf{k} = 0) + E_X]/2$ существует возможность прямого распада фотовозбуждаемой моды ($\mathbf{k} = 0, E = E_p$) на состояния, принадлежащие разным дисперсионным ветвям, в согласии с законами сохранения энергии и планарного квазиимпульса:

$$E_{LP}(\mathbf{k}_{ring}) + E_{UP}(-\mathbf{k}_{ring}) = 2E_p(\mathbf{k} = 0). \quad (5)$$

Соответствующие направления рассеяния имеют форму колец радиуса $|\mathbf{k}_{ring}|$, получающихся сечением дисперсионных поверхностей плоскостями постоянной энергии $E = E_{LP}(|\mathbf{k}_{ring}|)$ и $E = E_{UP}(|\mathbf{k}_{ring}|)$. По мере заполнения рассеянных состояний за счет процессов (5) становятся возможными вторичные процессы рассеяния, также удовлетворяющие законам сохранения, например

$$E_{LP}(\mathbf{k}_{ring}) + E_{LP}(-\mathbf{k}_{ring}) = E_p(\mathbf{k} = 0) + E_s(\mathbf{k} = 0), \quad (6)$$

где E_s – энергия сигнала рассеяния. Процессы (5) и (6) наиболее эффективны тогда, когда энергии накачки (E_p) и сигнала (E_s) расположены вблизи резонансов верхней и нижней поляритонных ветвей соответственно. Данное условие выполняется в том случае, если величина экситон-фотонного рассогласования $\delta = E_X - E_C(\mathbf{k} = 0)$ связана с расщеплением Раби R соотношением $\delta = R/\sqrt{3}$.

На рис. 2 и 3 представлены результаты расчетов, выполненных для разных значений пиковой интен-

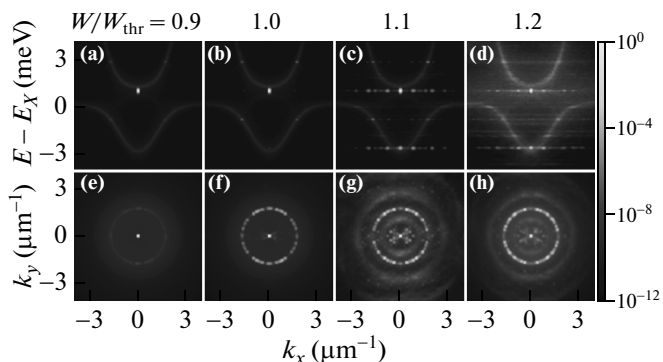


Рис. 2. Частотное и угловое распределение интенсивности электрического поля в активном слое микрорезонатора в зависимости от мощности возбуждающего импульса W , выраженной в единицах пороговой мощности W_{thr} . Значения интенсивности представлены в относительных единицах; цветовой масштаб одинаков для всех панелей

сивности накачки $W = \max_t |\mathcal{F}(t)|^2$. Степень циркулярной поляризации возбуждения $\rho_p = 0.1$, главная

