Письма в ЖЭТФ, том 95, вып. 5, с. 296 – 301 © 2012 г. 10 марта

Нерезонансные каналы прозрачности двухбарьерной наносистемы в электромагнитном поле произвольной напряженности

Н. В. Ткач[1)], *Ю. А. Сети*

Черновицкий национальный университет им. Федьковича, 58012 Черновцы, Украина

Поступила в редакцию 11 января 2012 г.

После переработки 30 января 2012 г.

На основе точного решения полного одномерного уравнения Шредингера предложена теория квазистационарного спектра системы электронов, взаимодействующих с высокочастотным электромагнитным полем произвольной напряженности в двухбарьерной резонансно-туннельной наноструктуре. Показано, что причиной образования нерезонансных каналов прозрачности плоской двухбарьерной резонансно-туннельной структуры является возникающая вследствие взаимодействия электронов с электромагнитным полем суперпозиция определенного квазистационарного состояния с первыми полевыми резонансными гармониками обоих ближайших к нему состояний.

Введение. Интерес к исследованию резонансно-туннельных наносистем обусловлен как известным практическим применением их в квантовых каскадных лазерах, детекторах и других наноприборах [1–5], так и новыми свойствами и явлениями, представляющими интерес для фундаментальной физики.

Как известно, теория транспорта электронных потоков сквозь резонансно-туннельные структуры (РТС) детально разрабатывалась в малосигнальном приближении [6–9]. В работах [10–12] также исследовались зависимости свойств баллистического транспорта электронов сквозь нано РТС и от напряженности электрической составляющей электромагнитного поля.

В частности, в недавно опубликованной работе [13] развитым ранее автором пертурбационным методом были исследованы особенности транспорта электронов сквозь двухбарьерную РТС (ДБРТС) вблизи резонансных уровней с учетом сильного взаимодействия с электромагнитным полем. Было обнаружено, что с увеличением амплитуды поля резонансный уровень сначала расширяется, а затем расщепляется, образуя два прозрачных канала. Физическая причина расщепления не обсуждалась.

Цель предлагаемой работы состоит в том, чтобы на базе точного решения полного уравнения Шредингера исследовать баллистический транспорт электронов сквозь ДБРТС в электромагнитном поле произвольной напряженности. При этом будет показано, что причиной образования нерезонансных каналов прозрачности ДБРТС является возникающая вследствие взаимодействия электронов с электромагнитным полем суперпозиция определенного квазистационарного состояния (КСС) с первыми полевыми резонансными гармониками обоих ближайших к нему квазистационарных состояний.

[1)]e-mail: ktf@chnu.edu.ua

Аналитические и численные расчеты. Рассмотрим плоскую симметричную двухбарьерную наноструктуру в однородном высокочастотном (ВЧ) электромагнитном поле $\mathcal{E}(t) = 2\mathcal{E}\cos(\omega t)$ произвольных величины напряженности $\mathcal{E}$ и частоты ω. Для определенности будем предполагать, что моноэнергетический поток электронов с энергией E падает на ДБРТС слева (вдоль оси z), перпендикулярно ее слоям.

Пренебрегая рассеянием внутри РТС, запишем нестационарное уравнение Шредингера для исследуемой системы, считая движение электрона одномерным:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(z,t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + U(z) + H_{\rm int} + \frac{2(e\mathcal{E})^2}{m\omega^2}\sin^2(\omega t)\right]\Psi(z,t)\,. \quad (1)$$

Здесь гамильтониан системы содержит кинетическую энергию электрона (первое слагаемое), его потенциальную энергию в ДБРТС в типичной [11–13] δ-барьерной аппроксимации:

$$U(z) = U\Delta[\delta(z) + \delta(z-a)]\,, \quad (2)$$

потенциальную энергию взаимодействия электрона с электромагнитным полем

$$H_{\rm int} = -e\mathcal{E}(t)\{z[\theta(z) - \theta(z-a)] + a\theta(z-a)\}, \quad (3)$$

и потенциальную энергию поля (четвертое слагаемое); e, m – заряд и эффективная масса электрона;

U, Δ – высота и ширина потенциальных барьеров; a – ширина потенциальной ямы.

