Письма в ЖЭТФ, том 95, вып. 12, с. 733 – 737 © 2012 г. 25 июня

“Потерянные” ветви в спектре волны Парека[1)]

О. В. Приходько, О. С. Сухорукова, С. В. Тарасенко[2)], В. Г. Шавров[+]

Донецкий физико-технический институт им. Галкина НАН Украины, 83114 Донецк, Украина

[+]Институт радиотехники и электроники им. Котельникова РАН, 125009, Москва, Россия

Поступила в редакцию 20 апреля 2012 г.

Традиционно применяемый подход к расчету волны Парека (сдвиговой поверхностной акустической волны, распространяющейся вдоль механически свободной поверхности ферромагнетика, намагниченного постоянным внешним магнитным полем касательно к своей поверхности), учитывающий магнитоупругое взаимодействие и пренебрегающий магнитострикционным, неадекватно описывает спектр волны в высокочастотной области.

Одним из ключевых вопросов при оценке возможностей практического применения композитных магнитных сред как особого класса акустических метаматериалов является анализ условий локализации упругой волны на границе раздела магнитной (в частности, ферромагнитной) и немагнитной сред. При этом в качестве одного из перспективных вариантов плавной перестройки динамических характеристик магнитоакустических метаматериалов рассматривается приложение постоянного внешнего магнитного поля [1–3]. Начиная с основополагающей работы Парека [4], расчет спектра сдвиговой поверхностной акустической волны (SAW), распространяющейся вдоль механически свободной поверхности легкоосного ферромагнетика (EA FM), намагниченного постоянным внешним магнитным полем $\mathbf{H}_0$ касательно к своей поверхности, традиционно проводится с учетом только магнитоупругого взаимодействия [5–7]:

$$W_{me} = \gamma_{me} M_i M_k u_{ik}, \tag{1}$$

где $\mathbf{M}$ – магнитный момент единицы объема, u_{ik} – тензор упругих деформаций, γ_{me} – константа магнитоупругого взаимодействия. При таком подходе взаимодействие упругой подсистемы и магнитодипольного поля учитывается лишь косвенным образом (через спиновую подсистему магнетика), а в рассмотренном Пареком случае EA FM с $\mathbf{M}||OZ$ ненулевые компоненты тензора динамической магнитной восприимчивости $\hat{\chi}$ имеют следующую структуру [4–7]:

$$\begin{aligned} \chi_{xx} = \chi_{yy} = \chi_{\perp} \equiv \frac{\omega_s \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}, \\ i\chi_{xy} = -i\chi_{yx} = \chi_a \equiv \frac{\omega \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}, \end{aligned} \tag{2}$$

где ω – частота волны, $\omega_s \equiv gM_0$, ω_0 – частота однородного ферромагнитного резонанса, g – магнитомеханическое соотношение, M_0 – намагниченность насыщения. В результате при $\omega \gg \omega_0$ влияние указанного взаимодействия на условие локализации SH-волны с ростом частоты практически стремится к нулю. Вместе с тем в [8] было показано, что в полуограниченном изотропном диэлектрике с механически свободной поверхностью постоянное внешнее электрическое поле $\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{n}$ (где $\mathbf{n}$ – нормаль к поверхности раздела) вследствие электрострикции ($W_{es} = \gamma_E E_i E_k u_{ik}$, γ_E – константа электрострикции) приводит к формированию сдвиговой SAW с вектором упругих смещений решетки $\mathbf{u}||\mathbf{E}_0$. Таким образом, можно ожидать, что и постоянное внешнее однородное магнитное поле $\mathbf{H}_0$, касательное к механически свободной поверхности изотропного полуограниченного немагнитного диэлектрика, вследствие магнитострикции

$$W_{ms} = \gamma_H H_i H_k u_{ik} \tag{3}$$

(где γ_H – константа магнитострикции)должно приводить к локализации сдвиговой поверхностной упругой волны с $\mathbf{u}||\mathbf{H}_0 \perp \mathbf{n}$. Это дает основание предположить, что для ферромагнетика, намагниченного постоянным внешним магнитным полем касательно к своей поверхности, структура спектра сдвиговой SAW с $\mathbf{u}||\mathbf{H}_0 \perp \mathbf{n}$ может существенно отличаться от полученной в работах [4–7], по крайней мере в высокочастотном ($\omega \gg \omega_0$) диапазоне, вследствие преобладания магнитострикционных эффектов (3) над магнитоупругими (1). Кроме того, подобный магнитострикционный механизм формирования сдвиговой SAW может быть более эффективным, чем магнитоупругий, также и вблизи точки магнитной компенсации ($|\mathbf{M}| \to 0$). Однако вплоть до настоящего времени не приводился анализ с учетом магнитострик-