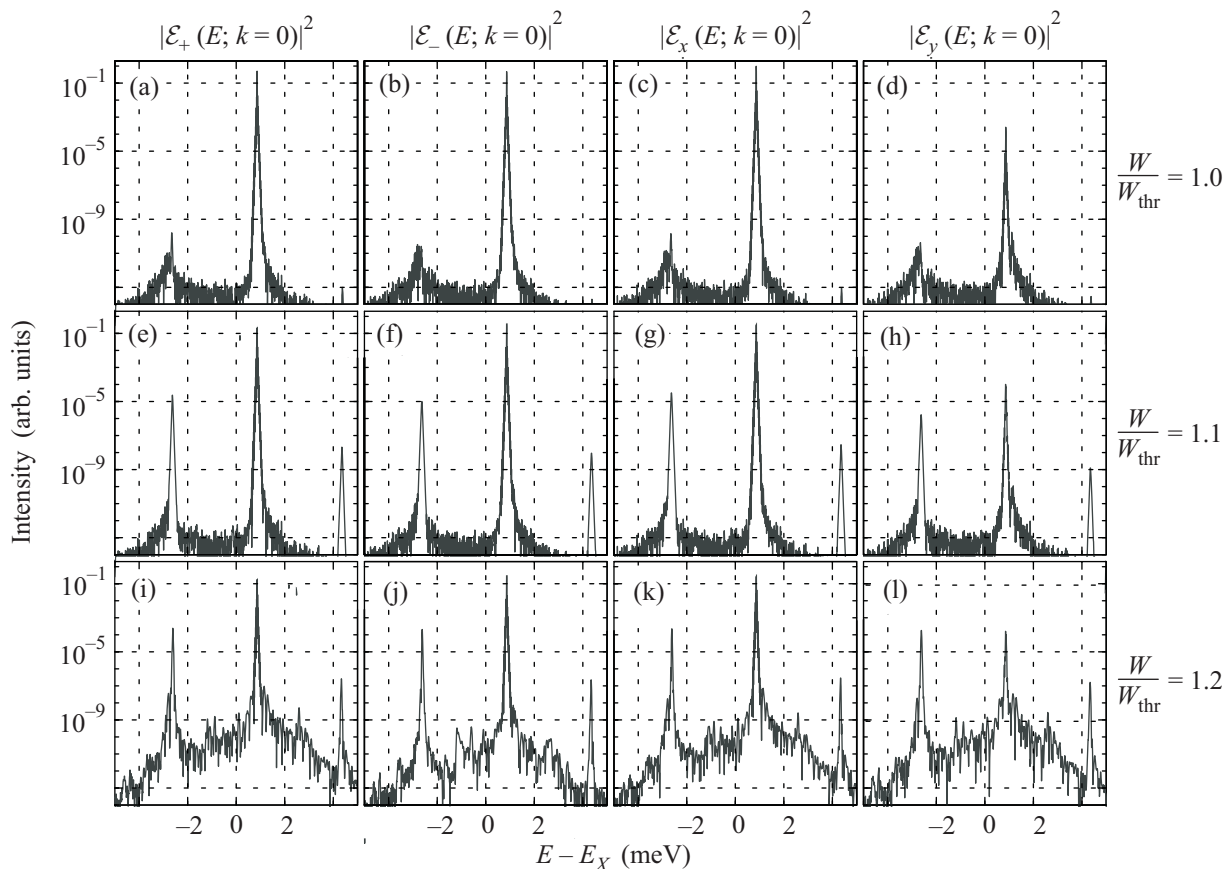


Рис. 3. Частотное распределение электрического поля в направлении $\mathbf{k} = 0$. Степень циркулярной поляризации накачки $\rho_p = 0.1$; главная ось ориентирована в направлении $0x$. Значения интенсивности представлены в относительных единицах

ось ориентирована в направлении $0x$. Временная форма возбуждающего импульса является плавной “ступенькой” с характерными временами “включения” и “выключения” около 50 пс и длительностью 0.5 нс.

На рис. 2a–d изображено спектральное распределение интенсивности электрического поля в активном слое $|\mathcal{E}_+|^2 + |\mathcal{E}_-|^2$, на рис. 2e–h интегральное (по времени) угловое распределение интенсивности в координатах (k_x, k_y) . Вычисленные зависимости отвечают ожидаемым распределениям сигналов пропускания (для $\mathbf{k} = 0$) и фотолюминесценции (для $\mathbf{k} \neq 0$), поскольку в интересующем нас частотном диапазоне брэгговские зеркала не приводят к появлению каких-либо дополнительных нелинейностей. Как и ожидалось, уравнение (5) определяет единственный возможный процесс распада возбуждаемой моды в области малых W . Однако приближение к порогу ($W \sim W_{\text{thr}}$, рис. 2b, f) приводит к резкому (на 4 порядка величины) усилению рассеянных мод в области $|\mathbf{k}_{\text{ring}}| \approx 1.7 \text{ мкм}^{-1}$. Энергии появляющихся “сигналов” превосходят собственное значение $E_{\text{LP}}(|\mathbf{k}_{\text{ring}}|)$ примерно на 0.1 мэВ из-за синего сдвига поляритон-

