Письма в ЖЭТФ, том 53, вып. 4, стр. 180 - 182 25 февраля 1991 г.

О ЗАВИСИМОСТИ ЭФФЕКТИВНОГО ДЕЙСТВИЯ ВИЛКОВЫСКОГО - ДЕ ВИТТА В КВАНТОВОЙ ГРАВИТАЦИИ ОТ МЕТРИКИ В ПРОСТРАНСТВЕ ПОЛЕЙ

С.Д.Одинцов

Томский государственный педагогический институт им. Ленинского комсомола 634044, Томск

Поступила в редакцию 16 января 1991 г.

Исследована зависимость эффективного действия (ЭД) Вилковыского - де Витта в квантовой гравитации от метрики конфигурационного пространства. Представлено явное выражение такой зависимости в эйнштейновской квантовой гравитации на плоском фоне $R_k T_{d-k}$.

Хорошо известно, что ЭД в квантовой теории поля зависит от параметризации полей (и от выбора калибровочного условия в калибровочных теориях). Для решения этих проблем в работах [1,2] было сконструировано ЭД, которое в калибровочных теориях является параметризационно-инвариантным, калибровочно-инвариантным и не зависит от выбора калибровки как вне, так и на массовой оболочке. Кажется, что формулировка Вилковыского - де Витта (см. [3,4]) решает некоторые давние проблемы квантовой теории поля и квантовой гравитации. Исследованию этой формулировки в квантовой гравитации было посвящено большое число работ (см., например, [1-9]). К сожалению, в формализме параметризационно и калибровочно-независимого ЭД возникают собственные проблемы, которые и обсуждаются в данной работе.

Напомним, что параметризационно и калибровочно-независимое ЭД определяется следующим образом [1-4]

$$\exp \frac{i}{\hbar}\hat{\Gamma}[v^i;\phi_*] = \int D\mu[\phi]\mathrm{Det}\theta^\alpha_\beta \delta(\chi^\alpha) \exp \frac{i}{\hbar}(S[\phi] + \\ + \frac{\delta\hat{\Gamma}[v^i;\phi_*]}{\delta v^i}(\sigma^i(\phi_*,\phi) - v^i), \tag{1}$$

где $\sigma^i(\phi_*,\phi)$ - гауссовы нормальные координаты точки ϕ с началом в ϕ_* [1,2], $v^i \equiv < \sigma^i(\phi_*,\phi) >$, θ^α_β - гостовский оператор, χ^α - калибровочное условие (для деталей, см. [3,4]).

Прежде всего легко видеть, что соотношение (1) определяет бесконечное однопараметрическое семейство калибровочно-инвариантных и калибровочно-независимых ЭД. В качестве параметра здесь выступает ϕ_*. Возникает вопрос как выбрать ϕ_*? Конечно, существуют обобщенные тождества Уорда [2], которые управляют зависимостью от ϕ_*? Заметим, однако, что в стандартном ЭД зависимость от калибровки также управляется соответствующими тождествами Уорда.

Зависимость от ϕ_* - серьезная проблема в формализме нового ЭД. Удобным и наиболее часто используемым представителем семейства ЭД (1) является так называемое ЭД Вилковыского - де Витта [2-4], где ϕ_* определяется следующим образом

$$\Gamma_{VD}[\bar{\phi}] = \hat{\Gamma}[v=0;\phi_*=\bar{\phi}], \tag{2}$$

где $\sigma^i(\phi_*,\bar{\phi}) = v^i$. Именно ЭД Вилковыского - де Витта использовалось для приложений в квантовой гравитации [5-9].