[1)]Parekh

[2)]e-mail: s.v.tarasenko@mail.ru

ции (3) влияния постоянного внешнего однородного магнитного поля $\mathbf{H}_0$ на условия распространения и характер локализации сдвиговой упругой волны не только в случае волны Парека, но и в случае полуограниченного изотропного немагнитного диэлектрика.

Целью данной работы является определение для полуограниченного EA FM, намагниченного касательно к своей поверхности постоянным внешним магнитным полем, структуры спектра волны Парека на основе одновременного учета как магнитоупругого (1), так и магнитострикционного (3) взаимодействий.

Будем считать, что ферромагнитная среда занимает нижнее полупространство ($x < 0$) с нормалью к границе раздела $\mathbf{n}||[100]$. В качестве примера рассмотрим одноподрешеточную модель легкоосного (ось OZ) ферромагнетика [4–7], магнитоупругие и упругие свойства которого в дальнейшем для простоты и наглядности расчетов положим изотропными. Соответствующая плотность термодинамического потенциала с учетом (1), (3) может быть представлена в виде

$$W = -\frac{b}{2}M_z^2 - \mathbf{MH} + \frac{\mathbf{H}_m^2}{8\pi} + \frac{\lambda}{2} + \mu u_{ik}^2 + W_{me} + W_{ms}. \tag{4}$$

Здесь b – константа легкоосной магнитной анизотропии ($b > 0$), λ и μ – коэффициенты Ламэ, $\mathbf{H}_m$ – магнитодипольное поле. В пренебрежении конечностью скорости распространения электромагнитной волны магнитоупругая динамика модели (1) описывается замкнутой системой уравнений, состоящей из уравнений Ландау–Лифшица для вектора намагниченности $\mathbf{M}$, основного уравнения механики сплошной среды и уравнений магнитостатики.

В равновесном состоянии $\mathbf{M}||\mathbf{H}_0||OZ$ и для сдвиговой волны с $\mathbf{u}||OZ$ и $\mathbf{k} \in XY$ материальные соотношения для рассматриваемой модели магнетика (4) с учетом (2) могут быть представлены в виде

$$\begin{cases} \sigma_{zx} = c_\perp \frac{\partial u_z}{\partial x} + ic_* \frac{\partial u_z}{\partial y} + \beta_{15} H_{mx} - i\beta_* H_{my}, \\ \sigma_{zy} = c_\perp \frac{\partial u_z}{\partial y} - ic_* \frac{\partial u_z}{\partial x} + i\beta_* H_{mx} + \beta_{15} H_{my}, \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} B_x = \mu_\perp H_{mx} - i\mu_* H_{my} - 4\pi\beta_{15} \frac{\partial u_z}{\partial x} + 4\pi i\beta_* \frac{\partial u_z}{\partial y}, \\ B_y = i\mu_* H_{mx} + \mu_\perp H_{my} - 4\pi i\beta_* \frac{\partial u_z}{\partial x} - 4\pi\beta_{15} \frac{\partial u_z}{\partial y} \end{cases}$$

$$c_\perp \equiv \mu\left(1 - \frac{\chi_\perp \omega_{me}}{\omega_s}\right), \quad c_* \equiv \mu\frac{\chi_a \omega_{me}}{\omega_s},$$

$$\beta_{15} \equiv \chi_\perp \gamma_{me} M_0 + \gamma_H H_0, \quad \mu_\perp \equiv 1 + 4\pi\chi_\perp,$$

$$\beta_* \equiv \chi_a \gamma_{me} M_0, \quad \omega_{me} \equiv \omega_s \frac{\gamma_{me}^2 M_0^2}{\mu}, \qquad \mu_* \equiv 4\pi\chi_a,$$

где σ_{ik} – тензор упругих напряжений, $\mathbf{B}$ – магнитная индукция, , $\mathbf{u}$ – вектор смещений решетки, $\omega_0 \equiv \equiv \omega_s b + \omega_{me} + gH_0$ [7].

