Письма в ЖЭТФ, том 95, вып. 8, с. 462 – 466

Отрицательное магнетосопротивление при прыжковой проводимости по состояниям p-типа в квантовых точках

А. В. Шумилин[1)]

Физико-технический институт им. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 25 ноября 2011 г.

После переработки 14 марта 2012 г.

Рассмотрено магнетосопротивление при прыжковой проводимости в системе квантовых точек с числом заполнения $2 < \nu < 3$ в пределе малого размера квантовых точек. В этом случае прыжковая проводимость определяется состояниями p-типа. Показано, что при этом в системе существует механизм отрицательного магнетосопротивления, связанный с изменением волновых функций p-состояний в магнитном поле. Этот механизм магнетосопротивления линеен по магнитному полю в определенной области полей и может конкурировать с известным ранее интерференционным механизмом магнетосопротивления. Величина такого магнетосопротивления не зависит от температуры при достаточно малых температурах и увеличивается с уменьшением размера квантовой точки.

1. Введение. Обычно прыжковый механизм проводимости наблюдается в компенсированных полупроводниках при низких температурах. Тем не менее такая проводимость может существовать и в других системах с локализованными электронами. В данной работе рассматривается одна из таких систем – массив случайно расположенных квантовых точек.

Прыжковая проводимость в этой системе исследовалась теоретически и экспериментально в работах [1–3]. Кроме того, в работах [4–6] экспериментально исследовалось магнетосопротивление в массиве квантовых точек с прыжковой проводимостью. Отметим, что результаты [6] плохо описываются с помощью существующей на сегодняшний день теории. Это указывает на необходимость дополнительного теоретического исследования прыжковой проводимости и магнетосопротивления в массивах квантовых точек.

Большинство результатов, относящихся к прыжковой проводимости и магнетосопротивлению в режиме прыжковой проводимости, может быть напрямую перенесено с обычных компенсированных полупроводников на проводимость по квантовым точкам. В случае температурной зависимости сопротивления такой перенос обоснован в работе [2]. Для интерференционного механизма магнетосопротивления [7, 8] (которым обычно описывается отрицательный участок магнетосопротивления) подобный перенос может быть обоснован тем, что в работах [7, 8] нигде не была учитана природа локализованных состояний и рассеивающих центров.

[1)]e-mail: AVShumilin@mail.ioffe.ru

Тем не менее в системе квантовых точек могут существовать и новые явления, которых нет в обычных легированных полупроводниках. В данной работе нам будет важен следующий факт. В обычном компенсированном полупроводнике среднее число заполнения ν (среднее число электронов на одном центре) всегда меньше единицы. В случае, когда в проводимости участвует верхняя зона Хаббарда, возможны значения $1 < \nu < 2$. В системе квантовых точек значение ν может быть, вообще говоря, любым. В частности, в образцах, исследованных в [4], реализовывались значения $\nu = 2.3$ и 2.8. В нашей работе мы будем рассматривать системы со значением $2 < \nu < 3$.

Ключевое отличие таких систем от обычных полупроводников заключается в том, что (по крайней мере, в пренебрежении электрон-электронным взаимодействием) первые два электрона на центре находятся в сферических s-состояниях, в то время как третий электрон находится в существенно несферическом p-состоянии. В приближении малой квантовой ямы энергия размерного квантования больше энергии электрон-электронного взаимодействия. Поэтому можно ожидать, что наименьшей энергией связи будет обладать именно электрон в p-состоянии. Такие электроны должны обладать наибольшим радиусом локализации, и прыжковая проводимость при $2 < \nu < 3$ будет определяться именно ими.

Основная задача данной работы заключается в том, чтобы определить, как факт проводимости по p-состояниям сказывается на магнетосопротивлении в режиме прыжковой проводимости. Мы покажем, что несферическая форма волновых функций может приводить к новому механизму отрицательного магнетосопротивления, который линеен в определенной области полей.

