Письма в ЖЭТФ, том 95, вып. 2, с. 84 – 90

Дальние корреляции в структуре фрактальных пленок

В. П. Будаев[1], *С. А. Грашин, А. В. Карпов, С. В. Краевский, Л. Н. Химченко*[×]

Национальный исследовательский центр Курчатовский институт, 123182 Москва, Россия

[×]*Проектный центр ИТЭР, 123182 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 16 ноября 2011 г.

После переработки 13 декабря 2011 г.

Представлены результаты микроскопического исследования иерархически гранулированных пленок, сформированных при воздействии высокотемпературной плазмы на материал. Обнаружены статистическое самоподобие структуры поверхности от наномасштабов до макромасштабов и дальние корреляции в рельефе, обусловленные статистически неоднородной структурой гранулярности.

1. Введение. В термоядерных установках (ТУ) - токамаках, стеллараторах и других – экстремальное воздействие высокотемпературной плазмы на материалы камеры ТУ вызывает значительное изменение их структуры. Материалы с кристаллической структурой (для изготовления конструкционных элементов камеры ТУ используют графит, нержавеющую сталь и т.п.) подвергаются критическим тепловым нагрузкам и интенсивной эрозии. Эродированное вещество поступает в плазму и затем из плазмы переосаждается на поверхности. В результате на поверхности камеры ТУ формируются композитные аморфные пленки [1, 2] с неоднородной поверхностью, имеющей стохастическую форму, например такую, как "цветная капуста". Характерное свойство рельефа такой поверхности – иерархия гранулярности структур (фрактальность) на масштабах от нанометров до сотен микрометров. Первые исследования структуры таких фрактальных пленок показали отсутствие кристаллического порядка даже на нанометровых масштабах. Вместе с тем она не является простейшей беспорядочной структурой. Сравнительный анализ не выявил аналогии свойств и структуры этих пленок с известными композиционными материалами, получаемыми, например, в процессах молекулярно-лучевой эпитаксии или химического осаждения при обработке материалов в установках с низкотемпературной плазмой, где энергонагрузка на материалы значительно меньше, чем в ТУ.

Для описания стохастической структуры фрактальных пленок из ТУ наиболее подходят статистические методы, концепция самоподобия и фракталов (см. [3, 4]), в рамках которых исследуется свойство автомодельности (масштабной инвариантности) структуры. Это позволяет сфокусировать внимание на, возможно, универсальных макроскопических аспектах нерегулярной кластеризации неоднородностей.

Целью данной работы было исследование фрактальной структуры поверхности пленок, наблюдаемых в токамаке [1, 2, 5]. Ранее в [1] было исследовано самоподобие стохастического рельефа таких фрактальных пленок на основе данных сканирующего туннельного микроскопа, который имел размер поля сканирования (пространственную базу измерений) 8×8 мкм^2. В данном письме мы представляем результаты проведенного с высоким разрешением (до 20 нм) исследования структуры фрактальных пленок на базе ~ 0.2 мм, т.е. на ~ 1.5 порядка большей, чем в [1]. Это позволило нам выявить самоподобие структуры поверхности от наномасштабов до макромасштабов и обнаружить дальние корреляции в рельефе, обусловленные статистически неоднородной структурой.

2. Использованные образцы. Мы исследовали пленки, сформированные под воздействием высокотемпературной плазмы в токамаке Т-10 в экспериментах с графитовым лимитером. Экспериментальные условия образования таких пленок описаны в [1, 2]. Энергонагрузка плазмы на материал составляла величину от ~ 1 МВт/м^2 (в стабильной стадии разряда токамака) до ~ 10 МВт/м^2 и более (при срыве разряда). Общее время воздействия высокотемпературной плазмы на материалы составляло более 1000 с (более 1000 разрядов токамака). В результате воздействия плазмы на поверхности лимитера и камеры формируются композитные пленки с аморфной структурой и разными масштабами гранулярности, начиная от нанометров (см. [2]). Толщина исследованных пленок составляет величину от ~ 100 до ~ 300 мкм. Спектроскопические исследования подобных пленок [2] показали, что их структура очень сложная. Она значительно отличается от