Заметим, что гамильтониан (1) системы электронов, взаимодействующих с ВЧ-полем в РТС, полный. В него включены и энергия взаимодействия, описываемая линейным по напряженности $\mathcal{E}$ поля слагаемым (точное решение с которым известно из работы [12]), и энергия самого поля, описываемая квадратичным по напряженности слагаемым. Квадратичные по $\mathcal{E}$ вклады от обоих этих слагаемых гамильтониана в точную волновую функцию оказываются равными между собой.

Уравнение (1) во внутренней области ($0 < z < a$) ДБРТС имеет два точных линейно независимых решения:

$$\psi^{\pm}(z,t) = \exp\left\{ \pm ik_0\left[z + \frac{2e\mathcal{E}}{m\omega^2}\cos(\omega t)\right] - \right. \tag{4}$$
$$\left. -\frac{i}{\hbar}\left[Et - \frac{2e\mathcal{E}z}{\omega}\sin(\omega t) + \frac{2(e\mathcal{E})^2}{m\omega^2}\left(1 - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega t}\right)t\right]\right\},$$

которые описывают прямую и обратную волны с квазиимпульсом $k_0 = \hbar^{-1}\sqrt{2mE}$. Вне РТС решения, очевидно, упрощаются. Поэтому точная волновая функция системы как линейная комбинация обоих решений (4) с учетом разложения всех периодических функций в ряды Фурье и с учетом суперпозиции со всеми полевыми гармониками может быть представлена в виде

$$\Psi(E,\omega,z,t) = $$
$$= \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \psi^{+}(E+p\Omega,\omega,z,t) + \psi^{-}(E+p\Omega,\omega,z,t)\,, \tag{5}$$

где

$$\psi^{\pm}(E+p\Omega,\omega,z,t) =$$
$$= e^{-\frac{i}{\hbar}(E+p\Omega)t}\frac{\sin(2\pi\alpha\beta^2)}{\pi}\sum_{n_1,n_2=-\infty}^{+\infty}\frac{(-1)^{n_1}j_{n_2}(\alpha\beta^2)}{n_1+2\alpha\beta^2}\times$$
$$\times f(\pm k_p,\omega,z,t)e^{\pm ik_p z + i(n_1+2n_2)\omega t}, \tag{6}$$

$$f(\pm k_p,\omega,z,t) = A^{\pm}_{0p}\theta(-z) + A^{\pm}_{1p}\frac{\sin(2\pi\alpha\beta^2)}{\pi}\times$$
$$\times\sum_{n_3,n_4,n_5,n_6=-\infty}^{+\infty}\frac{i^{2n_3\pm n_5}}{n_3+2\alpha\beta^2}j_{n_4}(\alpha\beta^2)j_{n_5}(4\alpha\beta a k_p)\times$$
$$\times j_{n_6}\left(2\beta\frac{z}{a}\right)e^{i(n_3+2n_4\mp n_5+n_6)\omega t}[\theta(z)-\theta(z-a)] +$$
$$+ A^{\pm}_{2p}\sum_{n_3=-\infty}^{+\infty} j_{n_3}(2\beta)e^{in_3\omega t}\theta(z-a)\,, \tag{7}$$

а j_n – функция Бесселя n-го порядка. Здесь введены удобные компактные обозначения:

$$\Omega = \hbar\omega;\quad U_a = e\mathcal{E}a;\quad \alpha = \frac{\hbar^2k_a^2}{2m\Omega};\quad \beta = \frac{U_a}{\Omega};$$
$$k_p = \hbar^{-1}\sqrt{2m(E+p\Omega)};\qquad k_a = a^{-1}\,, \tag{8}$$

имеющие очевидный физический смысл: α – кинетическая энергия электрона с квазиимпульсом k_a, β – потенциальная энергия взаимодействия электрона с полем напряженности $\mathcal{E}$ в единицах энергии поля Ω.

