Письма в ЖЭТФ, том 53, вып. 2, стр. 87 - 89 25 января 1991 г.

НЕСТАБИЛЬНОСТЬ СОСТОЯНИЯ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА В ДВУМЕРНЫХ СПИНОВЫХ СИСТЕМАХ

С.Ю.Хлебников

Институт ядерных исследований АН СССР
117312, Москва

Поступила в редакцию 11 декабря 1990 г.

С помощью специального обобщения нерелятивистской теоремы Голдстоуна доказано существование бесщелевых мод в ранее предложенном состоянии квантового эффекта Холла для двумерных антиферромагнетиков. Тем самым, в отсутствие дырок это состояние не может быть основным состоянием никакой спиновой системы с короткодействующим обменом.

В связи с исследованием высокотемпературных сверхпроводников возрос интерес к разупорядоченным двумерным магнитным системам. В ряде работ разрушение антиферромагнитного порядка (при нуле температуры) связывалось со спонтанным нарушением двумерной четности и симметрии по отношению к обращению времени. В частности, был предложен сценарий [1,2], основанный на отображении фрустрированного гейзенберговского антиферромагнетика на систему непроницаемых бозонов в состоянии квантового эффекта Холла (КЭХ) при полузаполнении ($m = 2$). Условия возникновения состояния КЭХ и родственного ему состояния киральной спиновой жидкости [3] в двумерных спиновых системах не выяснены [4]. Важность в этой связи точных результатов уже подчеркивалась [2].

В данной работе мы покажем, что состояние КЭХ не может быть основным состоянием никакого гейзенберговского антиферромагнетика с конечным радиусом обменного взаимодействия. С помощью специального обобщения нерелятивистской теоремы Голдстоуна [5] мы докажем наличие в этом состоянии двух бесщелевых мод, присутствие которых, как известно, несовместимо со стабильностью КЭХ. Точное КЭХ решение Лафлина [2] для модельной системы связано по нашему мнению с дальнодействием, имеющимся в его модели.

Бесщелевые моды в состоянии [1] отвечают спонтанному нарушению $SU(2)$-симметрии относительно вращения спина, точнее ее части - двух генераторов из трех, S^+ и S^-, тогда как S^z остается квантовым числом. Это нарушение симметрии происходит в термодинамическом пределе несмотря на то, что при любом конечном числе атомов предложенная волновая функция - спиновый синглет [1,2], и связано с тем, что при конечном числе частиц КЭХ волновая функция не является чистым квантовым состоянием [6]. Подобная ситуация знакома из теории антиферромагнетизма: гейзенберговский антиферромагнетик со взаимодействием только между ближайшими соседями на квадратной или кубической решетке удовлетворяет аналогичному синглетному правилу сумм [7], тем не менее в термодинамическом пределе существует дальний порядок. Противоречие разрешается [8], если заметить, что направление намагниченности может быть выбрано введением малой анизотропии, которая стремится к нулю после термодинамического предельного перехода. Ниже усреднение по состоянию всегда означает подобного рода квазисреднее [9].

Вывод о нарушении $SU(2)$ в состоянии КЭХ можно сделать [10], исходя из эффективного действия для элементарных возбуждений. Здесь мы покажем, что это нарушение симметрии является спонатнным, и найдем соответствующий параметр порядка.

Рассмотрим гейзенберговский антиферромагнетик на произвольной двумерной решетке, $H = \Sigma_{ij} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j$, где обменное взаимодействие имеет конечный радиус: $J_{ij} = 0$ при $|i-j| > \rho$. Спиновые компоненты выражаются через операторы непроницаемых бозонов[1]: $S_i^- = c_i, S_i^+ = c_i^+$, $S_i^z = c_i^+ c_i - 1/2$. Эта замена является точной (на представлении спина 1/2), если считать, что операторы бозонов удовлетворяют бозе-соотношениям для разных узлов, но ферми-соотношениям на одном узле (отличный от нуля антикоммутатор есть $\{c_i^+, \ c_i\} = 1$). Заметим, что такая смешанная алгебра несовместима с адиабатическим переходом [1] к непрерывному пределу. Уже отсюда можно ожидать, что щель в спектре отсутствует.