[1]e-mail: budaev@nfi.kiae.ru

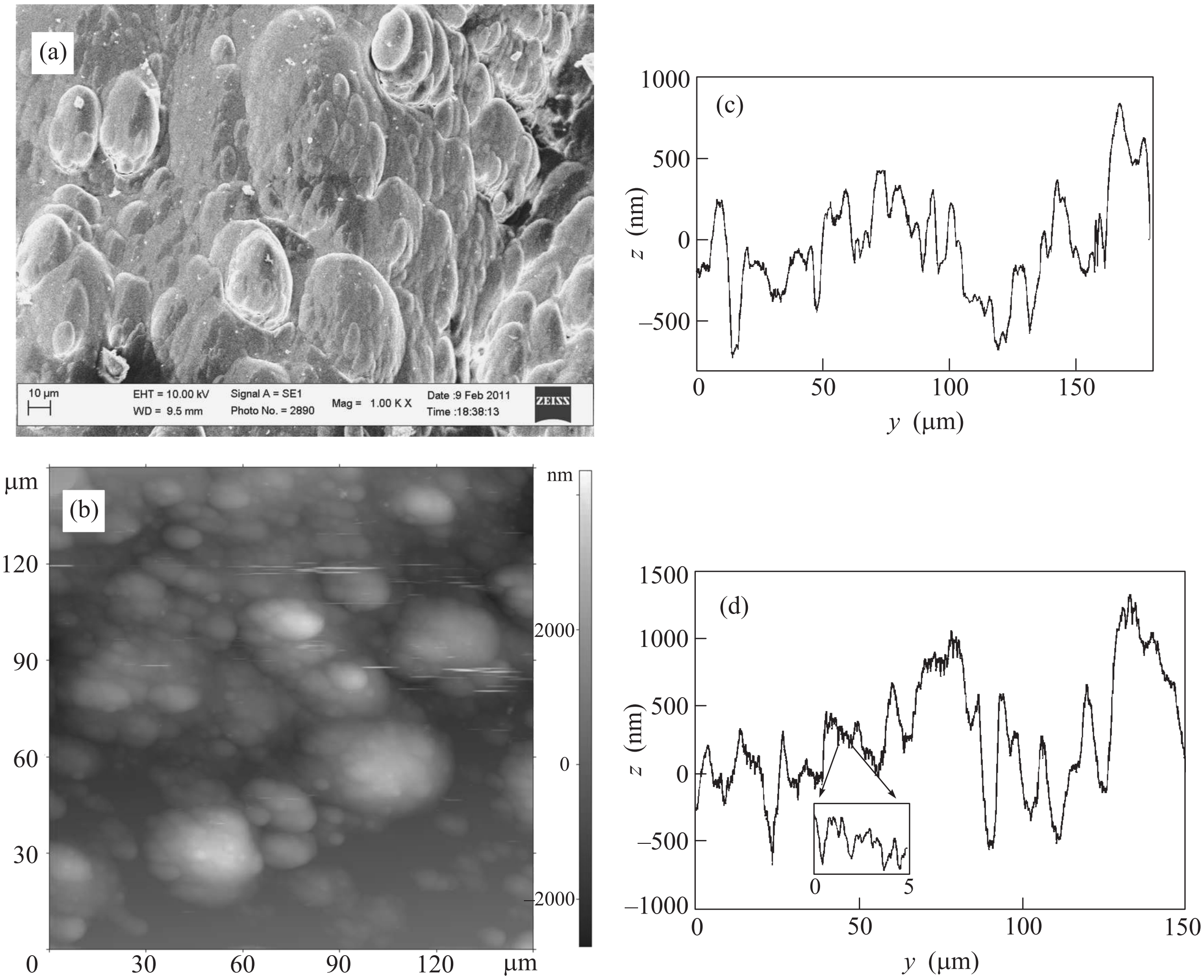

Рис. 1. Рельеф поверхности. Микрофотографии образца №1, полученные с помощью РЭМ (a) и АСМ (b); АСМ-профили высот образцов №1 (c) и №2 (d)

структуры известных углеродных и других материалов.

В нашей работе структура аморфных пленок анализировалась с помощью растрового электронного микроскопа (РЭМ) и сканирующего атомно-силового микроскопа (АСМ). Рельеф пленок на масштабах от 20 нм до ~ 0.2 мм имеет стохастическую топографию и иерархию гранулярности (рис. 1). Ниже мы представляем результаты исследования двух образцов, отличающихся по элементному составу. Такие материалы способны эффективно накапливать изотопы водорода (рабочий газ токамака Т-10 – дейтерий, D). Отношение $D/C = 0.2{-}0.9$ [2].

Энергодисперсионный рентгеновский анализ химического состава исследованных образцов (минимальная область сбора данных – полусфера радиусом 1 мкм) показал наличие следующих элементов (кроме водорода): в образце №1 углерода 78.31 ат.%, кислорода 5.79 ат.%, бора 15.9 ат.%, в образце №2 углерода 78.97 ат.%, кислорода 21.03 ат.%. Примеси переходных d-металлов (Fe, Ni, Mo, Cr, Ti) составляли около 1–1.5 ат.% (см. также [2]).

