Письма в ЖЭТФ, том 53, вып. 3, стр. 121 - 125 10 февраля 1991 г.

ПОПРАВКА ПОРЯДКА $O(\alpha_s^3)$ К $\sigma_{tot}(e^+e^- \to$ АДРОНЫ) В КХД

С.Г.Горишний, *А.Л.Катаев*, *С.А.Ларин*

Институт ядерных исследований АН СССР
117312, Москва

Поступила в редакцию 8 января 1991 г.

Приведены результаты полного пересчета поправки порядка $O(\alpha_s^3)$ в КХД к сечению аннигиляции электрон-позитронной пары в адроны. Поправка является отрицательной в стандартной схеме $\overline{MS}$. Кратко обсуждаются следствия полученных результатов. В частности, вычисляется соответствующая поправка к ширине распада $\tau \to \nu_\tau +$ адроны.

Два года назад был опубликован результат расчета поправки порядка $O(\alpha_s^3)$ к полному сечению аннигиляции e^+e^- в адроны [1]. Полученная поправка оказалась неожиданно большой. Однако, в процессе детального анализа источника доминирующего вклада в результаты [1] нами были обнаружены ошибки в использованной в вычислениях компьютерной программе [2], написанной на языке системы аналитических вычислений SCHOONSCHIP. Таким образом, полученные результаты и физические выводы работ [1], к сожалению, неверны.

В настоящей работе мы приводим основные результаты и выводы полного пересчета поправки порядка $O(\alpha_s^3)$ к $\sigma_{tot}(e^+e^- \to$ адроны) с помощью исправленной программы [2] (результаты были представлены на конференции [3]).

Непосредственный расчет был проведен в евклидовой области $Q^2 = -q^2 > 0$ для функции

$$D(Q^2) = Q^2 \int_0^\infty \frac{R(s)}{(s+Q^2)^2} ds. \tag{1}$$

Учет эффектов аналитического продолжения $D(Q^2)$ в физическую область приводит к появлению в $R(s)$ в интересующем нас порядке теории возмущений дополнительного члена, пропорционального π^2 :

$$R(s) = D(s) - \sum_f Q_f^2 \pi^2 \frac{\beta_0^2}{3} (\alpha_s/\pi)^3, \tag{2}$$

где β_0 - первый коэффициент β-функции КХД, для которой известно трехпетлевое выражение в MS-подобных схемах [4]:

$$\frac{1}{\pi}\mu^2\frac{d\alpha_s}{d\mu^2} = \beta(\alpha_s) = -\beta_0(\alpha_s/\pi)^2 - \beta_1(\alpha_s/\pi)^3 - \beta_2(\alpha_s/\pi)^4, \tag{3}$$

где $\beta_0 = (11 - 2/3f)/4$, $\beta_1 = (102 - 38/3f)/16$, $\beta_2 = (2857/2 - 5033/18f + 325/54f^2)/64$.

С учетом поправки порядка $O(\alpha_s^3)$ перенормированное выражение для $R(s)$ имеет следующий вид:

$$R(s) = 3\Sigma Q_f^2\{1 + \alpha_s/\pi + (a_1 - a_2\ln(s/\mu^2))(\alpha_s/\pi)^2 +$$

$$+(b_1 - b_2\ln(s/\mu^2) + b_3\ln^2(s/\mu^2))(\alpha_s/\pi)^3\} - (\Sigma Q_f)^2 c_1(\alpha_s/\pi)^3. \tag{4}$$

