Письма в ЖЭТФ, том 94, вып. 12, с. 918 – 920 © 2011 г. 25 декабря

Сверхкороткие импульсы электромагнитного поля в плоском массиве волноводов с двухуровневыми средами

А. А. Заболотский[1)]

Институт автоматики и электрометрии СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 7 ноября 2011 г.

Рассматривается плоский однородный массив параллельных волноводов с двухуровневыми средами. Эволюция электромагнитного поля в волноводе описывается в рамках уравнений Максвелла–Блоха с учетом действия полей соседних волноводов и без применения приближения медленных огибающих. Показано, что в континуальном приближении модель приводится к интегрируемой системе уравнений, включая случай ненулевого постоянного дипольного момента. Модель может быть использована для анализа нелинейного механизма сжатия импульсов и условий преодоления дифракционного предела.

1. Введение. Формирование солитоноподобных импульсов в нелинейных оптических средах [1], в том числе с длительностью порядка и меньше периода осцилляций, изучено достаточно детально, см. современные обзоры [2, 3]. Особый интерес представляют модели, решаемые с помощью метода обратной задачи рассеяния (МОЗР) [4].

Для описания динамики однородной периодической решетки, состоящей из большого числа нелинейно-оптических одномодовых волноводов, нередко используется феноменологическая модель, при выводе которой считается, что эволюция медленно меняющихся огибающих отдельных мод в волноводах может быть описана дискретным уравнением, учитывающим взаимодействие с ближайшим соседом для слабо перекрывающихся мод. Нелинейные эффекты описываются керровской нелинейностью [5]. Динамика коллективного поведения оптических нелинейных антенн, плоских массивов оптических волноводов, так же как и атомных цепочек, характеризуется богатым набором нелинейно-оптических эффектов, квазисолитонными, бистабильными, вихревыми и другими решениями дискретных эволюционных уравнений [5, 6]. Аналогичные явления предсказаны при поперечном распространении оптических волн в нелинейных сверхрешетках [7, 8].

В настоящей работе рассматривается эволюция поля в однородном плоском массиве волноводов с имплантированными ДУС. При построении модели не используется приближения медленно меняющихся амплитуд и считается, что нелинейные эффекты из-за взаимодействия поля с ДУС доминируют. Учитывается поперечная нелокальность взаимодействия, возникающая из-за перекрытия полей в соседних волноводах. Рассматривается система оптически прозрачных стержней, равномерно расположенных в плоскости $z = 0$, с осями, ориентированными вдоль оси x, с учетом перекрытия полей в соседних волноводах.

Гамильтониан взаимодействия ДУС с электрическим полем имеет вид

$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega}{2}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \sum_{n,k} M_{n,k}\begin{pmatrix} d_{11}^{(k)}E_n & d_{12}^{(k)}E_n \\ d_{21}^{(k)}E_n & d_{22}^{(k)}E_n \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где $\hbar\omega$ – энергия перехода в ДУС, $M_{n,k} = \delta_{n,k} + \gamma_e\left(\delta_{n+1,k} + \delta_{n-1,k}\right)$, γ_e – действительная константа, $d_{ij}^{(k)}$ – элемент матрицы дипольного момента $\hat{d}^{(k)}$ в точке $y = kl, k = 0, 1, 2, 3, ...$, l – расстояние между волноводами. Считаем, что $d_{12} = d_{12}^{*} = d_{21}$.

Из (1) следует, что поле, действующее на блоховский спин, имеет вид

$$U_n = E_n + \gamma_e\left(E_{n-1} + E_{n+1}\right), \qquad (2)$$

а поляризация среды в n-м волноводе имеет вид $P_n + \gamma_e\left(P_{n-1} + P_{n+1}\right)$, $P_n = 4\pi N \mathrm{Tr}\left(\hat{d}^{(n)} \cdot \hat{\rho}_n\right)$, где N – однородная по x и n плотность ДУС, $\hat{\rho}_n$ – матрица плотности ДУС с компонентами $\rho_{ij}(t, x, nl)$, $(\rho_{11} + \rho_{22} = 1)$. Далее, считая, что $d_{ij}^{(n)}$ равны для всех n, верхний индекс опускаем.