3. Экспериментальные результаты. Путем построчной сшивки до 20 "кадров" АСМ размером 10×10 мкм^2 (512×512 точек каждый) были получены профили высот на базовом масштабе до 0.2 мм. При этом для корректного согласования профилей на больших масштабах использовалось соответствующее изображение АСМ размером 150×150 мкм^2 (512×512 точек), рис. 2b. Разрешение АСМ по высоте (вертикали) составляет ~ 1 Å, разрешение в плоскости сканирования не превышает 15 нм. Полученная после сшивки матрица высот рельефа размером 180×10 мкм^2 (размер матрицы данных 9200×500) использовалась для дальнейшего анализа. Профили высот демонстрируют значительную стохастическую

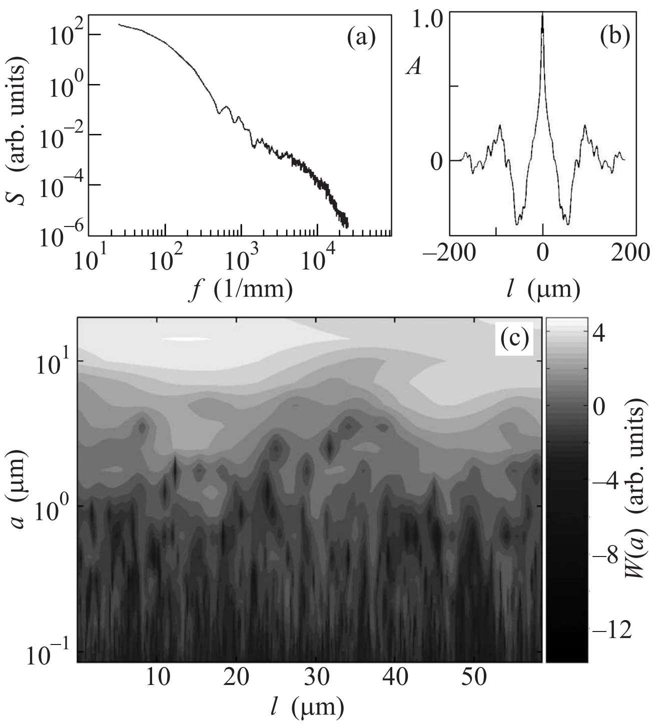

Рис. 2. Спектральные характеристики профиля поверхности образца № 1. (a) – фурье-спектр; (b) – автокорреляционная функция; (c) – вейвлет-преобразование для профиля на рис. 1c