Все неизвестные коэффициенты разложения ($A^{\pm}_{(0,1,2)p}$) однозначно определяются условиями непрерывности волновых функций и потоков их плотностей на границах сред ($z = 0, a$) в произвольный момент времени t:

$$\Psi(E,\omega,+\eta,t) = \Psi(E,\omega,-\eta,t)\quad(\eta\to 0);$$
$$\frac{\partial}{\partial z}\Psi(E,\omega,z,t)|_{z=+\eta} - \frac{\partial}{\partial z}\Psi(E,\omega,z,t)|_{z=-\eta} =$$
$$= \frac{1}{a}\left[\frac{U\Delta}{\alpha\Omega a} + 4i\beta\sin(\omega t)\right]\Psi(E,\omega,0,t)\,;$$
$$\Psi(E,\omega,a+\eta,t) = \Psi(E,\omega,a-\eta,t)\,;$$
$$\frac{\partial}{\partial z}\Psi(E,\omega,z,t)|_{z=a+\eta} - \frac{\partial}{\partial z}\Psi(E,\omega,z,t)|_{z=a-\eta} =$$
$$= \frac{U\Delta}{\alpha\Omega a^2}\Psi(E,\omega,a,t)\,, \tag{9}$$

а значит, и в отдельности для каждой гармоники p.

С учетом монохроматичности падающего на ДБРТС электронного потока по основному каналу ($p = 0$), т.е. отсутствия каких-либо иных падающих на систему потоков по всем другим каналам ($p \neq 0$), нужно положить $A^{+}_{0p\neq 0} = A^{-}_{2p} = 0$.

Система (9) содержит бесконечное число уравнений из-за бесконечного числа гармоник. В практических расчетах можно ограничиться необходимым достаточно большим числом положительных (N^{+}) и отрицательных (N^{-}) гармоник, учитывая, что количество последних ограничивается количеством так называемых открытых каналов, определяемых физически очевидным условием: $N^{-} < [E/\Omega]$.

Вычислив плотности электронных потоков вперед (J^{+}) и назад (J^{-}) на входе ($z = 0$) и на выходе ($z = a$) РТС, коэффициент прозрачности наноструктуры согласно [14] можно определить через парциальные слагаемые:

$$D(E,\omega) = \sum_{p=-N^{-}}^{N^{+}}\frac{J^{+}(E+p\Omega,\omega,a)}{J^{+}(E,\omega,0)}\,. \tag{10}$$

Найденный коэффициент прозрачности ДБРТС (10) позволяет определить основные и

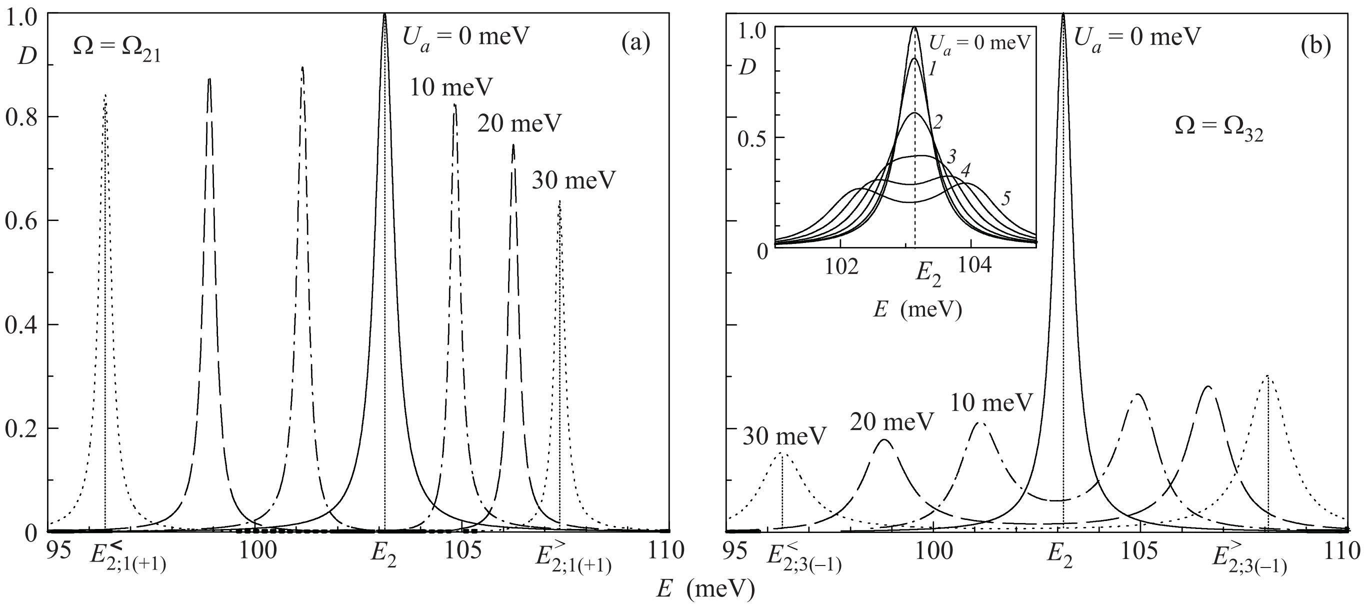

Рис. 1. Зависимости D от E в окрестности энергии E_2 при разных значениях напряженности поля U_a: $\Omega = \Omega_{21} = 77.4$ мэВ (a); $\Omega = \Omega_{32} = 129.0$ мэВ (b)

