Письма в ЖЭТФ, том 53, вып. 4, стр. 208 - 211 25 февраля 1991 г.

О НОВОМ КЛАССЕ НОРМАЛЬНЫХ ФЕРМИ-ЖИДКОСТЕЙ

Г.Е. Воловик

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау АН СССР
142432, Черноголовка

Поступила в редакцию 23 января 1991 г.

Рассматривается топологическая структура функции Грина ферми-жидкости. Показано, что эта структура сохраняется при переходе к маргинальной ферми-жидкости или ферми-жидкости Латтинжера, но видоизменяется при переходе к состоянию типа фермионного конденсата, в котором ферми-поверхность расплывается в ферми-полосу.

В последнее время в связи с обсуждением проблемы происхождения высокотемпературной сверхпроводимости оживился интерес к нетрадиционным состояниям ферми-жидкости [1]. Помимо обычной ферми-жидкости с хорошо определенным полюсом у функции Грина вблизи ферми-поверхности.

$$G(\omega, \vec{p}) \approx \frac{Z}{\omega - v_F(p - p_F) + i\gamma(p)\mathrm{sign}(p - p_F)} ,$$

рассматриваются маргинальные ферми-жидкости [2], в которых вычет Z обращается в нуль, как логарифмическая функция частоты ($Z \sim 1/\ln(\omega_c/\omega)$). Такое имеет место при учете взаимодействия электронов с поперечными фотонами [3]. Кроме того имеется ферми-жидкость Латтинжера, в которой Z спадает степенным образом [4]. Последние имеют место в одномерных ферми-системах, но по-видимому возможны и в системах с более высокой размерностью [5]. Еще один тип ферми-жидкости, названный фермионным конденсатом, предложен в работе [6] для случая сильного взаимодействия фермионов. В приближении хаотических фаз энергия $\varepsilon(\vec{p})$ фермиевских квазичастиц, отсчитанная от химического потенциала, обращается в нуль не на поверхности $p = p_F$, как в обычной ферми-системе, а в целой полосе импульсов $p_1 < p < p_2$. Иначе говоря, ферми-поверхность размыта в "ферми-полосу" (фермионный конденсат).

Мы обсудим здесь общую топологическую структуру функций Грина для этих систем и покажем, что латтинжеровская и маргинальная ферми-жидкости относятся к тому же топологическому классу, что и обычная ферми-жидкость, т.е. их функция Грина обладает в импульсном пространстве вихревой особенностью, и геометрическое место точек, в которых имеется особенность, образует поверхность Ферми. В состоянии фермионного конденсата вихревая особенность размыта в полосу конечной ширины (вихревой лист), что по аналогии с вихрями в сверхтекучей жидкости соответствует расщеплению вихря с одним квантом циркуляции на два полувихря, соединенных вихревым листом.

Нас интересует одночастичная функция Грина $G(\Omega,\vec{p})$ на мнимой полуоси частот $\omega = i\Omega$. Согласно общим аналитическим свойствам $G(\Omega,\vec{p})$ может иметь особенности только при $\Omega = 0$[7]. В обычной ферми-жидкости эти особенности расположены на поверхности Ферми и характеризуются следующим инвариантом

$$N = \mathrm{tr} \oint_C \frac{dl}{2\pi i} G(\Omega,\vec{p}) \partial_l G^{-1}(\Omega,\vec{p}) \ , \tag{1}$$

где tr означает след по спиновым или зонным индексам функции Грина, а интеграл берется по произвольному контуру C в пространстве $(\Omega,\vec{p})$, охватывающему особенность. На рис.1 для простоты изображен случай двумерной ферми-жидкости, где контур C охватывает линейную особенность – ферми-линию. Если особенность имеет аналитический характер, то N совпадает с кратностью полюса в особенности. Так в обычной ферми-жидкости функция Грина имеет в особенности полюс первого порядка, $G(\Omega,\vec{p}) \sim Z/(z - v_F p_F)$, где $z = v_F p - i\Omega$, поэтому $N = 1$ для каждой из двух проекций спина, так что суммарный заряд $N = 2$. Нам важно, что инвариант N остается целочисленным даже в том случае, когда особенность не является полюсной. Этот индекс описывает набег фазы Φ функции Грина при обходе по контуру, равный $2\pi N$, поэтому он не может меняться непрерывно и тем самым сохраняется при малых шевелениях функции Грина. В этом отношении имеется аналогия с топологически устойчивыми особенностями у фазы конденсата сверхтекучей жидкости - можно сказать, что ферми-линия на рис.1 для одной из компонент спина соответствует в этой аналогии линии квантованного вихря с квантом циркуляции $N = 1$. (В случае трехмерной ферми-жидкости квантовый вихрь в четырехмерном пространстве $(\vec{p},\Omega)$ образует двумерную поверхность - поверхность Ферми; для одномерной ферми-жидкости вихрь является точкой в двумерном (p,Ω) пространстве).