В схеме $\overline{MS}$ трехпетлевой коэффициент порядка $O(\alpha_s^2)$ не велик [5]: $a_1 = 1,986 - 0,115f$. Для нахождения поправки порядка $O(\alpha_s^3)$ потребовалось вычислить контрчлены более 100 четырехпетлевых диаграмм, дающих вклад в фотонный пропагатор в КХД. Методика вычислений детально описана в работах [5]. Расчеты проводились с помощью исправленной нами упоминавшейся выше компьютерной программы MINCER [2]. Эта программа реализует алгоритм интегрирования по частям в размерной регуляризации [6]. Отметим, что часть диаграмм, дающих вклад в фотонный пропагатор в КЭД и соответственно в четырехпетлевую β-функцию КЭД, пересчитывалась на двух разных компьютерах [7]. При этом использовались, во-первых, оригинальная программа MINCER [2], реализованная на первоначальной версии системы аналитических вычислений SCHOONSCHIP [8] на компьютере CDC-6500 в ОИЯИ и, во-вторых, модификация [9] программы [2] для IBM-версии SCHOONSCHIP, реализованная на компьютере ЕС-1037 в ИЯИ. Что касается чисто хромодинамических диаграмм, то они были пересчитаны нами с помощью программы [2].

Приведем численные значения исправленных нами коэффициентов в (4) в схеме $\overline{MS}$:

$$b_1 = -6,637 - 1,200f - 0,005f^2, \quad c_1 = 1,239, \tag{5}$$

а также коэффициентов перед логарифмическими членами: $a_2 = 2,75 - 0,167f$, $b_2 = 17,298 - 2,086f + 0,038f^2$, $b_3 = 7,562 - 0,917f + 0,028f^2$. Последние коэффициенты могут быть получены также с помощью ренормгрупповых соотношений: $a_2 = \beta_0$, $b_2 = \beta_1 + 2\beta_0 a_1$, $b_3 = \beta_0^2$.

Таким образом, коэффициент при члене α_s^3 оказался численно не очень большим. Отметим интересный факт, что величина этого коэффициента набирается в основном за счет отрицательного члена, возникающего вследствие аналитического продолжения из евклидовой области в физическую область энергий.

Применение ренормгруппы к (4) эквивалентно занулению логарифмических членов и замене $\alpha_s(\mu^2)$ на $\alpha_s(s)$. Бегущая константа связи может быть выражена через логарифм $L = \ln(s/\Lambda^2_{\overline{MS}})$ следующим образом:

$$\frac{\alpha_s}{\pi} = \frac{1}{\beta_0 L} - \frac{\beta_1\ln L}{\beta_0^3 L^2} + \frac{1}{\beta_0^5 L^3}(\beta_1^2\ln^2 L - \beta_1^2\ln L + \beta_2\beta_0 - \beta_1^2). \tag{6}$$

Чтобы рассмотреть влияние вычисленной поправки на определение параметра Λ из фита эксперимента, представим отношение $R(s)$ для случая пяти активных кварковых ароматов:

$$R(s)=\frac{11}{3}\left(1+\frac{\alpha_s}{\pi}+1,409\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2-12,805\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^3\right). \tag{7}$$

В работе [10] из фита экспериментальных данных e^+e^--коллайдеров в области энергий 7-57 ГэВ было получено следующее значение для вклада КХД в сечение e^+e^- аннигиляции $r=\frac{3}{11}R(34\text{ ГэВ})\simeq 1,056\pm0,058$. В порядке $O(\alpha_s^2)$ оно дает значение $\alpha_s(34\text{ ГэВ})\approx 0,158\pm0,020$, которое соответствует $\Lambda_{\overline{MS}}\approx 440^{+300}_{-230}$ МэВ [10]. Отметим, что результаты [10] в пределах ошибок согласуются с результатами аналогичного фита [11].

Хорошо известно, что члены порядка α_s^2 абсолютно необходимы для корректного определения Λ, так как именно они фиксируют схему перенормировок. Поэтому вычисленный нами член порядка α_s^3 может быть использован для оценки теоретической неопределенности значения Λ, извлекаемого из фита. Учет отрицательной поправки $O(\alpha_s^3)$ и использование выражения (6) для α_s приводит к увеличению значений константы $\alpha_s(34\text{ ГэВ})\approx 0,170\pm0,025$ и параметра $\Lambda_{\overline{MS}}\approx 570^{+450}_{-320}$. Видно, что учет нашей поправки увеличивает значение Λ примерно на 30%, что и составляет в данном случае теоретическую неопределенность значения Λ. При этом интервал ошибок также увеличивается. Таким образом, экспериментальные ошибки в определении параметра Λ доминируют в настоящее время над теоретическими неопределенностями КХД вкладов в области высоких энергий.