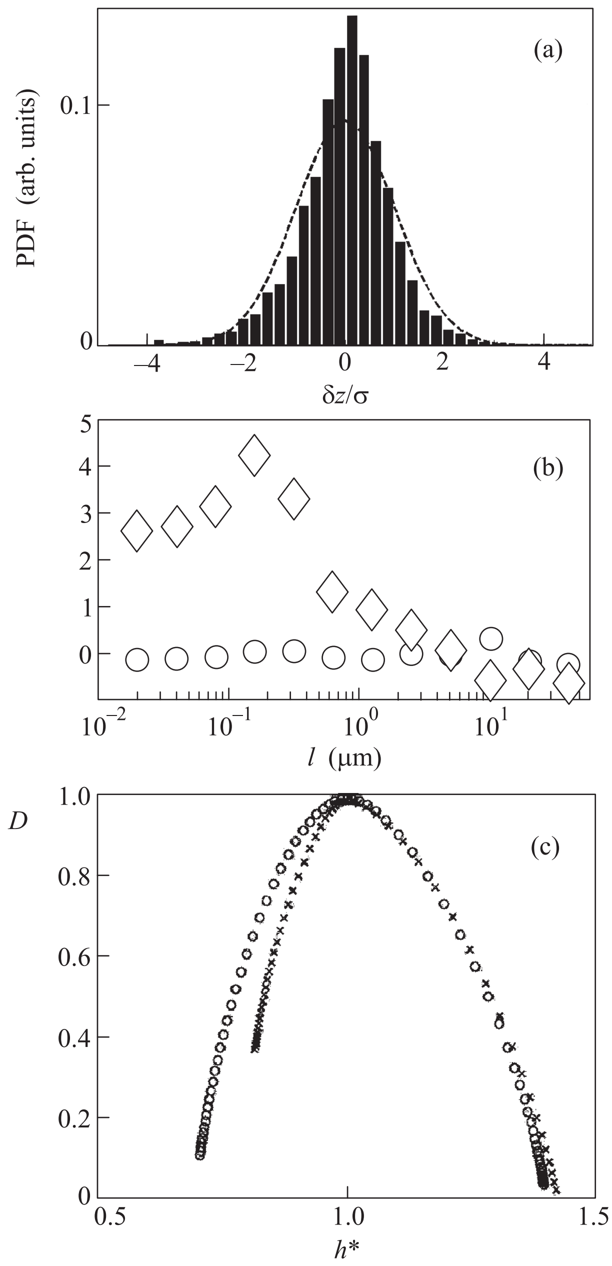

Рис. 3. Статистические свойства. (a) – Функция распределения PDF для приращений высот поверхности $\delta z = z(y+\Delta y) - z(y)$, $\Delta y = 19.5$ нм. Величина δz нормирована на величину стандартного отклонения. Линия – гауссовское распределение. (b) – Зависимость коэффициентов асимметрии (кружки) и эксцесса (ромбы) ФР приращений $\delta_l z = z(y+l) - z(y)$ от масштаба l. (c) – Мультифрактальный спектр $D(h)$ в зависимости от нормированного показателя Гёльдера $h^* = 1 + (h - h_{D\,\max})$ (центрированного в *1*; значение в максимуме $h_{D\,\max}$): кресты – для профиля на рис. 1c, кружки – для профиля на рис. 1d

неоднородность на масштабах от нанометров до сотни микрометров (рис. 1c, d).

Фурье-спектр профиля высот представлен на рис. 2a. Он уширен и не имеет резонансов, что указывает на отсутствие доминирующих периодических структур в рельефе. Такой спектр обычно наблюдается в случае объектов, обладающих масштабной инвариантностью. Автокорреляционная функция (определена традиционным способом, рис. 2b), имеет не экспоненциальное (как в случае аморфных тел с тривиальной стохастической структурой), а степенное спадание при малых лагах, что также свидетельствует о свойстве масштабной инвариантности. Иерархичность гранулярности демонстрируется древообразными структурами на вейвлет-преобразованиях, рис. 2c. Это признак фрактальной структуры.

Для количественного описания кластеризации неоднородностей на поверхности мы использовали статистические методы. Функция распределения (ФР) высот рельефа осажденных из высокотемпературной плазмы пленок типично имеет "тяжелые" хвосты и не описывается гауссовским законом (см. также [1]). Пример такой негауссовской ФР для приращений высот $\delta z = z(y+\Delta y) - z(y)$ приведен на рис. 3.

Для количественного описания свойств самоподобия (автомодельности) исследуют статистические свойства самоподобия рельефа. Профиль высот $z(y)$ называется самоподобным с показателем Хёрста H [4], если для любого $\lambda > 0$, $\lambda^{-H} z(\lambda y)$ он подобен $z(y)$ или ФР $P_l(\delta z) = \lambda^H P_{\lambda l}(\lambda^H \delta z)$. Показатель H связан с фрактальной размерностью поверхности d_f как $H = 3 - d_f$ (см. [1]). Статистически однородный профиль характеризуется единственным показателем Хёрста H на всех масштабах. Это монофрактальный самоподобный рельеф. Известный пример – броуновское движение, которое некоррелировано, имеет гауссову ФР и самоподобно с показателем $H = 1/2$. Для профилей рельефа с рис. 1 величина показателя Хёрста составила от 0.73 до 0.82 (процедура оценки H описана в [1]). Неравенство $H > 1/2$ означает персистентное поведение (тренд с корреляциями). Именно это свойство соответствует форме пленок типа "цветная капуста", наблюдаемых после воздействия высокотемпературной плазмы на материалы в токамаках и других термоядерных установках [1, 5].

Более подробное исследование структуры рельефа пленок выявило статистическую неоднородность гранулярности, которая выражается в зависимости функции распределения для разностей $\delta_l z = z(y + l) - z(y)$ от масштаба l. Это наблюдается и для исследованных нами рельефов (рис. 1). Функции распределения разностей зависят от масштаба, изменяясь от квазигауссовой на больших масштабах лага l к негауссовой форме с "тяжелыми хвостами" на малых лагах l. (Об этом свидетельствует изменение асимметрии и эксцесса ФР на рис. 3b.) Такое свойство статистической неоднородности называется мультифрактальностью. Мультифрактальный стохастический объект описывается большим числом локальных показателей Хёрста – показателями Гёльдера h (локальными скейлингами флуктуаций высот) [6–8]. Для мультифрактального объекта необходимо рассмотреть обобщение классического определения самоподобия [9]: ФР приращений на масштабах l и λl ($\lambda > 0$) соотносятся как $P_l(\delta_l z) = \int G_\lambda(u) e^{-u} P_{\lambda l}(e^{-u} \delta_{\lambda l} z) du$, где ядро G_λ представляет собой, например, гауссиан. Мультифрактальность фактически формируется при необходимости обеспечить масштабную инвариантность не в бесконечном пространстве, а при наличии граничного масштаба L. Свойством мультифрактальности обладают неоднородные фрактальные объекты, для описания которых, в отличие от регулярных фракталов, недостаточно введения всего лишь одной величины – его фрактальной размерности, а необходим целый спектр таких размерностей $D(h)$ [7–9] (в зависимости от локальных показателей масштабной инвариантности – показателей Гёльдера h). Вычисленный спектр размерностей $D(h)$ (называемый также мультифрактальным спектром или спектром сингулярностей) приведен на рис. 3. Из теории известно, что для монофрактального объекта (например, классического броуновского процесса) $D(h)$ представляет собой единственную точку с единственным показателем Гёльдера. Для исследованных профилей наблюдается уширенный спектр $D(h)$ колоколообразной формы, рис. 3c. Эти два свойства спектра (уширение и колоколообразность) являются типичным признаком мультифрактальных стохастических объектов и процессов, наблюдаемых в природе (см. [10, 8]). Максимум $D(h)$ для всех спектров почти достигает единицы. Это означает, что $z(y)$ почти всюду сингулярна. В целом уширение спектра $D(h)$ для исследованных профилей рельефа лежит в диапазоне 0.55–0.95. Такие значения наблюдаются для типичных мультифрактальных объектов и процессов в природе (см. [11, 12]).

