Письма в ЖЭТФ, том 94, вып. 9, с. 734 – 737 © 2011 г. 10 ноября

Резонансная флуоресценция двухуровневого атома в цепи обратной связи

В. А. Томилин[1], *Л. В. Ильичев*

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отд. РАН, Новосибирск, Россия
Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 1 сентября 2011 г.

Рассчитан спектр резонансной флуоресценции двухуровневого атома в классическом световом поле, фаза которого с помощью системы обратной связи меняется на π после регистрации очередного спонтанного фотона. Спектр имеет некоторое сходство с известным триплетом Раутиана–Моллоу. Однако, боковые компоненты приобретают резкую асимметрию при ненулевой отстройке частоты светового поля от резонанса с частотой перехода атома. Кроме того, спектр сохраняет выраженную триплетную форму даже за пределами секулярного приближения, когда боковые компоненты в структуре Раутиана–Моллоу в отсутствие обратной связи становятся неразличимыми.

Введение. Обратная связь является основным элементом кибернетических устройств различных сложности и назначения. В то же время обратная связь может появляться почти естественным образом, как это имеет место при лазерной генерации [1]. Этот пример интересен тем, что обратная связь осуществляется в квантовой системе. Развитие квантовой информатики сделало актуальным изучение разнообразных квантовых систем с обратной связью. При этом особую специфику приобретают открытые квантовые системы, обменивающиеся с окружением энергией и информацией, по причине фундаментальной случайности исхода квантовых измерений. Как показано в [2], контроль квантовой системы с помощью цепи обратной связи позволяет "стабилизировать" возможные исходы квантового измерения на единственном значении. Обратная связь позволяет приготавливать суперпозиции макроскопически различимых состояний излучения [3]. Организация обратной связи в квантовооптических системах с помощью гомодинного детектирования части испущенного системой излучения предложена Вайсманом и Милбурном. Она составляет содержание работ [4]. В частности, данный метод позволяет эффективно управлять параметрами сжатия излучения, испущенного резонансно-флуоресцирующим двухуровневым атомом [5], а также стабилизировать атом в выбранном чистом квантовом состоянии в условиях несовершенного детектирования и других декогерирующих факторов [6]. В рамках теории квантовых стохастических процессов создана общая теория сетей [7], элементы которых соединены каналами передачи информации с помощью бозонных полей, реализующих, в частности, цепи обратной связи.

Во многих упомянутых работах в роли квантовой системы, контролируемой цепью обратной связи, выступает элементарный излучатель – атом или молекула. Имеющиеся технологии позволяют проводить эксперименты с единичными частицами. Примером может служить работа [8], посвященная подавлению канала светоиндуцированного распада молекулы путем выключения лазера при попадании молекулы в состояние, из которого возможен распад. Под действием такой искусственной обратной связи происходит значительная качественная модификация процесса распада. Представляет интерес исследование именно этого аспекта: как и в какой степени изменяется картина хорошо известных физических процессов с элементарными излучателями при помещении их в цепь обратной связи. Для простейшей системы – двухуровневого атома с дипольным переходом в оптическом диапазоне – таким процессом является резонансная флуоресценция. С помощью обратной связи испущенные спонтанные фотоны модифицируют параметры монохроматического излучения, накачивающего атом. Модификация фазы *квантованного* излучения – изменение ее на π – при регистрации каждого спонтанного кванта фигурировала в [9], где теоретически исследуется взаимодействие атома с полем в суперпозиции пары глауберовских состояний с противоположными амплитудами (состояние "кошки Шредингера"). Изменение фазы служит для восстановления когерентности суперпозиции, разрушающейся при взаимодействии с атомом. В [9] не рассматривался важный вопрос о спектре резонансной флуоресценции в столь необычной ситуации, т.к. считалось, что все спонтанные фотоны задействова-

[1] e-mail: 8342tomilin@mail.ru

ны в цепи обратной связи. Можно, однако, считать, что малая доля испущенных фотонов подвергается спектральным измерениям. Именно это предполагается в настоящей работе. При этом рассматривается более простая ситуация *классического* накачивающего поля.