Рассмотрим теперь поведение ряда теории возмущений (7). Для значения $\alpha_s\approx 0,17$ и $f=5$ имеем:

$$r(34\text{ ГэВ})-1\approx 0,054+0,004-0,002. \tag{8}$$

По всей видимости, ряды теории возмущений в КХД являются асимптотическими. Можно надеяться, что ошибка оборванного ряда КХД определяется последним учтенным членом. Поэтому ошибка правой части (8), (в которой содержатся только вклады членов, содержащих α_s) может быть оценена величиной $\approx 4\%$. Однако следует отметить возникновение вопроса о знаках дальнейших членов этого ряда теории возмущений.

Обсудим теперь случай низких энергий (т.е. больших значений α_s). В этой области данные e^+e^--коллайдеров могут быть обработаны либо с помощью конечноэнергетических правил сумм [12]:

$$R_k=\int_0^{s_0}R(s)s^k ds=\frac{s_0^{k+1}}{k+1}\{1+(\alpha_s/\pi)+(\alpha_s/\pi)^2(a_1+a_2/(k+1))+$$

$$+(\alpha_s/\pi)^3(b_1+b_2/(k+1)+2b_3/(k+1)^2)\},\quad \alpha_s=\alpha_s(s_0) \tag{9}$$

либо с помощью борелевских правил сумм [13]:

$$M_n=\frac{1}{M^2}\int_0^\infty R(s)e^{-s/M^2}(s/M^2)^n ds. \tag{10}$$

В частности, при $f=3$ вклады теории возмущений в первые два борелевских правила сумм имеют вид

$$M_0-1=\alpha_s/\pi+(\alpha_s/\pi)^2 2,939+(\alpha_s/\pi)^3 6,297, \tag{11}$$

$$M_1 - 1 = \alpha_s/\pi + (\alpha_s/\pi)^2 0,690 - (\alpha_s/\pi)^3 10,924, \tag{12}$$

где $\alpha_s = \alpha_s(M^2)$. Заметим, что член порядка α_s^3 ряда (12) становится сравнимым с предыдущим членом при $\alpha_s \approx 0,2$. Поэтому для значения $\alpha_s \approx 0,4$, достигаемом, например, в процессе обработки [14,15] возникает проблема учета вычисленной поправки. В случае рассмотрения самой величины $R(s)$ подобная ситуация реализуется для $f = 3$ при $\alpha_s \approx 0,5$, для $f = 4$ при $\alpha_s \approx 0,4$ и для $f = 5$ при $\alpha_s \approx 0,35$. Если предположить, что в этих случаях асимптотический режим рядов начинается с поправок порядка α_s^3, то учет этих поправок может ухудшать точность полученных приближений и значений параметра Λ.

Применим теперь полученную поправку для вычисления аналогичного приближения полуадронной ширины распада τ-лептона, а точнее величины $R_\tau = \Gamma(\tau^- \to \nu_\tau +$ адроны$)/\Gamma(\tau^- \to \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e)$. Известно, что эта величина может быть использована для определения α_s в низкоэнергетической области [16,17], так как непертурбативные КХД поправки к ней оказываются малыми. Выражение для R_τ имеет вид

$$R_\tau = 2 \int\limits_0^{M_\tau^2} \frac{ds}{M_\tau^2}(1 - s/M_\tau^2)^2(1 + 2s/M_\tau^2)\tilde{R}(s), \tag{13}$$