Так как целью данной работы является изучение условий формирования поверхностной магнитозвуковой волны с $\mathbf{k} \in XY$ и $\mathbf{u}||\mathbf{H}_0||OZ$, локализованной вблизи границы раздела ферромагнитной и немагнитной сред ($x = 0$), рассматриваемая система динамических уравнений должна быть дополнена соответствующими упругими и электродинамическими граничными условиями. Для механически свободной поверхности магнетика с нормалью $\mathbf{n}||OX$ система граничных условий для сдвиговой упругой волны с $\mathbf{k} \in XY$ и $\mathbf{u}||\mathbf{H}_0||OZ$ может быть представлена в виде [4–7]:

$$\begin{gathered} \sigma_{zx} = 0, \quad x = 0, \quad u_z(x \to -\infty) \to 0, \\ B_x = \tilde{\mu}_\perp k_\perp \phi, \quad x = 0, \quad \phi(x \to -\infty) \to 0, \end{gathered} \tag{6}$$

где ϕ – магнитостатический потенциал ($\mathbf{H}_m \equiv -\nabla\phi$), $k_\perp$ – проекция волнового вектора $\mathbf{k}$ на направление распространения волны (ось OY), $\tilde{\mu}_\perp$ – магнитная проницаемость немагнитной среды (здесь и далее волна над обозначением величины означает принадлежность этой величины к немагнитной среде). Следует отметить, что для выбранной геометрии распространения сдвиговой волны ($\mathbf{k} \in XY$ и $\mathbf{u}||\mathbf{H}_0||OZ$) соотношения (6) определяют также и границу скольжения между двумя полупространствами. В зависимости от проводящих свойств немагнитной среды в (6) $\tilde{\mu}_\perp = 0$ для идеального сверхпроводника (супердиамагнетика) [9], $\tilde{\mu}_\perp = 1$ для вакуума, $\tilde{\mu}_\perp = \mathrm{th}(k_\perp\tilde{\lambda})$ для сверхпроводника с лондоновской глубиной проникновения $\tilde{\lambda}$.

Для магнетика ($x < 0$) пространственная структура SH-волны, локализованной вблизи границы раздела сред ($x = 0$), имеет вид

$$\begin{gathered} u_z = A\exp(\alpha k_\perp x)\exp[i(k_\perp y - \omega t)], \\ \phi = -\frac{4\pi\beta_{15}}{\mu_\perp}u_z + B\exp(k_\perp x)\exp[i(k_\perp y - \omega t)], \end{gathered} \tag{7}$$

где A, B – произвольные константы, подлежащие определению, α – величина, определяющая глубину проникновения $\Lambda = (\alpha k_\perp)^{-1}$ сдвиговой поверхностной магнитоакустической волны в кристалл.

Характеристическое уравнение краевой задачи (5), (7) имеет вид

$$(\alpha^2 - 1)\left(\alpha^2 - 1 + \frac{\omega^2}{s_t^2 k_\perp^2 \bar{c}_\perp}\right) = 0, \quad \bar{c}_\perp \equiv \frac{c_\perp}{\mu} + \frac{4\pi\beta_{15}^2}{\mu\mu_\perp} \tag{8}$$

(s_t – скорость нормальной сдвиговой волны в изотропной немагнитной среде). На основании (8) можно определить те сочетания внешних параметров ω и $k_\perp$, при которых в принципе возможна локализация вблизи поверхности рассматриваемого EA FM эванесцентной ($\alpha^2 > 0$) магнитоупругой волны SH-типа с $\mathbf{u}||OZ$ и $\mathbf{u} \in XY$ (область полного внутреннего отражения, TIR). Однако выполнение условия $\alpha^2 > 0$ является лишь необходимым для локализации вблизи поверхности рассматриваемого EA FM распространяющейся сдвиговой SAW с $\mathbf{u}||OZ$, $\mathbf{k} \in XY$. Достаточные условия могут быть получены только после решения соответствующей граничной задачи (6).