Динамика ДУС в поле U_n сводится к вращению вектора Блоха $\mathbf{R}(t, x, n)$ с компонентами [3, 2]

$$R_1 = \rho_{12} + \rho_{21},\ R_2 = -i(\rho_{12} - \rho_{21}),\ R_3 = \rho_{22} - \rho_{11}. \qquad (3)$$

Переходя к континуальному пределу: $\mathbf{R}(t, x, n) \to \mathbf{R}(t, x, y)$, $E_n(t, x) \to E(t, x, y)$, $E_n(t, x) - E_{n-1}(t, x) \to l\partial_y E(t, x, y)$, из (2) с

[1)]e-mail: zabolotskii@iae.nsk.su

точностью до $\mathcal{O}(l^4)$ получаем $U_n(t,x) \to U(t,x,y) = \hat{D}E(t,x,y) \equiv \left(1 + 2\gamma_e + \gamma_e l^2 \partial_y^2\right) E(t,x,y)$.

Из уравнений Максвелла на плоскости $z = 0$ получаем

$$\left(\partial_x^2 + \partial_y^2 - c^{-2}\partial_t^2\right) E_n = = -c^{-2}\partial_t^2 \left[P_n + \gamma_e \left(P_{n-1} + P_{n+1}\right)\right]. \quad (4)$$

Здесь c – скорость волны в среде без ДУС.

Применяя в уравнении (4) континуальное приближение и действуя на обе его части оператором $\hat{D}$, находим с точностью $\mathcal{O}(l^4)$

$$\left(\partial_x^2 + \partial_y^2 - c^{-2}\partial_t^2\right) U = = -\frac{(1+2\gamma_e)^2}{c^2}\partial_t^2 \left(P + \frac{2\gamma_e l^2}{1+2\gamma_e}\partial_y^2 P\right). \quad (5)$$

Рассматриваем далее движение по характеристике $\partial_x = \alpha_x \partial_y$. Применяем приближение однонаправленного распространения волн, отвечающее формальному условию (см., например, [3, 2])

$$c\sqrt{1+\alpha_x^2}\partial_y \approx -\partial_t. \quad (6)$$

Используя (6), приводим уравнения Блоха и уравнение (5) к конечной системе уравнений:

$$\frac{\partial R_1}{\partial \tau} = -\left(1 - \mu\mathcal{E}\right) R_2, \quad (7)$$

$$\frac{\partial R_2}{\partial \tau} = \left(1 - \mu\mathcal{E}\right) R_1 - \mathcal{E}R_3, \quad (8)$$

$$\frac{\partial R_3}{\partial \tau} = \mathcal{E}R_2, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \chi} = R_2 + \frac{\gamma^2}{4}\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}R_2, \quad (10)$$

где $\tau = \omega t$, $\mu = (d_{11} - d_{22})/(2d_{12})$,

$$\mathcal{E} = \frac{2d_{12}U}{\hbar\omega},\ \gamma = \frac{2\omega l\sqrt{2\gamma_e}}{c\sqrt{(1+2\gamma_e)(1+\alpha_x^2)}}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial \chi} = \frac{c\hbar\omega}{4\pi d_{12}^2 N\sqrt{1+\alpha_x^2}\left(1+2\gamma_e\right)^2} \times \left(\frac{c\sqrt{1+\alpha_x^2}}{\omega}\frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \tau}\right). \quad (12)$$

Интегрируемая система уравнений (7)–(10) – условие совместимости следующих систем уравнений:

$$\partial_\tau \Phi = \begin{pmatrix} -i\lambda & i\left(1-\gamma\lambda\right)F \\ i\left(1+\gamma\lambda\right)F & i\lambda \end{pmatrix} \Phi, \quad (13)$$

$$\partial_\chi \Phi = \frac{1+\mu^2}{1-4(1+\mu^2)\lambda^2}\begin{pmatrix} a & a_- \\ a_+ & -a \end{pmatrix}\Phi, \quad (14)$$