Анализ функциональной зависимости экспериментально измеренных функций распределения стохастических систем с мультифрактальной структурой затруднен, поскольку такие ФР могут быть лишь аппроксимированы сложными степенными законами, а некоторые классы ФР описываются только специальными уравнениями. Поэтому при исследовании таких систем рассматриваются структурные функции (моменты ФР) порядка q для разностей $\delta_l z = z(y + l) - z(y)$ на пространственном масштабе l. Структурная функция порядка q определяется как $S_q(l) = \langle |\delta_l z|^q \rangle$. Статистическое усреднение $\langle ... \rangle$ производится с весовой функцией – функцией распределения для $\delta_l z$. Исследование структурных функций эквивалентно исследованию функции распределения приращений высот рельефа. С практической точки зрения исследовать структурные функции проще. Метод структурных функций (см. [10]) позволяет детально описать неоднородность распределения на различных масштабах объекта. Напомним, что показатель Гёльдера h и порядок момента q (из аналогии между мультифрактальным формализмом и статистической термодинамикой [13, 7]) играют такую же роль в статистическом описании объекта, как энергия и температура в термодинамике. Структурные функции представлены на рис. 4. Простейшее самоподобие, т.е. степенной закон структурных функций $S_q(l) \sim l^{\zeta(q)}$, регистрируется лишь на ограниченном интервале масштабов – от 20 до ~ 1000 нм (диапазон линейной зависимости на рис. 4a). Нами *обнаружено свойство масштабной инвариантности на расширенном диапазоне*, называемое также свойством рас-

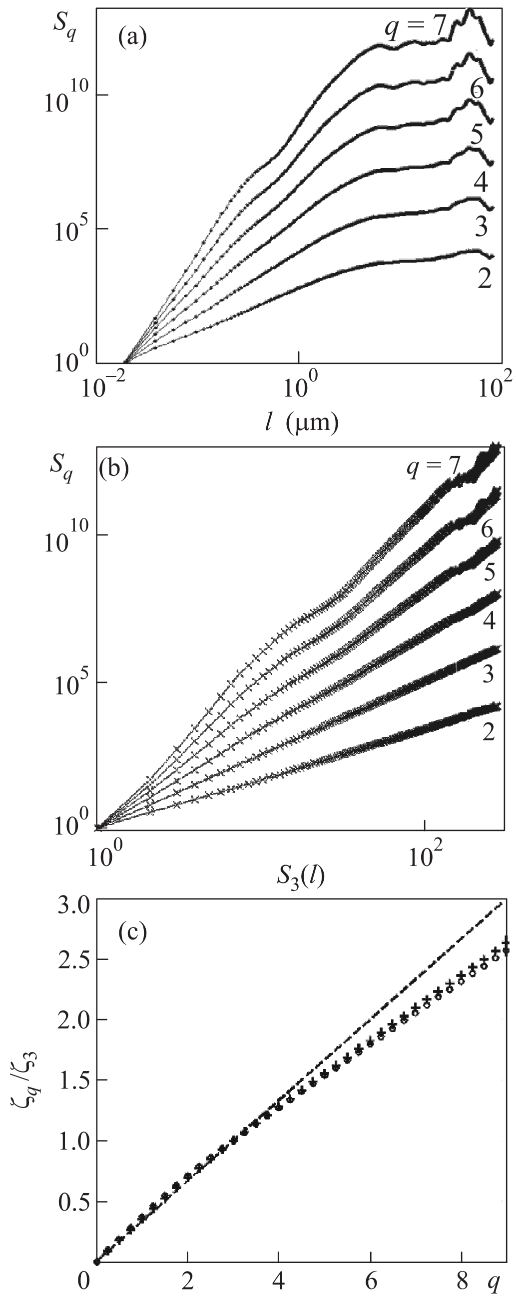

Рис. 4. Свойство масштабной инвариантности. (a) – Структурные функции (моменты функции распределения высот рельефа с рис. 1c) порядка $q = 2$, 3, 4, 5, 6, 7. (b) – Свойство расширенной автомодельности ESS как свидетельство дальних корреляций: степенная зависимость $S_q \sim S_3^{\zeta(q)/\zeta(3)}$ структурных функций разных порядков ($q = 2$, 3, 4, 5, 6, 7) от структурной функции третьего порядка наблюдается в диапазоне масштабов от 20 нм до 0.1 мм (для профиля с рис. 1c). (c) – Скейлинг структурной функции ζ_q, нормированный на скейлинг ζ_3 для $q = 3$. Штриховая линия – скейлинг для монофрактального процесса, кресты – для профиля с рис. 1c, кружки – для профиля с рис. 1d