Модель. Рассматривается взаимодействие двухуровневого атома (основное состояние $|g\rangle$, возбужденное $|e\rangle$) с классическим монохроматическим световым полем. Переключение фазы светового поля на π (т.е. изменение ее знака) в результате регистрации спонтанно испущенного фотона предполагает наличие классического параметра σ, принимающего значения 0 или 1 в зависимости от четности числа зарегистрированных за период наблюдения фотонов. Параметр σ описывает состояние некоторого классического устройства, задающего фазу поля. Описание эволюции атома требует рассмотрения совместного состояния атома и данного классического устройства. Здесь необходимо иметь дело с парой статистических операторов, $\hat{\varrho}^{(0)}(t)$ и $\hat{\varrho}^{(1)}(t)$, таких, что $\hat{\varrho}(t) = \hat{\varrho}^{(0)}(t) + \hat{\varrho}^{(1)}(t)$ есть обычный статистический оператор атома, а $p_\sigma(t) = Tr\,\hat{\varrho}^{(\sigma)}(t)$ есть вероятность нахождения классического устройства в состоянии σ. Эволюция операторов $\hat{\varrho}^{(0)}(t)$ и $\hat{\varrho}^{(1)}(t)$ оказывается связанной:

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(0)}(t) =$$
$$= -\imath[\hat{H}^{(0)}, \hat{\varrho}^{(0)}(t)] + \gamma\hat{s}_-\hat{\varrho}^{(1)}(t)\hat{s}_+ - \frac{\gamma}{2}\{\hat{s}_+\hat{s}_-, \hat{\varrho}^{(0)}(t)\},$$
$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(1)}(t) =$$
$$-\imath[\hat{H}^{(1)}, \hat{\varrho}^{(1)}(t)] + \gamma\hat{s}_-\hat{\varrho}^{(0)}(t)\hat{s}_+ - \frac{\gamma}{2}\{\hat{s}_+\hat{s}_-, \hat{\varrho}^{(1)}(t)\}. \quad (1)$$

Здесь

$$\hat{H}^{(\sigma)} = \Delta\hat{s}_0 + (-1)^\sigma\Omega(\hat{s}_+ + \hat{s}_-) \quad (2)$$

есть гамильтониан взаимодействия атома с полем в режиме определенной фазы последнего, $\hat{s}_+ = |e\rangle\langle g|$, $\hat{s}_- = |g\rangle\langle e|$, $\hat{s}_0 = (|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|)/2$, Δ – разность частоты перехода атома и частоты поля, Ω – частота Раби, γ – скорость спонтанного распада, фигурные скобки обозначают антикоммутатор. Факт переключения фазы поля в результате регистрации спонтанного кванта отражен в структуре членов прихода (т.н. сэндвичных слагаемых) в правых частях уравнений. Именно посредством этих слагаемых эволюция операторов $\hat{\varrho}^{(0)}(t)$ и $\hat{\varrho}^{(1)}(t)$ оказывается связанной. Предполагается, что переключение фазы поля происходит быстро по сравнению с характерным масштабом времени эволюции этих статистических операторов, которое задается параметрами Δ, Ω и γ. Благодаря этому мы можем анализировать процесс в рамках марковских уравнений.

Согласно уравнениям (1) все спонтанно испущенные кванты задействованы в цепи обратной связи как инициаторы переключения фазы поля. При этом предполагается, что регистрация каждого кванта есть хорошо локализованное во времени событие, имеющее в идеале нулевую длительность. Естественно, что при таких условиях некорректно ставить вопрос о частотах зарегистрированных фотонов. Можно предположить, что некая малая доля спонтанных квантов не используется в цепи обратной связи и подвергается спектральным измерениям. Малость этой доли предполагает возможность не учитывать ее влияние на эволюцию, задаваемую уравнениями (1). Результаты спектральных измерений данного малого сигнала понимаются нами как спектр резонансной флуоресценции атома в цепи обратной связи.

Из системы (1) стандартным преобразованием исключена быстрая явная гармоническая зависимость классического поля от времени. Аналогичный прием в отсутствие фазовых переключений позволяет связать форму центрированного в нуле спектра $S(\omega)$ стационарной резонансной флуоресценции со средним от операторов атома известным соотношением:

$$S(\omega) \propto \mathrm{Re}\int_0^\infty e^{\imath\omega t}\mathrm{Tr}[\hat{s}_+(t)\hat{s}_-\hat{\varrho}_{st}]dt, \quad (3)$$

где $\hat{s}_+(t)$ – гейзенберговский оператор, а $\hat{\varrho}_{st}$ – стационарная матрица плотности атома. При наличии обратной связи гейзенберговские операторы приобретают зависимость от параметра σ:

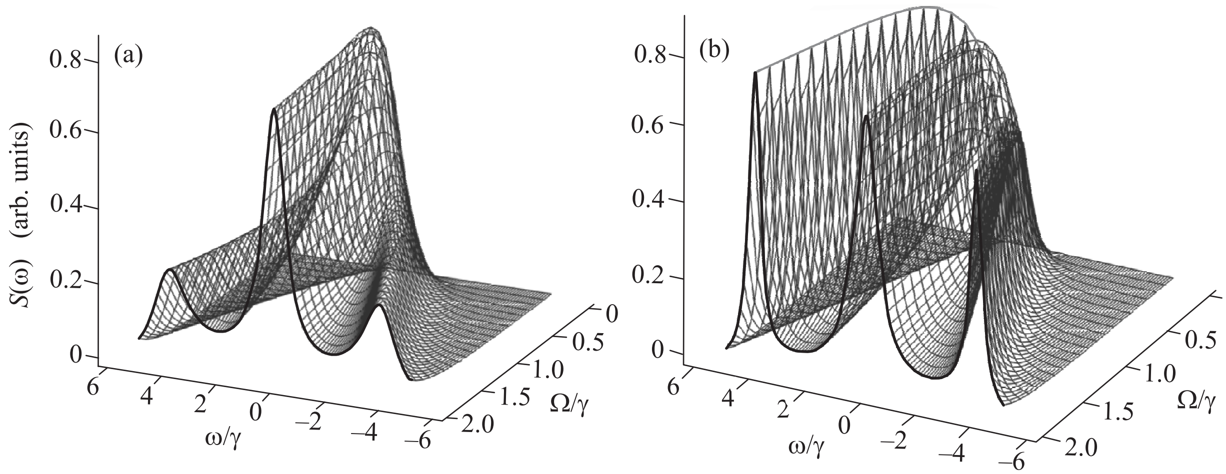
$$\frac{d}{dt}\hat{s}_+^{(\sigma)}(t) = \quad (4)$$
$$\imath[\hat{H}^{(\sigma)}, \hat{s}_+^{(\sigma)}(t)] + \gamma\hat{s}_+\hat{s}_+^{(\overline{\sigma})}(t)\hat{s}_- - \frac{\gamma}{2}\{\hat{s}_+\hat{s}_-, \hat{s}_+^{(\sigma)}(t)\}.$$

Здесь $\overline{0} = 1$ и $\overline{1} = 0$. Данную систему следует решать при начальных условиях двух типов:

$$1)\ \hat{s}_+^{(0)}(t)|_{t=0} = \hat{s}_+,\ \ \hat{s}_+^{(1)}(t)|_{t=0} = 0;$$
$$2)\ \hat{s}_+^{(1)}(t)|_{t=0} = \hat{s}_+,\ \ \hat{s}_+^{(0)}(t)|_{t=0} = 0. \quad (5)$$

Оба типа решений присутствуют в выражении для формы спектра, обобщающем (3):

$$S(\omega) \propto \mathrm{Re}\int_0^\infty e^{\imath\omega t}\mathrm{Tr}\{\hat{s}_-[\hat{\varrho}_{st}^{(0)}\hat{s}_+^{(0)}(t)|_1 +$$
$$+\hat{\varrho}_{st}^{(1)}\hat{s}_+^{(1)}(t)|_2 + \hat{\varrho}_{st}^{(0)}\hat{s}_+^{(1)}(t)|_1 + \hat{\varrho}_{st}^{(1)}\hat{s}_+^{(0)}(t)|_2]\}dt. \quad (6)$$



Форма спектра резонансной флуоресценции без обратной связи (a) и с обратной связью (b) как функция ω и частоты Раби Ω. В случае обратной связи триплетная структура выражена значительно более резко, как и асимметрия, связанная с ненулевой расстройкой $\Delta = -2\gamma/7$

Следующие соображения могут служить некоторым качественным обоснованием правила использования того или иного типа начальных условий при вычислении операторов $\hat{s}_+^{(0)}(t)$ и $\hat{s}_+^{(1)}(t)$ в (6). Как нетрудно убедиться, след произведения операторов из (3) является частью корреляционной функции дипольного момента атома. Оператор $\hat{s}_-$ отвечает факту измерения дипольного момента в нулевой момент времени. При этом не происходит переключения фазы поля, т.к. спонтанный фотон в этот момент не регистрировался детекторами, связанными с системой обратной связи. В момент времени t происходит вторичное измерение дипольного момента. За это время может произойти четное или нечетное число переключений. Если в нулевой момент времени мы имели состояние $\hat{\varrho}_{st}^{(0)}$ и четность на интервале $[0,t]$ не изменилась, что может, в частности, иметь место в отсутствие фотонов в системе обратной связи, мы используем оператор $\hat{s}_+^{(0)}(t)|_1$, представляющий второе измерение дипольного момента. Если четность изменилась, мы должны пользоваться оператором $\hat{s}_+^{(1)}(t)$. Ясно, что первое переключение фазы на интервале $[0,t]$ произошло при некотором $t' > 0$. Поэтому следует считать, что $\hat{s}_+^{(1)}(t) \to 0$ при $t \to 0$, т.е. использовать решение типа 1. Аналогичным образом можно пояснить происхождение остальных слагаемых в (6).