2. Модель. Обсудим модель, которую мы будем использовать для описания прыжковой проводимости в системе квантовых точек, и условия ее применимости. Первый факт, который будет важен для нашей работы, это то, что в проводимости участвуют только электроны в p-состояниях. Этот факт может быть обоснован для сферических квантовых точек в пределе малого размера точки, когда энергия размерного квантования много больше энергии электрон-электронного отталкивания:

$$\frac{\hbar^2}{2m^* r_{\rm dot}^2} \gg \frac{e^2}{\varepsilon r_{\rm dot}}. \quad (1)$$

Здесь m^* – эффективная масса электрона в материале, образующем квантовые точки; ε – диэлектрическая проницаемость этого материала; $r_{\rm dot}$ – размер квантовых точек, точнее характерный размер области, в которой локализована волновая функция электрона. В случае, когда условие (1) не выполняется, электрон-электронное взаимодействие может смешивать уровни размерного квантования и определение асимптотики волновой функции электронов на больших расстояниях становится нетривиальной задачей. Мы ограничимся пределом малых квантовых точек (1) и будем считать, что туннелирующий электрон всегда находится в p-состоянии и имеет соответствующую угловую зависимость волновой функции.

Кроме того, мы будем считать, что в системе присутствует случайный потенциал $\varphi(\mathbf{r})$, снимающий вырождение p-состояний. Вблизи центра квантовой точки $\varphi(\mathbf{r})$ можно разложить в ряд Тейлора:

$$\varphi(\mathbf{r}) \approx \varphi(0) + \frac{\partial \varphi}{\partial r_\zeta} r_\zeta + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r_\zeta \partial r_\xi} r_\zeta r_\xi + ... \quad (2)$$

Здесь греческие индексы “ζ” и “ξ” нумеруют декартовы координаты, r_ζ – проекция радиуса-вектора $\mathbf{r}$ на соответствующее направление, $\mathbf{r}=0$ отвечает центру квантовой точки. Производные от потенциала берутся при $\mathbf{r}=0$.

Можно показать, что p-уровни электрона в квантовой точке расщепляются третьим членом (2). Расщепление p-уровней при этом имеет порядок $E_p = e^2 r_{\rm dot}^2/\varepsilon r_{nn}^3$, где r_{nn} – расстояние между соседними заряженными центрами.

Мы будем рассматривать систему при низких температурах, когда $T < E_p$. В этом случае можно считать, что прыгающий электрон всегда находится в том p-состоянии, которое соответствует наименьшей энергии. Волновая функция этого состояния может быть выбрана вещественной и при относительно небольших $r < r_{nn}$ она имеет вид

$$\Psi_{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) = \frac{r_{\mathbf{n}}}{r} R(r), \quad R(r) \sim \frac{1}{r_{\rm dot}^{1/2} r}\exp(-r/a). \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{n}$ – направление главной оси тензора $\partial^2\varphi/\partial r_\zeta \partial r_\xi$, соответствующей наибольшему собственному значению этого тензора; $r_{\mathbf{n}}$ – проекция радиуса-вектора на ось $\mathbf{n}$; $R(r)$ – радиальная часть волновой функции; a – расстояние локализации. Мы будем считать, что расстояния a и $r_{\rm dot}$ одного порядка и $a \ll r_{nn}$. В нашей работе мы будем называть волновые функции, подобные $\Psi_{\mathbf{n}}$, p-функциями в направлении $\mathbf{n}$. Остальные p-состояния будут описываться такими же p-функциями, направленными вдоль других главных осей тензора $\partial^2\varphi/\partial r_\zeta \partial r_\xi$.

Известно (см. [9]), что прыжковая проводимость во многом определяется энергетическими интегралами перекрытия волновых функций электронов на парах локализованных состояний i и j:

$$I_{\mathbf{n}_i,\mathbf{n}_j}(\mathbf{r}_h) = \left\langle \Psi_{\mathbf{n}_i}(\mathbf{r}) | U | \Psi_{\mathbf{n}_j}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_h)\right\rangle, \quad (4)$$

где $\mathbf{n}_i$ и $\mathbf{n}_j$ – направления волновых функций локализованных состояний i и j соответственно; $\mathbf{r}_h$ – радиус-вектор между соответствующими квантовыми точками; U – потенциальная энергия этих точек.