где

$$a = i\lambda(1-\gamma^2\lambda^2)(\mu R_1 + R_3),$$
$$a_\mp = \frac{1 \mp \gamma\lambda}{\sqrt{1+\mu^2}}\left[\frac{i(1-\lambda^2\gamma^2)}{\sqrt{4(1+\mu^2)-\gamma^2}}(\mu R_3 - R_1) \mp \mp \frac{1}{2}\sqrt{4(1+\mu^2)-\gamma^2}R_2\right],$$

$\Phi(\tau,\chi,\lambda)$ – (2×2)-матричнозначная функция, λ – спектральный параметр,

$$F = \frac{\mathcal{E}\sqrt{1+\mu^2}}{\sqrt{4(1+\mu^2)-\gamma^2}} - m, \quad (15)$$

$m = \mu\{(1+\mu^2)[4(1+\mu^2)-\gamma^2]\}^{-1/2}$.

Спектральная проблема (СП) (13) является обобщением СП Вадати–Конно–Ичикавы [9, 10]. Ввиду своей громоздкости применение аппарата МОЗР к уравнениям (7)–(10) выходит за рамки этого письма. Ограничимся частным солитонным решением для $\mu = 0$. Для нахождения решения заметим, что после перехода к переменной T и функции U.

$$U = \frac{\gamma F}{\sqrt{1-\gamma F^2}},\ T = \int_0^\tau \sqrt{1-\gamma F(t')^2}dt', \quad (16)$$

спектральная проблема (13) приводится к системе

$$\partial_T \Phi = \begin{pmatrix} -i\lambda\sqrt{1+U^2} & -i\left(\lambda - \gamma^{-1}\right)U \\ i\left(\lambda + \gamma^{-1}\right)U & i\lambda\sqrt{1+U^2} \end{pmatrix}\Phi, \quad (17)$$

которая аналогична (с точностью до свойств симметрии) СП, применяемой в аппарате МОЗР к решению уравнений нелинейного двухфотонного взаимодействия в эффективной двухуровневой среде [1]. Это позволяет найти некоторые решения, отвечающие дискретному спектру, используя полученные ранее соотношения. В частности, для вырожденного значения $\lambda = i\eta, \operatorname{Im}\eta = 0$, находим решение в виде ступеньки для $R_3 = -1, \tau \to \pm\infty$:

$$F(\tau,\chi) = \frac{\gamma^{-1}}{\sqrt{e^{2\theta\eta}+1}}, \quad (18)$$

где $\theta = \eta\left[\tau - \chi(1+\gamma^2\eta^2)(1+4\eta^2)^{-1}\right]$. В общем случае система (7)–(10) решается в неявном, параметрическом виде.

В случае $\alpha_x = 0$ система (7)–(10) может применяться для описания распространения импульсов поля вдоль цепочки ДУС, локализованных на наночастицах. В оптическом диапазоне условие $\gamma \sim 1$ дает

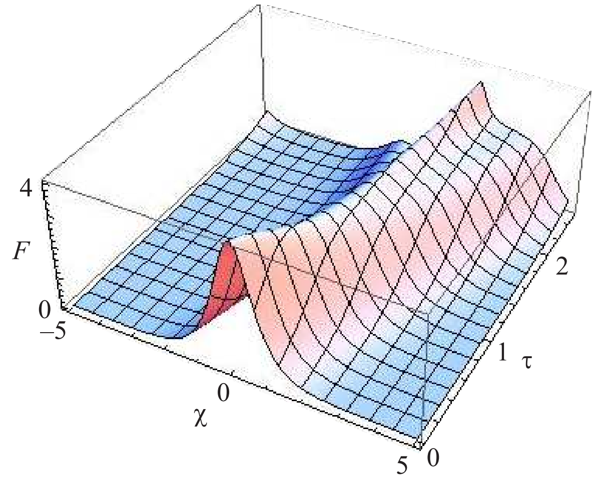

Рис. 1. Зависимость формы солитона от времени для $\gamma^2 = 0.8$. Единицы произвольны