произвольное количества сателлитных КСС системы электронов, взаимодействующих с ВЧ-полем произвольных напряженности $\mathcal{E}$ и частоты ω.

Из приведенной теории следует, что взаимодействие электрона с ВЧ-полем в ДБРТС, кроме перенормировки чисто электронных КСС, должно приводить к появлению сателлитных КСС, соответствующих всем возможным полевым гармоникам. В связи с этим следует ожидать, что если какое-либо сателлитное КСС одного электронного состояния будет резонировать с другим электронным состоянием, то в системе будут возникать смешанные КСС, которые должны проявляться в виде соответствующих максимумов коэффициента прозрачности.

Расчет коэффициента прозрачности выполнялся на примере ДБРТС $In_{0.52}Al_{0.48}As/In_{0.53}Ga_{0.47}As$ с параметрами, типичными для экспериментально исследуемых наногетеросистем [2, 5]: $m = 0.043m_e$, $U = 516$ мэВ, $a = 18$ нм, $\Delta = 9$ нм, m_e – масса электрона в вакууме.

На рис. 1 приведены зависимости коэффициента прозрачности D от энергии электрона E в окрестности резонансной энергии (E_2) второго КСС при двух фиксированных энергиях поля: $\Omega_{21} = E_2 - E_1$ (рис. 1a), $\Omega_{32} = E_3 - E_2$ (рис. 1b), соответствующих разностям резонансных энергий, при нескольких значениях напряженности поля ($\mathcal{E}$, или $U_a = e\mathcal{E}a$).

Из вставки на рис. 1b видно, что с увеличением напряженности поля первоначальная (при $U_a = 0$ мэВ) лоренцева форма коэффициента $D(E)$ деформируется: сначала максимум D, постепенно уменьшаясь, расширяется, а затем появляются два максимума, расстояние между которыми увеличивается.

Два максимума D на рис. 1a соответствуют резонансным энергиям двух КСС, которые являются суперпозицией второго основного КСС (или нулевой гармоники) с первым положительным сателлитом (первая гармоника) от первого основного КСС. Так как резонансные энергии, соответствующие обоим максимумам D, либо только меньше $(E^{<}_{2;1(+1)})$, либо только больше $(E^{>}_{2;1(+1)})$ величины E_2, для них целесообразно ввести предложенные очевидные обозначения.

Аналогично два максимума D на рис. 1b соответствуют резонансным энергиям КСС, которые являются суперпозицией второго основного КСС с первым отрицательным сателлитом с энергией поля Ω_{32} от третьего основного КСС. Соответствующие пикам $D(E)$ энергии также либо только меньше $(E^{<}_{2;3(-1)})$, либо только больше $(E^{>}_{2;3(-1)})$ величины E_2.

Из вставки на рис. 1b видно, что комплексное КСС, являющееся суперпозицией основного и сателлитного состояний, достаточно хорошо разделяется при таких напряженностях поля, при которых $E^{>}_{2;3(-1)} - E^{<}_{2;3(-1)} \geq \Gamma_2$, где Γ_2 – резонансная ширина второго КСС в отсутствие поля.

Из приведенных на рис. 2 зависимостей резонансных энергий комплексных состояний от энергии поля Ω видно, что в окрестностях Ω_{21} (рис. 2a) и Ω_{32} (рис. 2b) они имеют характер антикроссин-