ширенной автомодельности или расширенного самоподобия (*ESS* – от англ. *Extended Self-Similarity*, см. [14]). Оно проявляется в виде степенной зависимости структурных функций разных порядков q вида $S_q \sim S_3^{\zeta(q)/\zeta(3)}$ на трех порядках изменения масштабов вплоть до ~ 0.1 мм (рис. 4b), т.е. в диапазоне от нано- до макромасштабов. Необходимо отметить, что свойством расширенной автомодельности (ESS) обладают стохастические системы с дальними корреляциями (иерархической связью масштабов), см. [14, 10]. Таким образом, наблюдаемая расширенная автомодельность рельефа является признаком дальних корреляций. Обнаруженное свойство расширенной автомодельности предполагает описание свойств таких материалов степенными законами – скейлингами. В литературе обсуждаются гипотезы универсальных скейлингов стохастических объектов и процессов со статистической неоднородностью [15], что может определять универсальные скейлинги поведения твердого тела на макроуровне [16, 17].

Скейлинг ζ_q является нелинейной функцией от q (рис. 4c), что типично для мультифрактальных объектов, наблюдаемых в природе (см. [10]). Для монофрактального (т.е. статистически однородного, без корреляций) объекта скейлинг ζ_q – линейная функция от q.

В мультифрактальной структуре корреляции между масштабами (дальние корреляции) описываются автокорреляционной функцией приращений $\delta_\tau X(l) = X(l + \tau) - X(l)$, определенной как $C(l, \tau) = \langle |\delta_\tau X(l)|^2 |\delta_\tau X(0)|^2 \rangle$ (см. [11]). Для исследуемых рельефов наблюдалась степенная зависимость $C(l, \tau) \sim l^\nu$ от масштаба l (см. рис. 5) в диапазоне l от 0.1 до 20 мкм. Путем подгонки корреляционной функции $C(l, \tau)$ к степенной функции мы определили показатель $\nu = 0.45$. Степенной закон предсказывается известными теориями мультифрактальных систем (см., например, [11, 9]: $C(l, \tau) \approx K\tau^2 (l/L)^{-4\lambda^2}$, где K – постоянная, L имеет значение интегрального масштаба дальних корреляций, λ^2 – параметр мультифрактальности. Для типичных мультифрактальных объектов и процессов в природе (например, для турбулентности плазмы, см. [10]) $\lambda^2 \approx 0.01{-}0.2$, чему соответствует и полученный для нашего объекта показатель степенного закона $\nu = 0.45$.

В рамках мультифрактального подхода, который мы применяем здесь для описания рельефа наших пленок, рассматривается граничный масштаб в структуре объекта, характеризующий дальние корреляции. На рис. 5 наблюдается такой масштаб даль-