Вычисление правой части соотношения (6) с использованием (1) и (4) приводит к следующему результату:

$$S(\omega) \propto \frac{\Omega^2}{\gamma^2/4 + \Delta^2 + 2\Omega^2} \times$$
$$\times \mathrm{Re}\left(\frac{(\gamma/2 - \imath\Delta)(\omega + \imath\gamma)}{(\gamma/2 - \imath\omega - \imath\Delta)[\Lambda(\omega) + \gamma/2](\omega + \imath 0)} + \right. \quad (7)$$
$$\left. + \frac{1}{\gamma/2 - \imath\omega - \imath\Delta}\left\{1 - \frac{2\Omega^2}{(\gamma/2 - \imath\omega - \imath\Delta)(\Lambda(\omega) - \gamma/2)}\right\}\right).$$

Здесь

$$\Lambda(\omega) = (\gamma/2 - \imath\omega)\left[1 + \frac{4\Omega^2}{(\gamma/2 - \imath\omega)^2 + \Delta^2}\right].$$

Первое слагаемое под знаком “Re” в правой части (7) содержит в знаменателе множитель $\omega + \imath 0$, отвечающий наличию несмещенного бесконечно узкого пика. Знак мнимой части, задающий правильный обход полюса, следует из возможности добавить к частоте в (6) положительную мнимую часть без нарушения сходимости интеграла.

Результаты. На рисунке (b) представлен спектр резонансной флуоресценции при наличии обратной связи, вычисленный на основе (7). Для сравнения выше приведена форма хорошо известного триплета Раутиана–Моллоу в тех же условиях, но без обратной связи. В оба графика не включены сингулярные несмещенные структуры в спектрах. Обращают на себя внимание значительные качественные различия спектров. При наличии обратной связи триплетная структура выражена значительно более резко даже при малых значениях частоты Раби Ω, т.е. за пределами секулярного приближения, когда боковые компоненты триплета в обычных условиях практически исчезают. Наличие обратной связи делает также крайне чувствительной симметрию триплетной структуры к частотной расстройке Δ. Для вычислений выбрано значение $\Delta = -2\gamma/7$. При этом асимметрия обычного триплета Раутиана–Моллоу при $\Omega \sim 2\gamma$ практически не заметна.

К сожалению, мы пока не можем предложить простого физического объяснения обнаруженных следствий наличия обратной связи. Желательно также исследовать *статистику* фотоиспусканий атома в различные компоненты триплета и сравнить ее с известными результатами [10, 11].

Один из авторов (И.Л.) пользовался финансовой поддержкой РФФИ (грант # 09-02-00801), Президиума СО РАН и программы Отделения физических наук РАН "Фундаментальная оптическая спектроскопия и ее приложения".

---

1. H. Haken, *Light*, v. 2, *Laser Light Dynamic*, North-Holland Publishing Company, 1981.
2. R. van Handel, J. K. Stockton, and H. Mabuchi, IEEE Trans. Automat. Control **50**(6), 768 (2005).
3. A. Negretti, U. V. Poulsen, and K. Mølmer, Phys. Rev. Lett. **99**, 223601 (2007).
4. H. M. Wiseman and G. J. Milburn, Phys. Rev. Lett. **70**, 548 (1993); H. M. Wiseman, Phys. Rev. A **49**, 2133 (1994).
5. A. Barchielli, M. Gregoratti, and M. Licciardo, Int. J. Quant. Inf. **6**, 581 (2008); Eur. Phys. Lett. **85**, 14006 (2009).
6. H. M. Wiseman, S. Manchini, and J. Wang, Phys. Rev. A **66**, 013807 (2002).
7. J. Gough and M. R. James, Commun. Math. Phys. **287**, 1109 (2009); J. Gough, R. Gohm, and M. Yanagisawa, Phys. Rev. A **78**, 062104 (2008).
8. V. Jacques, J. D. Murray, F. Marquier et al., arXiv: quant-ph/0707.3200 (2007).
9. Д. Е. Хорошко, С. Я. Килин, ЖЭТФ **117**, 844 (2000).
10. R. J. Cook, Phys. Rev. A **23**, 1243 (1981).
11. P. A. Apanasevich and S. Ja. Kilin, J. Phys. B **12**, L83 (1979).