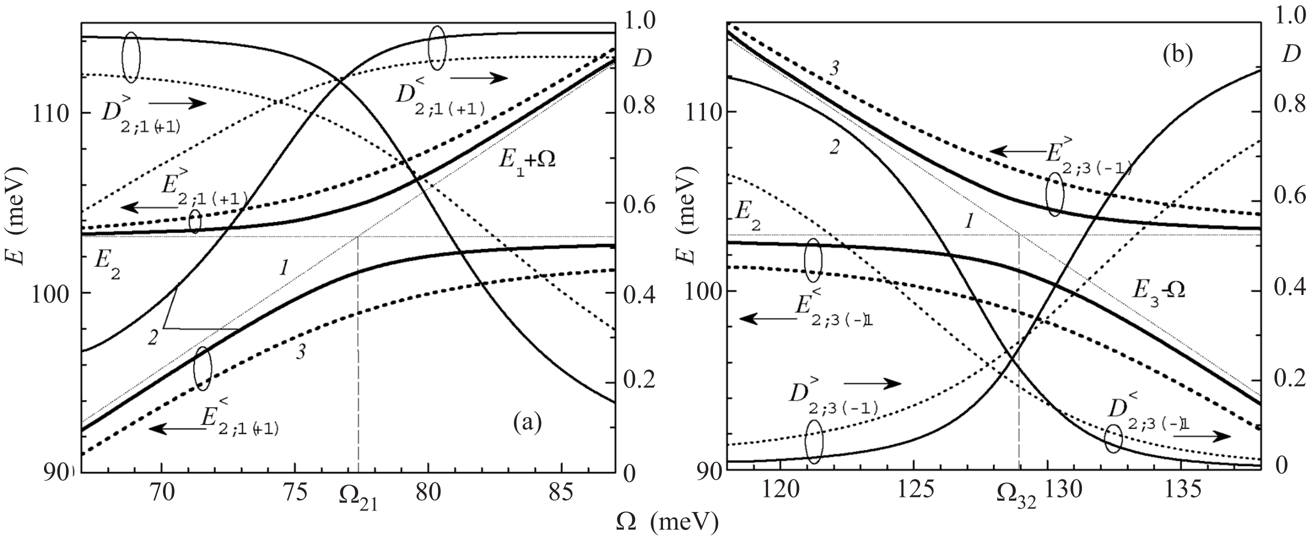

Рис. 2. Зависимости энергий $E^{\gtrless}_{2;1(+1)}$, $E^{\gtrless}_{2;3(-1)}$ комплексных КСС электрона в окрестности E_2 и коэффициента прозрачности D от энергии поля Ω при разных значениях напряженности поля U_a [мэВ]: *1* – 0; *2* – 10; *3* – 20, в окрестности Ω_{21} (a) и Ω_{32} (b)