Расчет показывает, что дисперсионное уравнение для спектра сдвиговой поверхностной магнитозвуковой волны ($\mathbf{u}||\mathbf{H}_0||OZ$, $\mathbf{k} \in XY$), бегущей вдоль границы скольжения ($x = 0$) ферромагнитной и немагнитной сред, для всех обсуждаемых вариантов $\tilde{\mu}$ в электродинамической краевой задаче (6) можно с учетом (7) представить в виде

$$\bar{c}_\perp \alpha = D(\gamma_H, \tilde{\mu}_\perp), \quad \alpha^2 \equiv 1 - \frac{\omega^2}{s_t^2 k_\perp^2 \bar{c}_\perp},$$
$$D(\gamma_H, \tilde{\mu}_\perp) = c_* \sigma + \left[\frac{4\pi}{\mu_\perp}\beta_{15}^2 - \frac{4\pi(\beta_{15} + \beta_* \sigma)^2}{\mu_\perp + \mu_* \sigma + \tilde{\mu}_\perp}\right]\frac{1}{\mu},$$
$$\sigma \equiv \frac{\mathbf{k}_\perp}{|\mathbf{k}_\perp|}. \qquad (9)$$

(Спектр обсуждаемой сдвиговой SAW дается без дальнейшей конкретизации частотных зависимостей, поскольку в таком виде он, совместно с (5)–(8), справедлив не только для EA FM, но и в случае полуограниченного легкоосного ($0Z$) антиферромагнетика (или ферримагнетика с точкой компенсации) в коллинеарной фазе с $\mathbf{u}||\mathbf{H}_0||OZ$, $\mathbf{n}\perp\mathbf{H}_0$.)

Из анализа (5)–(9) следует, что спектр рассматриваемой SAW ($\Omega_s(k_\perp)$) обладает невзаимностью относительно инверсии направления распространения ($\Omega_s(k_\perp) \neq \Omega_s(-k_\perp)$). В частности, это касается точек окончания дисперсионных кривых, принадлежащих спектру SAW SH-типа (9), которые определяются на плоскости ω–$k_\perp$ из условия $\alpha = 0$.

Сравнение спектра полученной сдвиговой SAW (9) с SAW Парека [4–7] (ее дисперсионное соотношение следует из (9) при $\gamma_H = 0$) показывает, что их различие наиболее существенно в высокочастотном диапазоне (при $\omega \gg \omega_0$). В первом неисчезающем приближении по малому параметру $\omega_0/\omega \ll 1$ без учета магнитострикции ($\gamma_H = 0$) $\alpha \sim \omega_{me}/\omega$ ($\sigma = -1$), тогда как при $\gamma_H \neq 0$

$$\alpha \sim \frac{4\pi}{\mu_\perp + \tilde{\mu}_\perp}\left(\frac{\gamma_H H_0}{\gamma_{me} M_0}\right)^2 \frac{\tilde{\mu}_\perp}{\mu_\perp}, \qquad (10)$$

что отвечает высокочастотной асимптотике ветвей сдвиговой SAW (9). При этом для $\sigma = 1$ формирующаяся вследствие магнитострикции "высокочастотная" ветвь спектра (9) обладает точкой окончания (по сравнению со случаем $\gamma_H = 0$ при $\gamma_H \neq 0$ в уравнении $\alpha(\omega, k_\perp) = 0$ формируется дополнительный корень, отвечающий $\omega = \Omega_*$). Если ограничиться случаем достаточно слабого магнитострикционного взаимодействия, $\gamma_H H_0/(\gamma_{me} M_0) \ll 1$, то для обсуждаемой точки окончания дисперсионной кривой с хорошей степенью точности будет выполнено соотношение $\omega_0/\omega \ll 1$. Тогда из (9) при $\alpha = 0$ следует

$$\Omega_* \approx \omega_{me}\left(\frac{\mu_\perp + \tilde{\mu}_\perp}{4\pi\mu_\perp\tilde{\mu}_\perp}\right)\frac{\mu}{(\gamma_H H_0)^2}. \qquad (11)$$

Пусть вместо (6) на поверхности рассматриваемого полуограниченного EA FM для той же магнитоакустической конфигурации имеет место следующая система граничных условий:

$$\sigma_{zx} = \tilde{\sigma}_{zx}, \quad x = 0, \quad u_z(x \to -\infty) \to 0,$$
$$B_x = \tilde{\mu}_\perp k_\perp \phi, \quad x = 0, \quad \phi(x \to -\infty) \to 0, \qquad (12)$$