Нас будут интересовать прыжки на расстояния, сравнимые или большие корреляционного радиуса случайного потенциала r_{nn}. Поэтому мы не можем напрямую использовать выражение (3) для вычисления интегралов перекрытия. Тем не менее при $r_{nn} \gg a$ мы можем считать движение на масштабах, сравнимых с r_{nn}, квазиклассическим. За счет этого волновая функция (3) может быть продолжена в области $r > r_{nn}$:

$$\Psi_{\mathbf{n}_i}(\mathbf{r}) = (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{m}_i) R(a) \exp\left(\frac{i}{\hbar} S(\mathbf{r})\right). \quad (5)$$

Здесь $S(\mathbf{r})$ – мнимое действие вдоль квазиклассической подбарьерной траектории, соединяющей точку $\mathbf{r}$ с квантовой точкой i, при $r > a$, $\mathbf{m}_i$ – единичный вектор в направлении, под которым квазиклассическая траектория выходит из точки i. Мы выделили $R(a)$ в отдельный сомножитель, предполагая, что квазиклассика может быть неприменима вблизи квантовой точки.

Вблизи квантовой точки j волновая функция $\Psi_{\mathbf{n}_i}$ будет иметь вид затухающей плоской волны $\Psi_{\mathbf{n}_i} \propto \exp(-\mathbf{r}\cdot\mathbf{m}_j/a)$, распространяющейся вдоль некоторого направления $\mathbf{m}_j$. Можно показать, что перекрытие волновой функции состояния j с такой волной пропорционально $(\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{m}_j)$, т.е. по крайней мере часть интеграла перекрытия (4), связанная с потенциалом точки j, пропорциональна произведению $(\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{m}_i)(\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{m}_j)$. Построив аналогичное продолжение волновой функции электрона на квантовой точке j и учтя, что квазиклассическое движение из i в j и из j в i происходит по одной и той же траектории, мы получаем, что интеграл перекрытия (4) можно выразить в виде

$$I_{\mathbf{n}_i,\mathbf{n}_j}(\mathbf{r}_h) = (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{m}_i)(\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{m}_j) I_r(r_h), \tag{6}$$

где I_r зависит только от расстояния между квантовыми точками i и j, но не от направления соединяющего их вектора и не от направлений $\mathbf{n}_i$ и $\mathbf{n}_j$.

Рассмотрим теперь, как на интеграл перекрытия влияет магнитное поле. Во-первых, появление магнитного поля приводит к поправкам к квазиклассическому движению электрона. Это соответствует хорошо известному эффекту магнетосопротивления из-за сжатия волновых функций, рассмотренному, например, в [9]. Нас же будет интересовать следующее воздействие магнитного поля на систему: магнитное поле приводит к подмешиванию к p-функции основного состояния третьего электрона на квантовой точке оставшихся двух p-состояний. Это подмешивание не сводится к простому повороту вектора $\mathbf{n}_i$, так как поправка к волновой функции (3) оказывается мнимой. Фактически в магнитном поле исчезает узловая плоскость волновой функции, что приводит к отрицательному магнетосопротивлению.

Рассмотрим этот эффект подробнее. Магнитное поле можно описать с помощью дополнительного члена в гамильтониане:

$$V_H = \frac{e}{2m^*c}[\mathbf{H}, \mathbf{r}] \cdot \mathbf{p}. \tag{7}$$

Пусть основное состояние электрона на квантовой точке i описывается p-функцией $\Psi_{\mathbf{n}_i}$, направленной вдоль $\mathbf{n}_i$. Кроме этого, существуют еще два p-состояния, $\Psi_{\mathbf{k}_i}$ и $\Psi_{\mathbf{l}_i}$, направленные вдоль векторов $\mathbf{k}_i$ и $\mathbf{l}_i$ и отстоящие на энергии порядка E_p. Нетрудно заметить, что если направление магнитного поля $\mathbf{H}$ отлично от $\mathbf{n}_i$, то член гамильтониана (7) может смешивать состояние $\Psi_{\mathbf{n}_i}$ с $\Psi_{\mathbf{k}_i}$ и $\Psi_{\mathbf{l}_i}$. Так, например, поправка к $\Psi_{\mathbf{n}_i}$ за счет состояния $\Psi_{\mathbf{k}_i}$ будет иметь вид