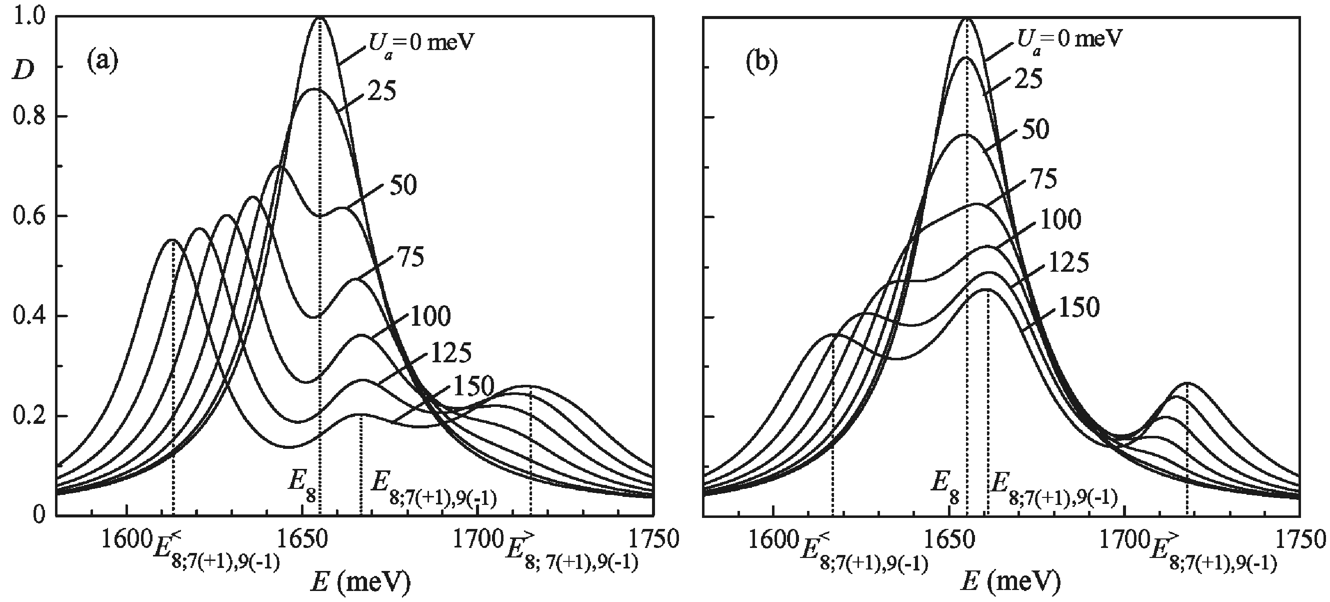

Рис. 3. Зависимости D от E в окрестности энергии E_8 при разных значениях напряженности поля U_a: $\Omega = \Omega_{78} = 388.8$ мэВ (a); $\Omega = \Omega_{98} = 441.1$ мэВ (b)

гов, размеры которых увеличиваются с увеличением напряженности поля U_a. При энергиях $E^{\gtrless}_{2;1(+1)}$, $E^{\gtrless}_{2;3(-1)}$ вблизи резонансных энергий поля (Ω_{21}, Ω_{32}) образуются комплексные состояния, создающие в ДБРТС два канала приблизительно или точно одинаковой прозрачности ($D(E^{>}_{2;1(+1)}) \approx D(E^{<}_{2;1(+1)})$, $D(E^{>}_{2;3(-1)}) \approx D(E^{<}_{2;3(-1)})$). С увеличением напряженности U_a энергии поля, при которых оба нерезонансных канала имеют одинаковую прозрачность ($D(E^{>}_{2;1(+1)}) = D(E^{<}_{2;1(+1)})$, $D(E^{>}_{2;3(-1)}) = D(E^{<}_{2;3(-1)})$), как и сами их величины, уменьшаются. В окрестности энергии E_2 пара каналов равной прозрачности, образованная суперпозицией второго основного и первой положительной гармоники от первого основного КСС (рис. 2a), более прозрачна, чем пара, образованная суперпозицией второго основного и первой отрицательной гармоники от третьего КСС (рис. 2b).

Формирование комплексных КСС и соответствующих им каналов прозрачности ДБРТС из- за взаимодействия с ВЧ-полем электронов в высоких возбужденных состояниях отличается от описанных ранее вследствие того, что резонансные ширины КСС (без поля) по величинам сравнимы не только между собой, но и с разностью резонансных энергий соседних КСС. Поэтому на шкале полевых энергий (Ω) в окрестности энергии n-го электронного КСС оказывается уже не одна гармоника от соседнего (нижнего или верхнего) КСС, а обе. Пример такой ситуации приведен на рис. 3. На нем показана эволюция коэффициента прозрачности как функции энергии E при разных значениях напряженности поля U_a в окрестности восьмого КСС.

Из рис. 3 видно, что с увеличением напряженности поля коэффициент прозрачности теряет лоренцеву форму. Затем в окрестности центрального максимума ($E_{8;7(+1),9(-1)}$) появляется низкоэнергетический максимум ($E^{<}_{8;7(+1),9(-1)}$), а потом и высокоэнергетический максимум ($E^{>}_{8;7(+1),9(-1)}$). Они сформированы суперпозицией восьмого КСС, первой положительной гармоники седьмого и первой отрицательной гармоники девятого КСС соответственно.

Как видно из рис. 4a, в окрестности энергии E_8 возникает комплекс КСС, энергии которых ($E^{<}_{8;7(+1),9(-1)}$, $E_{8;7(+1),9(-1)}$, $E^{>}_{8;7(+1),9(-1)}$) в зависимости от Ω образуют тройной антикроссинг, вырожденный при тех значениях Ω, при которых соответствующий максимум D исчезает (рис. 4b). В связи с этим в окрестности резонансных энергий высокоэнергетических КСС возможна реализация либо двух, либо трех нерезонансных каналов разной величины прозрачности.

Заключение. Итак, нами показано, что взаимодействие электронов в ДБРТС с ВЧ-полем резонансных энергий $\Omega_{n,n\pm1} = |E_n - E_{n\pm1}|$ образует комплексные КСС, которые являются суперпозицией n-го с положительной гармоникой $(n-1)$-го и с отрицательной гармоникой $(n+1)$-го КСС. Поэтому в окрестностях резонансных энергий низких КСС образуется по два нерезонансных канала достаточно высокой, но не абсолютной прозрачности ДБРТС при частотах поля $\omega \approx \hbar^{-1}|E_n - E_{n\pm1}|$, а высоких КСС – либо два (при $\omega \gtrsim \hbar^{-1}|E_n - E_{n\pm1}|$), либо три (при $\omega \lesssim \hbar^{-1}|E_n - E_{n\pm1}|$) канала.