ной энергии, возникающего по причине отталкивающего экситон-экситонного взаимодействия (данный факт учтен уже на схематическом рис. 1). Таким образом, вблизи $W = W_{\text{thr}}$ система становится асимптотически неустойчивой относительно рассеяния (5). Примечательно, что уже при $W = W_{\text{thr}}$ распределение $|\mathcal{E}(k_x, k_y)|^2$ обнаруживает сильную неоднородность относительно направлений рассеяния: интенсивность различных состояний в пределах кольца $k = |\mathbf{k}_{\text{ring}}|$ может различаться на несколько порядков. Данный эффект – резкое усиление нескольких мод (параметров порядка), спонтанно “выбираемых” неравновесной системой из континуума возможностей, – характерен для нелинейных открытых систем и в нашем случае соответствует достижению порога бозонной стимуляции. При этом состояния даже с выделенными “сигналами” в области $k = |\mathbf{k}_{\text{ring}}|$ оказываются неустойчивыми относительно дальнейшего процесса (6), приводящего к макрозаполнению поляритонного состояния в области дна нижней поляритонной ветви (рис. 2c, g). Это последнее состояние ($\mathbf{k} = 0, E = E_s$) оказывается выделенным уже в си-

лу симметрии происходящих процессов. Поэтому его заселенность значительно превосходит заселенности всех остальных состояний с $\mathbf{k} \neq 0$. Вместе с тем существование макрозаполненного сигнала ($\mathbf{k} = 0$, $E = E_s$) может поддерживаться только за счет промежуточного процесса (5). В итоге суммарное заполнение мод в области $k = |\mathbf{k}_{\text{ring}}|$ остается конечным и сопоставимым с $|\mathcal{E}(\mathbf{k} = 0, E_s)|^2$ в квазистационарном режиме, в котором система оказывается по завершении всех переходных процессов. Таким образом, в системе возникает динамическое равновесие процессов (5) и (6), которое и определяет ее новое макроскопическое состояние.

Отметим, что наличие выделенных направлений на кольце $k = |\mathbf{k}_{\text{ring}}|$, симметричных относительно $\mathbf{k} = 0$, приводит к появлению стоячих волн (с периодом $\pi/|\mathbf{k}_{\text{ring}}|$) в пространственном распределении сигнала фотолуминесценции. Они особенно хорошо заметны, если путем частотной фильтрации исключить составляющую самой фотовозбуждаемой моды. Однако абсолютно устойчивых (стационарных) и характеризующихся точной трансляционной инвариантностью пространственных структур при этом все же не возникает вследствие действия дополнительных, не сводящихся к (5) и (6) каналов рассеяния, приводящих к характерному динамическому “шуму” и возможности случайной перестройки выделенных направлений на кольце $k = |\mathbf{k}_{\text{ring}}|$. Один из таких дополнительных каналов связан с расстройкой частоты сигнала E_s , определяемой условием (6), относительно нижней поляритонной ветви. Становятся возможными дальнейшие процессы типа

$$(\mathbf{k} = \mathbf{k}', \mathbf{k} = -\mathbf{k}') \leftrightarrow (\mathbf{k} = 0, \mathbf{k} = 0), \quad (7)$$

где \mathbf{k}' определяется условием $E_{\text{LP}}(\mathbf{k}') = E_s$. Они приводят к появлению цепочек изоэнергетических состояний, хорошо различимых на рис. 2с, d. Тем не менее даже с учетом всех возможных процессов рассеяния суммарная заселенность всех рассеянных мод с $\mathbf{k} \neq 0$ сравнима с заселенностью сигнала в области дна нижней поляритонной ветви.

На рис. 3 представлено спектральное распределение электрического поля в направлении $k_y = 0$ в различных поляризационных базисах. Две левые колонки показывают интенсивность поля в базисе компонент с правой и левой круговыми поляризациями (σ^\pm), а правые – в базисе линейно поляризованных компонент ($\pi_{x,y}$). Из рисунка видно, что увеличение мощности накачки приводит к значительному усилению шумового фона в распределении интенсивности, однако же во всех случаях интенсивность выделенного сигнала превосходит “шум” по меньшей мере на

четыре порядка. По мере усиления “шума”, вызванного дополнительными, не сводящимися к (5) и (6) каналами рассеяния, интенсивность макрозаполненного сигнала с $E = E_s$ плавно уменьшается.