$$\frac{\langle \Psi_{\mathbf{n}_i} | V_{\mathbf{H}} | \Psi_{\mathbf{k}_i} \rangle}{E_{\mathbf{n}_i\mathbf{k}_i}} = i\hbar \frac{eH_{\mathbf{l}_i}}{2m^*cE_{\mathbf{n}_i\mathbf{k}_i}}. \tag{8}$$

Здесь $E_{\mathbf{n}_i\mathbf{k}_i} \sim E_p$ – разность энергий состояний с волновыми функциями вдоль направлений $\mathbf{n}_i$ и $\mathbf{k}_i$, $H_{\mathbf{l}_i}$ – проекция магнитного поля на направление $\mathbf{l}_i$. Аналогичное выражение можно написать и для поправки за счет волновой функции $\Psi_{\mathbf{l}_i}$.

Запишем с учетом (8) выражение для интеграла перекрытия в магнитном поле:

$$I_{\mathbf{n}_i,\mathbf{n}_j}(r_h) \approx \left(\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{m}_i + \frac{i\hbar eH}{2m^*c}\frac{\Lambda_i}{E_p}\right) \times \\ \times \left(\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{m}_j + \frac{i\hbar eH}{2m^*c}\frac{\Lambda_j}{E_p}\right) I_r(r_h). \tag{9}$$

Здесь Λ_i, $\Lambda_j \sim 1$ – величины, определяемые геометрией и реализацией случайного потенциала вблизи точек i и j. В частности, Λ_i включает в себя произведения $\mathbf{l}_i \cdot \mathbf{m}_i$ и $\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{m}_i$, определяющие туннелирование вдоль той же траектории, но из верхних p-состояний. Кроме того, величины Λ_i содержат конкретные значения энергий $E_{\mathbf{n}_i\mathbf{k}_i}$ и $E_{\mathbf{n}_i\mathbf{l}_i}$. Величина Λ_j определяется аналогичными величинами, относящимися к точке j.

Случайные произведения $\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{m}_i$ и $\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{m}_j$ могут приводить к случайной малости интеграла перекрытия $I_{\mathbf{n}_i,\mathbf{n}_j}(\mathbf{r}_h)$. За счет поправок к волновым функциям (8) эта малость может сниматься. При этом важно, что поправка (8) – мнимая. Из-за этого обратный процесс невозможен, т.е. если $I_{\mathbf{n}_i,\mathbf{n}_j}(\mathbf{r}_h)$ не мал при $H = 0$, то он не может приобрести эту малость в магнитном поле.

3. Магнетосопротивление. Как известно, явления, связанные с прыжковой проводимостью, изучают, вводя сетку эффективных резисторов (подробнее об этом см., например, в [9]). Сопротивления этой сетки определяются частотами прыжков между парами локализованных состояний Γ_{ij}. При этом Γ_{ij} зависят от интегралов перекрытия как $\Gamma_{ij} \propto |I_{\mathbf{n}_i,\mathbf{n}_j}|^2$. В [8] показано, что в случае, когда поправка к сопротивлению в магнитном поле является малой, она может быть рассчитана по формуле

$$\ln\frac{R(H)}{R(0)} = -\left\langle \ln\frac{\Gamma_{ij}(H)}{\Gamma_{ij}(0)} \right\rangle. \tag{10}$$

Здесь $R(H)$ – сопротивление полупроводника в магнитном поле. Угловые скобки означают усреднение по критическим резисторам, определяющим протекание через сетку сопротивлений.

Учитывая зависимость интеграла перекрытия от магнитного поля (9), можно записать следующее выражение для рассматриваемого в данной работе механизма магнетосопротивления:

$$\ln\frac{R(H)}{R(0)} = -2\left\langle \ln\frac{|\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{m}_i + i\Lambda_i\hbar\omega_c/2E_p|^2}{|\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{m}_i|^2} \right\rangle. \tag{11}$$

Здесь $\omega_c = eH/m^*c$ – циклотронная частота.