что отвечает акустически сплошной границе раздела между немагнитной и магнитной средами. В этом случае в соответствии с общими положениями теории волновых процессов в слоистых средах [10] можно с учетом (6), (7), (9) получить амплитудный коэффициент отражения объемной сдвиговой волны с $\mathbf{u}||\mathbf{H}_0||OZ$, падающей из глубины упругоизотропной немагнитной среды на поверхность полуограниченного EA FM ($\mathbf{k} \in XY$, $\mathbf{n}||OX$) в условиях TIR:

$$R = \frac{\tilde{k}_{||} a + ihk_\perp}{\tilde{k}_{||} a - ihk_\perp}, \quad a \equiv \tilde{\mu}/\mu, \qquad (13)$$

$$h \equiv D(\gamma_H, \tilde{\mu}_\perp) - \alpha\bar{c}_\perp, \quad \tilde{k}_{||}^2 \equiv \frac{\omega^2}{\tilde{s}_t^2} - k_\perp^2,$$

где $\tilde{\mu}$ – модуль сдвига, $\tilde{s}_t$ – скорость нормальной сдвиговой волны.

Если одновременно $\tilde{k}_{||}^2 < 0$ и $\alpha^2 > 0$, то полюс в (13) с учетом (8), (9) определяет закон дисперсии сдвиговой SAW для акустически сплошной границы раздела двух полупространств (12), одно из которых занято FM, а второе – немагнитной средой. Условие $h = 0$ определяет закон дисперсии рассмотренной выше сдвиговой SAW (9) для границы скольжения между магнитной и немагнитной средами. В этом случае не только модуль коэффициента отражения (13) равен единице, но и набег фазы для объемной волны SH-типа, отраженной в глубь немагнитной среды, будет равен нулю. При этом на границе раздела сред ($x = 0$) одновременно имеют место соотношения

$$(\langle \mathbf{P} \rangle \mathbf{n}) = 0, \quad (\mathbf{Pn}) \neq 0, \quad T = 2, \tag{14}$$

где $\mathbf{P}$ – мгновенный полный поток энергии, $P_i = \sigma_{ik} \partial u_k / \partial t + 1/(4\pi) \phi \partial B_i / \partial t$, $\langle \mathbf{P} \rangle$ – полный поток энергии, усредненный по периоду колебаний, $T = 1 + R$ – коэффициент прохождения объемной сдвиговой волны [11].

Следует отметить, что для формирования рассмотренных выше особенностей в спектре магнитоупругой SAW (9) в случае полуограниченного EA FM, намагниченного касательно к своей поверхности с $\mathbf{n} || OX$, наличие $\mathbf{H}_0 || \mathbf{u} || OZ$ вовсе не является обязательным условием, если допустить существование магнитострикционного взаимодействия вида $W_{ms} = \gamma (M_i H_k + M_k H_i) u_{ik}$. Подобное по структуре слагаемое появляется в магнетике в случае вращательно-инвариантной теории магнитоупругих эффектов [12].

Полученные выше соотношения (5)–(14) позволяют описать также и структуру спектра сдвиговой SAW с $\mathbf{u} || \mathbf{H}_0 || OZ$ как вблизи точки магнитной компенсации (когда формально можно перейти к пределу $|\mathbf{M}| \to 0$), так и в случае полуограниченного изотропного немагнитного диэлектрика в постоянном внешнем магнитном поле. Следует отметить, что даже в случае полуограниченного упругоизотропного немагнитного диэлектрика спектр соответствующей сдвиговой SAW при $|\mathbf{H}_0| \neq 0$ не может быть получен из результатов работы [8] с помощью формальной замены $g_E E_0 \to \gamma_H H_0$ и $\epsilon \to \mu$. Связано это с тем, что в отличие от случая $\mathbf{u} || \mathbf{E}_0$ [8] при $|\mathbf{H}_0| \neq 0$, помимо стрикции, особую роль в упругой динамике не только магнитной, но и немагнитной среды могут играть гиромагнитные эффекты и эффекты вращательной инвариантности. В работах [13, 14] впервые было обращено внимание на то, что гибридизация обоих вышеперечисленных эффектов приводит к принципиальной возможности существования уже для изотропного немагнитного диэлектрика и $|\mathbf{H}_0| = 0$ так называемого динамического пьезомагнитного взаимодействия (DPMI). В наиболее простом варианте структура DPMI имеет вид

$$W_{dpm} = \gamma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{u}, \tag{15}$$