Отношение интенсивности сигнала к интенсивности фотовозбуждаемой моды достигает 10^{-3} (рис. 3i–l). Таким образом, пиковая эффективность каскадного процесса рассеяния оказывается всего в 1–5 раз меньше, чем эффективность прямого распада фотовозбуждаемой моды при накачке в области точки перегиба нижней поляритонной ветви (см. экспериментальные данные в работах [10, 22]). Следовательно, описанные нами эффекты допускают возможность прямой экспериментальной проверки путем измерения сигнала фотолуминесценции на частоте ниже экситонного уровня. Вторая возможность экспериментальной проверки связана с использованием схемы “накачка–зондирование”, включающей дополнительный (тестирующий) лазер, возбуждающий резонатор по нормали к поверхности с частотой вблизи ожидаемой частоты сигнала [23]. В этом случае процессы рассеяния могут рассматриваться как перестройка спектра элементарных возбуждений, пороговым образом приводящая к появлению дополнительных узких резонансов и, следовательно, к пороговому усилению пропускания зондирующего импульса в соответствующих частотных диапазонах. В связи с данной возможностью следует более обстоятельно рассмотреть поляризационные свойства возникающего сигнала рассеяния.

На рис. 4 показана интенсивность поляризационных компонент сигнала ($\mathbf{k} = 0$, $E = E_s$) в зависимости от интенсивности W и степени циркулярной поляризации ρ_p возбуждающего импульса. Видно, что в области сравнительно больших ρ_p соотношение циркулярно поляризованных компонент сигнала сильно меняется по мере роста мощности возбуждения. Сразу по достижении порога ($W \gtrsim W_{\text{thr}}$) степень циркулярной поляризации сигнала (ρ_s) превышает +0.99, тогда как в области $W/W_{\text{thr}} \approx 1.8$ поляризация изменяется на противоположную ($\rho_s < -0.9$). Данный эффект вызван спиновой (поляризационной) зависимостью матричных элементов экситон-экситонного взаимодействия. Как следствие пороги для процессов рассеяния (5) и (6) достигаются вначале для “опережающей” (σ^+) поляризационной компоненты возбуждающего импульса. С ростом W по мере появления дополнительных каналов рассеяния интенсивность σ^+ -компоненты сигнала уменьшается, однако система достигает порога неустойчивости относительно рассеяния левциркулярно поляризованных

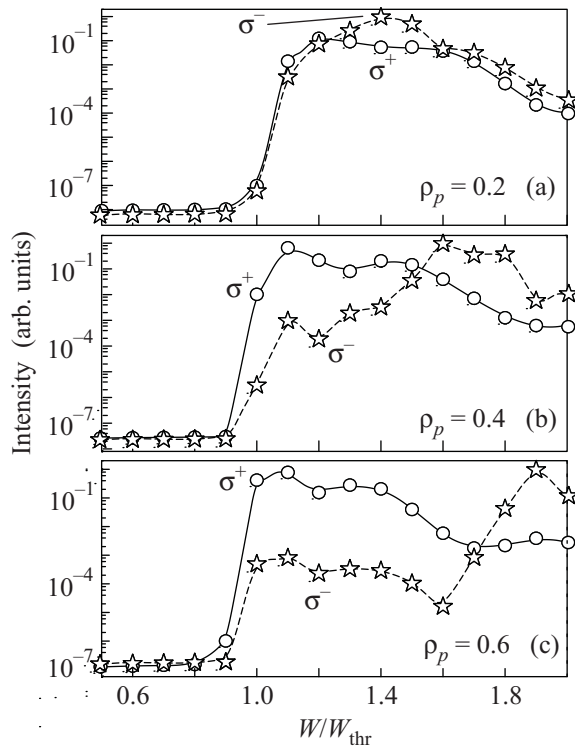


Рис. 4. Интенсивность сигнала в области дна нижней поляритонной ветви в зависимости от мощности для различных поляризаций (ρ_p) возбуждающего импульса. Значения интенсивности представлены в относительных единицах (данные нормированы на максимальное значение). Рассчитанные точки указаны маркерами; сплошные кривые – интерполяция данных кубическими сплайнами

состояний. Этот второй переход не является столь же резким, как исходное развитие неустойчивости при $W \approx W_{\text{thr}}$, за счет ТЕ/ТМ-расщепления оптических мод резонатора в области $\mathbf{k} \neq 0$, приводящего к смещению право- и левоциркулярно поляризованных компонент экситонной плотности даже в пределе $V_{\pm} \rightarrow 0$. Степень поляризации возбуждающего и/или зондирующего импульса может быть дополнительным параметром управления откликом резонатора в условиях каскадных процессов поляритон-поляритонного рассеяния. Следует заметить, что соотношение критических плотностей накачки, при которых наблюдаются скачки σ^+ - и σ^- -компонент сигнала пропускания, может зависеть от дополнительного синего сдвига, вызванного рассеянием в состоянии некогерентного экситонного резервуара [24], которое не учитывалось в настоящей работе.