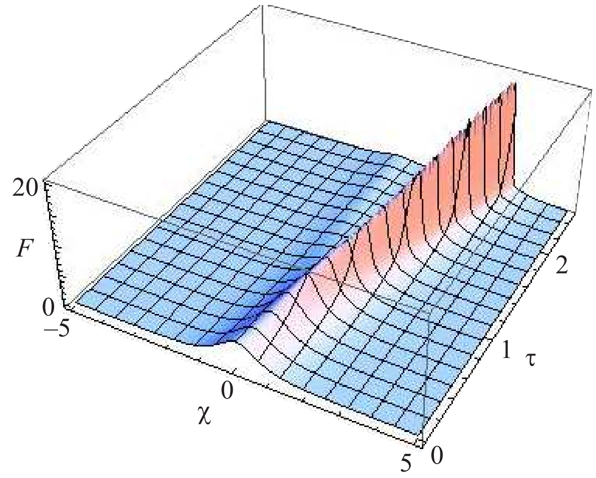

Рис. 2. То же, что и на рис. 1 для $\gamma^2 = -0.8$

$l \sim 10^2 \gamma_e^{-1/2}$нм. Влияние соседних дипольных полей зависит от угла β_0 между направлением оси диполя и осью y: $\mathrm{sign}\gamma_e = \mathrm{sign}[1 - 3\cos(2\beta_0)]$. Смена знака γ_e отвечает качественному изменению условий формирования солитонов и других решений. При смене знака "+" на "−" происходят сжатие импульса поля и формирование его вершины в виде острого пика. На рисунках 1 и 2 показано изменение формы начального импульса $F(0,\chi) = 4\mathrm{sech}(\chi)$ со временем.

Эволюция звуковых солитонов в среде с дискретной парамагнитной системой спинов [11, 12] может описываться уравнениями, аналогичными уравнениям (7)–(10), если дополнительно учесть обменное взаимодействие между соседними спинами. В этом случае условие $\gamma \sim 1$ дает $l \sim 10^{-1}\gamma_e^{-1/2}$нм. Из анализа системы (13) следует, что при прохождении точки $\gamma = 4(1+\mu^2), \gamma \in \mathbb{R}$, происходит качественное изменение динамики импульсов поля. Это свойство системы может быть использовано для генерации импульсов поля, много меньших длины волны.

1. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear optical waves*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, 1999.
2. A. A. Zabolotskii, Eur. Phys. J. Special Topics **173**, 193 (2009).
3. А. И. Маймистов, Квантовая электроника **40**, 745 (2010).
4. Л. А. Тахтаджян, Л. А. Фаддеев, *Гамильтонов подход в теории солитонов*, М.: Наука, 1986.
5. D. N. Christodoulides and R. I. Joseph, Opt. Lett. **13**, 794 (1988).
6. H. S. Eisenberg, Y. Silberberg, R. Morandotti et al., Phys. Rev. Lett. **81**, 3383 (1998).
7. W. Chen and D. L. Mills, Phys. Rev. Lett. **58**, 160 (1987).
8. J. E. Sipe and H. G. Winful, Opt. Lett. **13**,132 (1988).
9. M. Wadati, K. Konno, and Y. H. Ichikawa, J. Phys. Soc. Japan **47**, 1698 (1979).
10. K. Konno, Y. W. Ichikawa, and M. Wadati, J. Phys. Soc. Japan **50**, 1025 (1981).
11. А. А. Заболотский, Письма в ЖЭТФ **76**, 709 (2002).
12. A. A. Zabolotskii, Physica D **185**, 117 (2003).