а его учет приводит к ряду особенностей в условиях распространения сдвиговой объемной волны в полуограниченном изотропном немагнитном диэлектрике с механически свободной поверхностью. Что же касается роли DPMI в случае, когда полуограниченный немагнитный диэлектрик помещен в постоянное внешнее магнитное поле $\mathbf{H}_0$, то такой анализ для сдвиговой упругой волны до сих пор не проводился. Недавно в работе [15] было рассмотрено влияние гиромагнитных эффектов на упругую динамику изотропного диэлектрика при $|\mathbf{H}_0| \neq 0$. Для этого авторы предположили существование в лагранжиане электрически нейтрального упругоизотропного немагнитного диэлектрика дополнительного слагаемого, обусловленного гиромагнитным эффектом:

$$L_{gyr} = \lambda \delta \rho \left\{ \left[(\mathbf{r} + \mathbf{u}) \times \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right] \mathbf{H}_0 \right\}, \tag{16}$$

где $\delta \rho$ – флуктуация плотности диэлектрика по отношению к равновесной плотности. Однако соответствующий теоретический анализ проводился в [15] только для неограниченной модели, без учета эффектов магнитострикции и при условии, что $\mathbf{u} \perp \mathbf{H}_0$.

Расчет на основе (3), (15) показывает, что и для упругоизотропной полуограниченной немагнитной среды с $\mathbf{n} || OX$ по-прежнему справедливы соотношения (7)–(14), но только теперь

$$\begin{aligned} &\mu_* = c_* = 0, \quad \beta_* = \gamma \omega, \quad \mu_\perp = 1, \\ &\beta_{15} = \gamma_H H_0, \quad \gamma_{me} = 0, \quad c_\perp = 1. \end{aligned} \tag{17}$$

В результате с учетом (17) спектр сдвиговой SAW с $\mathbf{u} || \mathbf{H}_0 || OZ$ в немагнитном полуограниченном диэлектрике при $\mathbf{n} || OX$ по-прежнему определяется (9) и вследствие гибридизации магнитострикционного взаимодействия (3) и DPMI (15) обладает невзаимностью относительно инверсии направления распространения.

Таким образом, учет магнитострикционного взаимодействия играет существенную роль при описании формирования сдвиговой SAW с $\mathbf{u} || \mathbf{H}_0 || OZ$ как в магнитной, так и в немагнитной среде с механически свободной поверхностью и $\mathbf{n} \perp \mathbf{H}_0$.

Работа частично финансирована в рамках конкурса совместных российско-украинских исследовательских проектов (РФФИ–ДФФДУ, проекты # 11-02-90425 и Ф40.2/100).

---

1. O. B. Matar, J. F. Robillard, J. O. Vasseur et al., J. Appl. Phys. **111**, 054901 (2012).
2. J. O. Vasseur, O. B. Matar, J. F. Robillard et al., AIP ADVANCES **1**, 041904 (2011).
3. J.-F. Robillard, O. B. Matar, J. O. Vasseur et al., Appl. Phys. Lett. **95**, 124104 (2009).
4. J. P. Parekh, Electron Lett **6**, 322 (1969).
5. R. Q. Scott and D. L. Mills, Phys. Rev. B **15**, 3545 (1977).

6. Ж. Можен, *Механика электромагнитных сплошных сред*, М.: Мир, 1991.
7. Ю. В. Гуляев, И. Е. Дикштейн, В. Г. Шавров, УФН **167**, 735 (1997).
8. Yu. G. Gulyaev and V. P. Plessky, Phys. Lett. A **56**, 492 (1976).
9. V. I. Alshits, A. N. Darinskii, and J. Lothe, Wave Motion **16**, 265 (1992).
10. М. К. Балакирев, И. А. Гилинский, *Волны в пьезоэлектриках*, Новосибирск: Наука, 1982.
11. Л. М. Бреховских, О. А. Годин, *Акустика слоистых сред*, М.: Физматлит, 1989.
12. *Физика магнитных диэлектриков* (под ред. Г. А. Смоленского), Л.: Наука, 1974.
13. Т. В. Лаптева, С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров, Письма в ЖЭТФ **85**, 751 (2007).
14. Т. В. Лаптева, С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров, ДАН **416**, 471 (2007).
15. I. E. Dzyaloshinskii and E. I. Kats, EPL **96**, 46001 (2011).