Элементарные возбуждения состояния КЭХ представляют собой вихри с потоком плюс и минус единица, называемые квазичастицой и квазидыркой соответственно [1]. Они могут быть локализованы в любой точке плоскости, не обязательно на узле. Поскольку операторы полного спина определены как $\vec{S} = \Sigma_{i \in V} \vec{S}_i$, где $V \to \infty$ после термодинамического предела, эти возбуждения имеют $S^z = \pm 1/2$. Если бы $SU(2)$-симметрия не была нарушена, то в термодинамическом пределе основное состояние было бы спиновым синглетом, а квазичастица и квазидырка образовывали бы спиновый дублет. Покажем, что эти условия не могут быть выполнены одновременно. Рассмотрим параметр порядка

$$< F|\psi^+_{z_0} \psi^-_{z_0} + \psi^-_{z_0} \psi^+_{z_0}|F > \neq 0, \tag{1}$$

где $|F>$ - состояние КЭХ, ψ^+, ψ^- - операторы рождения квазичастицы и квазидырки, соответственно, а z_0 не является узлом решетки. Если ψ^+, ψ^- образуют дублет, то левая часть (1) есть среднее от $S^z = 0$ компоненты триплета, так что (1) действительно означает спонтанное нарушение $SU(2)$. Чтобы убедиться, что параметр порядка отличен от нуля, воспользуемся вариационными выражениями [1]: $\psi^+ = \Pi_i(z_i - z_0), \psi^- = \Pi_j(\eta_j - z_0)$, где в первом случае произведение по занятым бозонами, а во втором - по незанятым узлам. Очевидно, $\psi^+\psi^- + \psi^-\psi^+ = 2\Pi_\varsigma(\varsigma - z_0)$, что есть c - числовая функция, поскольку произведение теперь взято по всем узлам решетки. Эта функция отлична от нуля, если z_0 - не узел решетки, что и доказывает (1).

Поскольку параметр порядка (1) содержит нелокальные операторы квазичастиц, вывод о существовании бесщелевых мод требует некоторого обобщения нерелятивистской теоремы Голдстоуна. Утверждение о спонтанном нарушении симметрии эквивалентно $< F|\Sigma_{i \in V} S_i^- A|F > \neq 0$, где $V \to \infty, A$ - некоторый нелокальный оператор с $S^z = +1$ (например, $\psi^+\psi^+$). Рассмотрим коррелятор

$$G(t) =< F|[\Sigma_{i \in U} S_i^-(t), \ \Sigma_{j \in V} S_j^z(0)]A(0)|F >, \tag{2}$$

где $U \supset V \to \infty$. В этом пределе зависимость (2) от времени определяется энергиями промежуточных состояний в коммутаторе, так как S^z действуя на $|F>$ дает ноль. С другой стороны коммутатор включает только короткодействующие переменные, что позволяет теперь применить известную аргументацию [5] уже без изменений. Таким образом мы доказываем, что $\Sigma_{i \in V} S_i^-$ и, аналогично, $\Sigma_{i \in V} S_i^+$, действуя на $|F>$, дают два типа бесщелевых возбуждений, напоминающих АФ магноны. Наши результаты указывают на нестабильность состояния квантового эффекта Холла двумерных электронных систем в отсутствие дырок.

Литература

1. Kalmeyer V., Laughlin R.B. Phys. Rev. Lett., 1987, 59, 2095; Phys. Rev. B, 1989, 39, 11879.

2. Laughlin R.B. Ann. Phys. (N.Y), 1989, 191, 163.

3. Wen X.G., Wilczek F., Zee A. Phys. Rev. B, 1989, 39, 11413; Laughlin R.B., Zou Z. Phys. Rev. B, 1990, 41, 664.

4. Huse D.A., Elser V. Phys. Rev. Lett., 1988, 60, 2531; Liang S., Doucot B., Anderson P.W. Phys. Rev. Lett., 1989, 61, 365.

5. Lange R.V. Phys. Rev., 1966, 146, 301.

6. Read N. Phys. Rev. Lett., 1989, 62, 86.

7. Marshall W. Proc. Roy. Soc. (London), A, 1955, 232, 48.

8. Anderson P.W. Phys. Rev., 1952, 86, 694.

9. Боголюбов Н.Н. Избранные труды по статистической физике, М.: Изд-во МГУ, 1979, с. 193.

10. Khlebnikov S.Yu. Preprint TIT/HEP-162/COSMO-5, 1990.