Отметим, что интеграл перекрытия (9) содержит произведение двух членов, относящихся к квантовым точкам i и j. Соответственно, $\ln I_{\mathbf{n}_i,\mathbf{n}_j}$ содержит логарифмы этих членов в виде слагаемых. Из-за этого, в частности, оказывается неважным, как соотносятся между собой реализации случайного потенциала на точках, между которыми происходит прыжок: в усреднение в (11) входят величины, связанные лишь с одной квантовой точкой. Связь между квантовыми точками входит в выражение (11) только за счет произведений $\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{m}_i$, где $\mathbf{n}_i$ определяется случайным потенциалом, а $\mathbf{m}_i$ – направлением на вторую квантовую точку j. В случае проводимости с переменной длиной прыжка туннелирование происходит между относительно далекими квантовыми точками и направления $\mathbf{n}_i$ и $\mathbf{m}_i$ можно считать независимыми.

Можно показать, что в малых полях основной вклад в (11) дает относительно небольшая область параметров, в которой знаменатель в правой части выражения мал: $\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{m}_i < \Lambda_i \hbar\omega_c / 2E_p$. Эта область параметров вносит линейный по полю вклад в магнетосопротивление (вклад остальных реализаций $\propto H^2$):

$$\ln \frac{R(H)}{R(0)} \propto -\frac{\hbar\omega_c}{E_p} = -\frac{\hbar H}{m^* c} \frac{\varepsilon r_{nn}^3}{e r_{\text{dot}}^2}. \tag{12}$$

Именно этот вклад будет доминировать в малых полях. Интересно отметить, что в выражение (12) не входят температура и прыжковое расстояние. Таким образом, рассматриваемый нами механизм магнетосопротивления зависит от температуры только за счет условий применимости выражения (12). Кроме того, магнетосопротивление (12) обратно пропорционально квадрату размера квантовой точки.

Приведем оценку для характерной величины этого магнетосопротивления. Будем считать, что диэлектрическая проницаемость материала $\varepsilon \sim 10$, а эффективная масса $m^* \sim 0.1 m_0$. Характерное значение магнитного поля, при котором в работах [4, 6] наблюдалось отрицательное магнетосопротивление, составляет 1000 Гс. В таком поле циклотронная энергия имеет порядок 1 К. Положим $r_{\text{dot}} \sim 20\,\text{Å}$, $r_{nn} \sim 100\,\text{Å}$. Это соответствует характерному значению $E_p \sim 7\,\text{К}$. Таким образом, в указанных нами условиях магнетосопротивление (12) должно быть порядка 15 %. Эта величина сравнима с характерной величиной наблюдающегося в эксперименте отрицательного магнетосопротивления.

4. Обсуждение. Рассмотренный нами механизм магнетосопротивления основан на несферичности волновых функций электронов в p-состоянии. До некоторой степени он похож на известный из работ [7, 8] интерференционный механизм магнетосопротивления. Оба эти механизма основаны на случайной малости интегралов перекрытия, которая снимается магнитным полем. Из-за этого оба они приводят к линейному отрицательному магнетосопротивлению. Тем не менее физическая природа такой малости для этих двух механизмов различна. В случае интерференционного магнетосопротивления интегралы перекрытия оказываются малы из-за интерференции путей, возникающих в результате подбарьерного рассеяния. В нашем же случае это происходит из-за несферичности волновых функций электронов на p-уровнях. Таким образом, наш механизм магнетосопротивления теоретически может наблюдаться как при проводимости с переменной длиной прыжка, так и в случае прыжков по ближайшим соседям. Стоит, однако, отметить, что в последнем случае выражение для него может отличаться от выражения (12), которое мы вывели с помощью теории проводимости с переменной длиной прыжка.