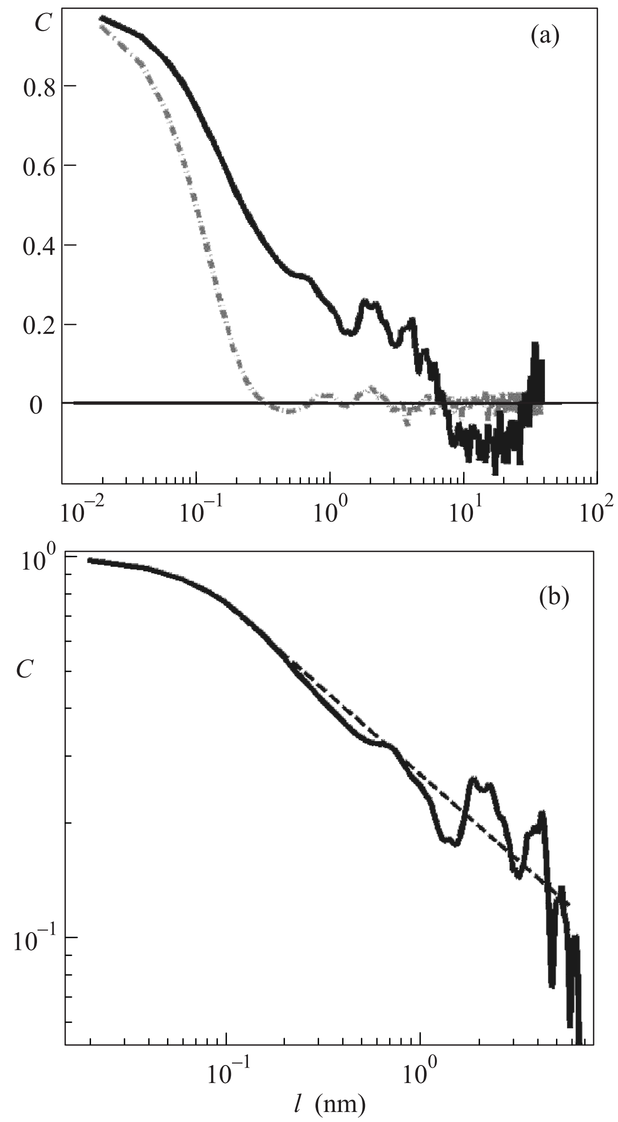

Рис. 5. Дальние корреляции в рельефе поверхности образца №1. (a) – Автокорреляционная функция приращений $C(l,\tau)$ при лаге $\tau = 500$ нм (сплошная линия). Для сравнения приведен результат анализа для профиля фрактальной броуновской поверхности с показателем Хёрста $H = 0.5$ (пунктир); (b) – Подгонка автокорреляционной функции $C(l,\tau)$ (сплошная линия) к степенной функции $\sim l^{\nu}$ (пунктир) с $\nu = 0.45$

них корреляций, $L \geq 10{-}20$ мкм. Такой же результат был получен для образца №2.

Для сравнения на рис. 5 приведен результат анализа рельефа фрактальной броуновской поверхности с показателем Хёрста $H = 0.5$ (описание процедуры моделирования см. в [1]). Такой рельеф имеет тривиальную аморфную структуру с гауссовой (монофрактальной) статистикой распределения высот. Его функция $C(l,\tau)$ спадает быстрее (примерно на 2 порядка), что демонстрирует отсутствие дальних корреляций в структуре броуновского рельефа.

4. Обсуждение. Накопленные экспериментальные данные о структуре фрактальных пленок и поверхностей, сформированных под воздействием высокотемпературной плазмы в термоядерных установках, свидетельствуют в пользу механизма фрактального роста поверхности [1, 5]. Экспериментальные исследования на токамаке Т-10 [18] показали, что фрактальная структура поверхности формируется именно в результате воздействия на материалы высокотемпературной плазмы. За 200 разрядов (общее время облучения материалов плазмой около 200 с) появляется стохастический рельеф с шероховатостью около 200 нм и выраженной формой иерархической гранулярности. Это свидетельствует о фрактальном механизме роста. При воздействии же на материалы низкотемпературной плазмы тлеющего разряда в токамаке Т-10 структура поверхности остается ламинарной, без выраженной неоднородности и гранулярности. Фрактального роста поверхности не наблюдается [18].

Наблюдаемые нами показатели Хёрста от 0.78 до 0.83 соответствуют фрактальной размерности поверхности $d_f = 2.22{-}2.17$. Отметим, что эта величина сравнима с фрактальной размерностью гранулярности (перколяции) многих типов твердых тел с нерегулярной структурой, наблюдаемой, например в металлических стеклах ($d_f = 2.31$), агрегатах кремния ($d_f = 2.27{-}2.65$), квази-кристаллах (см. [19, 20]). Характеристики всех таких материалов описываются степенными законами [19, 20]. При этом отмечаются иерархия атомных кластеров и дальние корреляции.

В исследованных нами материалах гранулярность наблюдается, начиная с нанометровых размеров (см. рис. 2c, d). Известно, что наноразмерные структурные элементы (например, нанокристаллиты) в неравновесном процессе в неупорядоченном твердом теле благодаря подвижности и адаптивности обеспечивают масштабную инвариантность распределения полей напряжения на микроскопическом и мезоскопическом уровнях: в тонких пленках при экстремальных условиях наблюдается масштабная инвариантность структуры (см., например, [21]).

Дальние корреляции обусловлены статистической неоднородностью – мультифрактальной структурой, описываемой спектром $D(h)$ (рис. 3) и нелинейным скейлингом ζ_q (рис. 4). Концепция мульти- фрактальности применяется в физике неупорядоченных сред (например, квантовых фазовых переходов), развитой турбулентности гидродинамических течений и т.д. Такие объекты и процессы описываются уравнениями в частных производных. Например, турбулентность описывается уравнениями Навье–Стокса. В нашем случае процесс фрактального роста поверхности с учетом осаждения материалов из турбулентной плазмы токамака (см. [1]) можно описать уравнением КПЖ (Kardar–Parisi–Zhang – KPZ, см. [22]), рассматривая в самой общей форме непрерывный процесс фрактального роста границы раздела фаз в случайных средах. Проблема существования симметрий масштабной инвариантности (симметрий Ли) уравнения КПЖ, эквивалентных симметриям уравнений, описывающих иные мультифрактальные объекты, в теории пока не исследована. Это оставляет открытым вопрос о причинах подобия статистических свойств ($D(h)$ и т.д.) исследованных нами материалов свойствам других исследованных природных объектов с мультифрактальной структурой (см. [12, 10]).