Заключение. Модель (1)–(3), ранее успешно применявшаяся для анализа поляритонной динамики в режиме оптического параметрического осцил-

лятора [9, 10], указывает на возможность каскадного рассеяния и спонтанного возникновения коллективных поляритонных состояний под действием резонансной оптической накачки в области дна верхней поляритонной ветви. Сделанные предсказания могут быть непосредственно проверены экспериментально. Устойчивость макроскопического сигнала рассеяния (макрозаполненной поляритонной моды) требует долговременных корреляций в динамике множества рассеянных мод, т.е. устойчивой пространственно-временной когерентности поляритонной системы. Экспериментальная проверка предсказанного эффекта имела бы значение в контексте повышенного интереса к связанным многополяритонным состояниям, активно исследующимся в последнее время в различных экспериментальных условиях.

Авторы выражают признательность В.Д.Кулаковскому и Н.А.Гиппиусу за плодотворные дискуссии. Работа выполнена при поддержке РФФИ и ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы (гос. контракт П1236 от 07.06.2010).

1. C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, and Y. Arakawa, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3314 (1992).
2. N. A. Gippius, I. A. Shelykh, D. D. Solnyshkov et al., *Phys. Rev. Lett.* **98**, 236401 (2007).
3. T. K. Paraïso, M. Wouters, Y. Léger et al., *Nat Mater* **9**, 655 (2010); 10.1038/nmat2787.
4. D. Sarkar, S. S. Gavrilov, M. Sich et al., *Phys. Rev. Lett.* **105**, 216402 (2010).
5. V. D. Kulakovskii, A. I. Tartakovskii, D. N. Krizhanovskii et al., *Nanotechnology* **12**, 475 (2001).
6. N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, V. D. Kulakovskii et al., *EPL* **67**, 997 (2004).
7. N. A. Gippius and S. G. Tikhodeev, *Journal of Physics: Condensed Matter* **16**, S3653 (2004).
8. S. S. Gavrilov, N. A. Gippius, V. D. Kulakovskii, and S. G. Tikhodeev, *JETP* **104**, 715 (2007).
9. D. N. Krizhanovskii, S. S. Gavrilov, A. P. D. Love et al., *Phys. Rev. B* **77**, 115336 (2008).
10. A. A. Demenev, A. A. Shchekin, A. V. Larionov et al., *Phys. Rev. Lett.* **101**, 136401 (2008).
11. A. A. Demenev, A. A. Shchekin, A. V. Larionov et al., *Phys. Rev. B* **79**, 165308 (2009).
12. A. Amo, D. Sanvitto, F. P. Laussy et al., *Nature* **457**, 291 (2009); 10.1038/nature07640.
13. D. N. Krizhanovskii, D. M. Whittaker, R. A. Bradley et al., *Phys. Rev. Lett.* **104**, 126402 (2010).
14. S. S. Gavrilov, N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, and V. D. Kulakovskii, *JETP* **110**, 825 (2010).

15. S. G. Tikhodeev, A. L. Yablonskii, E. A. Muljarov et al., *Phys. Rev. B* **66**, 045102 (2002).
16. J. ichi Inoue, T. Brandes, and A. Shimizu, *Phys. Rev. B* **61**, 2863 (2000).
17. P. Renucci, T. Amand, X. Marie et al., *Phys. Rev. B* **72**, 075317 (2005).
18. K. V. Kavokin, P. Renucci, T. Amand et al., *Phys. Stat. Sol. (c)* **2** (2005).
19. M. Kuwata-Gonokami, S. Inouye, H. Suzuura et al., *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1341 (1997).
20. M. Vladimirova, S. Cronenberger, D. Scalbert et al., *Phys. Rev. B* **82**, 075301 (2010).
21. T. Berstermann, A. V. Scherbakov, A. V. Akimov et al., *Phys. Rev. B* **80**, 075301 (2009).
22. R. Butté, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker et al., *Phys. Rev. B* **68**, 115325 (2003).
23. P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, R. M. Stevenson et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1547 (2000).
24. S. S. Gavrilov, A. S. Brichkin, A. A. Dorodny et al., *JETP Lett.* **92** (2010).