Так как нерезонансные каналы прозрачности РТС в достаточно сильных электромагнитных полях могут существенно влиять на рабочие параметры приборов на их основе (квантовые каскадные лазеры, детекторы и т.п.), их существование необходимо учитывать при исследовании физических процессов, происходящих в таких наносистемах. Предложенный метод разложения в ряды Фурье точного решения полного уравнения Шредингера может быть применен, в частности, для расчета активной проводимости многослойных РТС в электромагнитных полях произвольной напряженности.

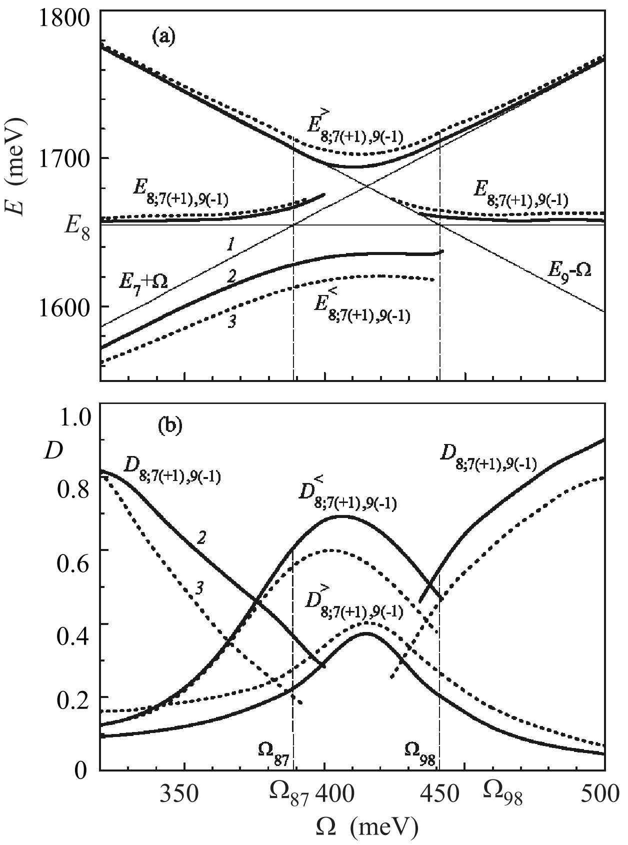

Рис. 4. Зависимости энергий $E^{\gtrless}_{8;7(+1),9(-1)}$, $E_{8;7(+1),9(-1)}$ комплексных КСС в окрестности E_8 (a) и коэффициента прозрачности D (b) от Ω при разных значениях напряженности поля U_a [мэВ]: *1* – 0; *2* – 100; *3* – 150

1. J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivcoet et al., Science **264**, 553(1994).
2. C. Gmachl, F. Capasso, D. L. Sivcoet et al., Rep. Prog. Phys. **64**, 1533 (2001).
3. D. Hofstetter, M. Beck, and J. Faist, Appl. Phys. Lett. **81**, 2683 (2002).
4. L. Gendron, M. Carras, A. Huynh et al., Appl. Phys. Lett. **85**, 2824 (2004).
5. F. R. Giorgetta, E. Baumann, M. Graf et al., J. Quantum Electronics **45**, 1039 (2009).
6. А. Б. Пашковский, Письма в ЖЭТФ **82**, 228 (2005).

7. В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **127**, 131 (2005).
8. В. Ф. Елесин, И. Ю. Катеев, М. А. Ремнев, ФТП **43**, 269 (2009).
9. Н. В. Ткач, Ю. А. Сети, ФТП **45**, 387 (2011).
10. В. Ф. Елесин, Ю. В. Копаев, ЖЭТФ **123**, 1308 (2003).
11. В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **124**, 379 (2003).
12. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, ФТП **34**, 334 (2000).
13. А. Б. Пашковский, Письма в ЖЭТФ **93**, 620 (2011).
14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, М.: Наука, 1981, с. 633.