В математике мультифрактальный объект описывается каскадным механизмом формирования иерархии масштабов. В физике начало рассмотрению каскадных моделей положили работы А.Н. Колмогорова по турбулентности [23, 10]. С недавнего времени каскадные модели применяются для описания многих стохастических систем в физике. Так, в физике твердого тела [16, 17] формирование фрактальности кластеров связывается с универсальным каскадным механизмом образования центров разрушения при высокой степени неравновесности (большой плотности поглощенной энергии) в системе, когда акустическая разгрузка облученного объекта не обеспечивает релаксации. Данный механизм следует учитывать наряду с указанным выше механизмом фрактального роста при рассмотрении осаждения эродированного материала из турбулентной высокотемпературной плазмы [1]. Он обеспечивает формирование сложной фрактальной структуры поверхности материалов, исследованных в данной работе.

5. Заключение. Итак, нами проведены микроскопические исследования фрактальных пленок, сформированных под воздействием высокотемпературной плазмы токамака. Стохастический рельеф пленок исследован статистическими методами на базе ~ 0.2 мм с разрешением в плоскости сканирования до 20 нм. Зарегистрировано самоподобие структуры поверхности от наномасштабов до макромасштабов. Обнаружено свойство расширенной автомодельности рельефа как свидетельство дальних корреляций, обусловленных статистически неоднородной кластеризацией. Определенные в работе параметры статистической неоднородности (уширение спектра мультифрактальности от 0.55 до 0.95) находятся в диапазоне, наблюдаемом для типичных мультифрактальных объектов и процессов в природе.

Работа выполнена при поддержке Росатома РФ.

1. В. П. Будаев, Л. Н. Химченко, ЖЭТФ **131**, 711 (2007).
2. В. И. Крауз, Ю. В. Мартыненко, Н. Ю. Свечников и др., УФН **180**, 1055 (2010).
3. Б. М. Смирнов, УФН **161**, 171 (1991).
4. J. Feder, *Fractals*, Plenum Press, N.-Y.–London, 1998.
5. В. П. Будаев, Л. Н. Химченко, *Вопросы атомной науки и техники*, сер. *Термоядерной синтез* **3**, 34, (2008).
6. А. В. Булинский, А. Н. Ширяев, *Теория случайных процессов*, М.: Физматлит, 2005, 408 с.
7. A. Arneodo, E. Bacry, and J. F. Muzy, J. Math. Phys. **39**, 4142 (1998).
8. S. Mallat, *A Wavelet Tour of Signaling Processing*, Academic Press, San Diego, 1998.
9. J. F. Muzy, J. Delour, and E. Bacry, Eur. Phys. J. B **17**, 3, 537 (2000).
10. В.П. Будаев, С. П. Савин, Л. М. Зелёный, УФН **181**, 905 (2011).
11. A. Arneodo, S. Manneville, and J. F. Muzy, Phys. Rev. Lett. **80**, 708 (1998).
12. J. F. Muzy, E. Bacry, and A. Arneodo, Phys. Rev. Lett. **67**, 3515 (1991).
13. E. Bacry, J. F. Muzy, and A. Arneodo, J. Stat Phys. **70**, 635 (1993).
14. U. Frish, Turbulence: *The Legacy of A. N. Kolmogorov*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
15. B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman & Company, 1982.
16. Р. И. Илькаев, В. Т. Пунин, А. Я. Учаев и др., ДАН **393**, 3, 326 (2003).
17. Р. И. Илькаев, А. Я. Учаев, С. А. Новиков и др., ДАН **384**, 3, 328 (2002).
18. S. A. Grashin, I. I. Arkhipov, V. P. Budaev et al., 38th EPS Conf. Plasma Phys., Strasbourg P2.062 (2011).
19. D. Ma, A. D. Stoica, and X.-L. Wang, Nature Materials **8**, 30 (2009).
20. M. Fratini, N. Poccia, A. Ricci et al., Nature **466**, 841 (2010).
21. Л. И. Квеглис, В. А. Середкин, А. В. Кузовников, Письма в ЖЭТФ **82**, 23 (2005).
22. A. L. Barabasi and H. E. Stanley, *Fractal Concepts in Surface Growth*, Cambridge, University Press, 1995.
23. А. Н. Колмогоров, ДАН СССР **30**, 9 (1941).