Отметим, что некогерентные (не имеющие отношения к интерференции) механизмы магнетосопротивления уже рассматривались для ряда систем с прыжковой проводимостью, имеющих необычные свойства, не характерные для обычных легированных полупроводников. Так, если случайный потенциал необычно мал (меньше интеграла перекрытия соседних примесных центров), то должно существовать отрицательное магнетосопротивление, связанное с сужением примесной зоны в магнитном поле [10]. Еще один механизм отрицательного магнетосопротивления был предсказан для прыжковой проводимости по квазиклассическим электронным островкам [11]. Кроме того, отрицательное магнетосопротивление, непохожее на интерференционное, наблюдалось в двумерных системах с затвором [12]. Отметим, однако, что все эти механизмы магнетосопротивления существуют в системах, отличных от рассматриваемой в данной работе системы квантовых точек с $2 < \nu < 3$ с относительно сильным случайным потенциалом. Кроме того, магнетосопротивление [10, 11] квадратично в малых полях, в отличие от линейного магнетосопротивления, рассмотренного в данной работе.

Разумеется, линейный характер магнетосопротивления не может сохраняться вплоть до бесконечно малых полей. Это связано с приближениями, которые мы использовали в процессе вывода формулы (12). Так, мы считали, что перед прыжком квантовая точка всегда находится в состоянии с наименьшей энергией. Вообще говоря, это не так. Всегда существует некоторая вероятность того, что электрон находится в возбужденном p-состоянии. Это приводит к ограничению на применимость выражения (12) в малых полях, $\hbar\omega_c > E_p \exp(-E_p/T)$ (т.е. при $\hbar\omega_c < E_p \exp(-E_p/T)$ магнетосопротивление, скорее всего, перестанет быть линейным).

Итак, мы показали, что в системах квантовых точек с прыжковой проводимостью может существовать дополнительный механизм магнетосопротивления, связанный с несферичностью волновых функций туннелирующих электронов. Этот механизм приводит (в малых полях) к линейному по полю отрицательному магнетосопротивлению.

Автор благодарен А.С. Иоселевичу, В.И. Козубу, Н.П. Степиной, Н.С. Аверкиеву, П.С. Алексееву и М.М. Глазову за плодотворные дискуссии. Работа проводилась при поддержке Фонда "Династия", Программы Президиума РАН "Поддержка молодых ученых" и фонда РФФИ.

---

1. A. I. Yakimov, A. V. Dvurechenskii, A. V. Nenashev, and A. I. Nikiforov, Phys. Rev. B **68**, 205310 (2003).
2. J. Zhang and B. I. Shklovskii, Phys. Rev. B **70**, 115317 (2004).
3. N. P. Stepina, E. S. Koptev, A. V. Dvurechenskii, and A. I. Nikiforov, Phys. Rev. B **80**, 125308 (2009).
4. A. I. Yakimov, A. V. Dvurechenskii, G. M. Min'kov et al., Journal of Experimental and Theoretical Physics **100**(4), 722 (2005) [ЖЭТФ **127**, 817 (2005)].
5. L. Li, G.-H. Kim, K. J. Thomas, and D. A. Ritchie, Phys. Rev. B **83**, 153304 (2011).
6. N. P. Stepina, E. S. Koptev, A. G. Pogosov et al., to be published in J. Phys.: Conf. Ser.
7. V. L. Nguyen, B. Z. Spivak, and B. I. Shklovskii, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **41**, 35 (1985); Zh. Eksp. Teor. Fiz. **89**, 1770 (1985) [Sov. Phys. JETP **62**, 1021 (1985)].
8. B. I. Shklovskii and B. Z. Spivak, in: *Hopping transport in solids* (ed. by M. Pollak and B. Shklovskii), Elsevier, 1991, p. 271.
9. B. I. Shklovskii and A. L. Efros, *Electronic Properties of Doped Semiconductors*, Springer, Berlin, 1984.
10. M. E. Raikh, Sol. St. Commun. **75**, 935 (1990).
11. M. E. Raikh and L. I. Glazman, Phys. Rev. Lett. **75**, 128 (1995).
12. H. W. Jiang, C. E. Johnson, and K. L. Wang, Phys. Rev. B **46**, 12830 (1992).