Базисным элементом необходимым при вычислении ЭД Вилковыского - де Витта является метрика γ_{mn} в пространстве полей $g_m \equiv g_{\mu\nu}$. Наиболее общий вид такой метрики в квантовой гравитации, согласованный с определением (1), (2) [1,2] дается выражением

$$\gamma_{mn} \equiv \gamma^{\mu\nu\rho'\sigma'}(x,x') = \sqrt{g(x)}\{\frac{1}{2}g^{\mu\rho'}(x)g^{\nu\sigma'}(x)+$$

$$+\frac{1}{2}g^{\mu\sigma'}(x)g^{\nu\rho'}(x) - ag^{\mu\nu}(x)g^{\rho'\sigma'}(x)\}\delta(x,x'), \tag{3}$$

где a - числовой параметр. Если потребовать, чтобы метрика (3) совпадала с матрицей, стоящей перед членом с высшей производной в классическом действии, тогда можно определить a. Однако, это не необходимое условие. Более того, это требование не ведет к единому результату. Например, в эйнштейновской гравитации это требование дает $a = 1/2$ [1]. Однако, в R^2-гравитации это же требование ведет к другому a.

Интересно исследовать явную зависимость ЭД Вилковыского - де Витта от параметра a (т.е. от метрики на пространстве полей). В качестве примера рассмотрим эйнштейновскую гравитацию с действием:

$$S = -\frac{1}{\kappa^2}\int d^dx\sqrt{g}(R-\Lambda) \tag{4}$$

на плоском фоне $R_k T_{d-k}$. Явное вычисление Γ_{VD} в однопетлевом приближении с метрикой (3) дает [1)]:

$$\Gamma_{VD} = \frac{\Lambda}{\kappa^2}\Pi_{i=1}^{d-k}(2\pi\rho_i)\int d^kx + \frac{1}{2}\left\{\frac{d^2-d-2}{2}\mathrm{Sp}\ \ln(\Box + b\Lambda) - \right\}$$

$$\left\{-d\mathrm{Sp}\ \ln\Box + \mathrm{Sp}\ \ln\left[\Box + \frac{(da-1)b\Lambda}{(d-2)(1-a)}\right]\right\}, \tag{5}$$

где $b = \frac{d}{4(da-1)}$, ρ_i - радиусы тора. При $a = 1/2$, это выражение совпадает с найденным в работах [5,6], а при $d = 5$ - в работах [5,7]. Явное выражение для $\mathrm{Sp}\ \ln(\Box + X)$ приведено например, в [5,6].

Таким образом ЭД Вилковыского - де Витта зависит явно от метрики γ_{mn} (от параметра a). Это ведет, в частности, к зависимости от a радиусов спонтанной компактификации найденных с помощью стандартных условий [5-7]. Таким образом возникает дилемма: калибровочная зависимость радиусов спонтанной компактификации при использовании стандартного ЭД или a-зависимость при использовании ЭД Вилковыского - де Витта. Конечно, можно фиксировать a, как это делалось в работах [1-9]. Однако, таким же образом, можно фиксировать и калибровку в стандартном ЭД, выбирая некоторую "физическую" калибровку. Для решения данной проблемы необходимо более глубокое исследование ЭД Вилковыского - де Витта, которое не является "единым", как иногда утверждалось в литературе.

Я признателен проф. Г.Кунстаттеру за полезные обсуждения.

Литература

1. Vilkovisky G.A. Nucl. Phys., 1984, B234, 125; Barvinsky A.O., Vilkovisky G.A. Phys. Repts., 1985, 119, 1.
2. De Witt B.S. In Quantum Field Theory and Quantum Statistics, Bristol, 1987.
3. Odintsov S.D. Fortschr. Phys., 1990, 38, 371.

[1)] Детали вычислений будут опубликованы в отдельной работе.

4. Kunstatter G. Preprint LPTHE, Orsay, 90/43, 1990.

5. Buchbinder I.L., Odintsov S.D. Fortschr. Phys., 1989, 37, 225; ЯФ, 1988 47, 598.

6. Buchbinder I.L., Lavrov P.M., Odintsov S.D. Nucl. Phys., 1988, B308, 191; Odintsov S.D. Phys. Lett., 1988, B214, 387; 1988, B215, 483.

7. Huggins S.R., Kunstatter G., Leivo H.P., Toms D.J. Nucl. Phys., 1988, B301, 627.

8. Fradkin E.S., Tseytlin A.A. Nucl. Phys., 1984, B234, 509; Taylor T.R., Veneziano G. Preprint CERN-TH, 5541/89, 1989.

9. Lavrov P.M., Odintsov S.D., Tyutin I.V. Mod. Phys. Lett., 1988, A3, 1273.