где M_τ - масса τ-лептона; $\tilde{R}(s)$ есть $R(s)$, определенное в (4), в котором $3\Sigma Q_f^2$ заменено на $3\Sigma|V_{ff'}|^2$ и $(\Sigma Q_f)^2$ положена равной нулю (здесь $V_{ff'}$ - элементы матрицы Кобаяши - Маскавы, и в случае τ-лептона для трех ароматов сумма есть $|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 \simeq 1$). Данное выражение есть ничто иное как конечноэнергетическое правило сумм. Используя формулу интегрирования (10) и результаты (5) находим

$$R_\tau = 3(1 + \alpha_s/\pi + 5,20(\alpha_s/\pi)^2 + 26,38(\alpha_s/\pi)^3), \tag{14}$$

где $\alpha_s = \alpha_s(M_\tau^2)$.

С учетом вклада электрослабых поправок [18] этот результат может быть использован для детального сравнения теоретических предсказаний с экспериментом, в частности, с возможными в будущем данными $c - \tau$-фабрик.

Мы благодарны В.А.Матвееву, А.Н.Тавхелидзе и Д.В.Ширкову за поддержку работы и полезные обсуждения. Мы также признательны сотрудникам теоретического отдела ИЯИ, в особенности К.Г.Четыркину, и сотрудникам ЛТФ ОИЯИ за полезные обсуждения.

Литература

1. Горишний С.Г., Катаев А.Л., Ларин С.А. Письма в ЖЭТФ, 1988, 48, 7; Gorishny S.G., Kataev A.L., Larin S.A. Phys. Lett. B, 1988, 212, 238.

2. Горишний С.Г., Ларин С.А., Ткачев Ф.В. Препринт ИЯИ, П-0330, 1984.

3. Gorishny S.G., Kataev A.L., Larin S.A. First International Triangle Workshop CERN-IHEP-JINR "Standard Model and Beyond", Dubna, 1-5 October, 1990

4. Tarasov O.V., Vladimirov A.A., Zharkov A.Yu. Phys. Lett. B, 1980, 93, 429

5. Chetyrkin K.G., Kataev A.L., Tkachov F.V. Phys. Lett. B, 1979, 85, 277; Nucl. Phys. B, 1980, 174, 345; Preprint INR P-0170, 1980.

6. Tkachov F.V. Phys. Lett. B, 1981, 100, 65; Chetyrkin K.G., Tkachov F.V. Nucl. Phys. B, 1981, 192, 159.

7. Gorishny S.G., Kataev A.L., Larin S.A., Surguladze L.R. Preprint Ecole Polytechnique A021.1190, 1990; Phys. Lett. B (submitted); In: Proceedings of the International Seminar Quarks-90, May 15-19, Telavi; World Scientific, to be published.

8. Veltman M. "SCHOONSCHIP, a CDC 6600 program for Symbolic Evaluation of Algebraic Expressions", CERN report, 1967.

9. Gorishny S.G., Larin S.A., Surguladze L.R., Tkachov F.V. Comput. Phys. Commun., 1989, 55, 381.

10. D'Agostini G., De Boer W., Grindhammer G. Phys. Lett. B, 1989, 229, 160.

11. Marshall R. Zeit. Phys. C, 1989, 43, 595.

12. Chetyrkin K.G., Krasnikov N.V., Tavkhelidze A.N. Phys. Lett. B, 1978, 76, 83.

13. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. Nucl. Phys. B, 1979, 147, 385.

14. Eidelman S.I., Kurdadze L.M., Vainshtein A.I. Phys. Lett. B, 1979, 82, 278.

15. Grozin A.G., Pinelis Yu.F. Mod. Phys. Lett. A, 1988, 3, 725.

16. Braaten E. Phys. Rev. Lett., 1988, 60, 1606; Phys. Rev. D, 1989, 39, 1458.

17. Narison S., Pich A. Phys. Lett. B, 1988, 211, 183.

18. Marciano W., Sirlin A. Phys. Rev. Lett., 1988, 61, 1815.