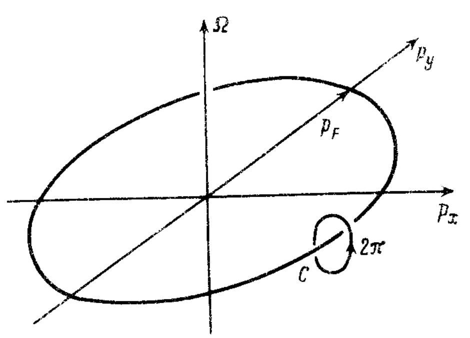

Рис. 1. Ферми-поверхность в двумерной (трехмерной) ферми-жидкости представляет собой топологически устойчивую особую вихревую линию (поверхность) в трехмерном (четырехмерном) пространстве Ω, p_x, p_y (Ω, p_x, p_y, p_z), при обходе вокруг которой фаза функции Грина меняется на 2π. Такая структура сохраняется в маргинальной и латтинжеровской ферми-жидкостях

Инвариант N не меняется при переходе от обычной ферми-жидкости к неполюсным (маргинальной или латтинжеровской) ферми-жидкостям. Действительно, функция Грина для одномерной латтинжеровской бесспиновой ферми-жидкости имеет вблизи каждой из двух ферми-точек $\pm p_F$ следующий вид [5]: $G(\omega, k = p \pm p_F) \sim (v^2k^2 - \omega^2)^g/(\omega \pm vk)$. Продолжая G аналитически на мнимую полуось, где $G(\Omega, p) \sim (z - v_F p_F)^{g-1}(z^* - v_F p_F)^g$, и вычисляя интеграл (1), получаем как и в обычном случае ту же вихревую особенность при $z = v_F p_F$ с $N = 1$ независимо от величины g. То же получается и для маргинальной ферми-жидкости [2,3] с $G \sim (i\Omega \ln(i\Omega) - v_F(p - p_F))^{-1}$. Таким образом переход к маргинальным и латтинжеровским состояниям не меняет топологическую структуру функции Грина ферми-жидкости, сохраняя понятие ферми-поверхности, как поверхности вихревых сингулярностей функции Грина. Ситуация не меняется при учете спиновой структуры. В этом случае интеграл (1) для обычной ферми-жидкости дает суммарный заряд $N = 2$ для двух компонент спина, и самое большое, что может произойти при переходе к неполюсным ферми-жидкостям, это расщепление вырожденной по спину ферми-поверхности с $N = 2$ на две хорошо определенных ферми-поверхности с $N = 1$ каждая, которые соответствуют холонам и спинонам [1]. С топологической точки зрения это эквивалентно расщеплению ферми-поверхности паулиевским магнитным полем, которое раздвигает энергии фермионов с разными проекциями спина, что также приводит к двум невырожденным ферми-поверхностям с $N = 1$.

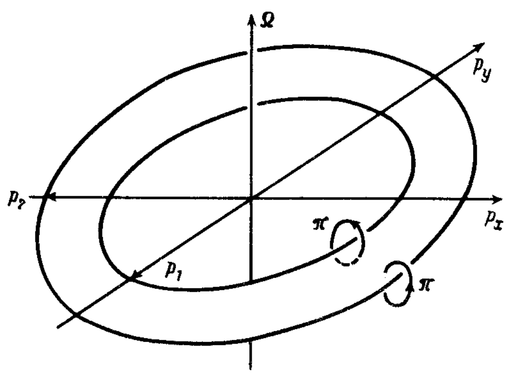

Рис. 2. В фермионном конденсате ферми-поверхность расплывается в ферми-полосу, границы которой $p = p_1$ и $p = p_2$ представляют собой полуквантовые вихри. При обходе вокруг такого полувихря фаза функции Грина меняется на π

Совсем другая ситуация возникает в системе фермионного конденсата, рассмотренного в [6]. В этом случае вихревая линия с $N = 1$, которая не может исчезнуть в силу топологической устойчивости, растягивается в вихревой лист (ферми-полосу, см. рис.2 для размерности $D = 2$), на котором фаза Φ функции Грина испытывает скачок. В модели хаотических фаз [6], в которой на ферми-полосе $p_1 < p < p_2$ энергия $\epsilon(\vec{p}) = 0$ и, следовательно, $G = 1/i\Omega$, скачок фазы Φ при прохождении через $\Omega = 0$ постоянен и равен π. Это означает, что границы вихревого листа представляют собой вихри с полуцелым квантом циркуляции $N = 1/2$, поскольку набег фазы вокруг них составляет π. Это свойство является грубым, т.е. должно сохраниться и в точном решении уравнений для функции Грина, которое вообще говоря не должно совпадать с результатом модели. Точное решение пока еще не найдено, но можно предположить, что при достаточно малом расщеплении $p_2 - p_1$, когда функция Грина ведет себя одинаково вблизи каждого из полувихрей, оно имеет простой степенной вид:

$$G(\vec{p}, \Omega) = \frac{Z}{(z - v_F p_1)^{1/2}(z - v_F p_2)^{1/2}} , \tag{2}$$

что соответствует корневому разрезу на отрезке $p_1 < p < p_2$: фаза Φ функции Грина по обе стороны разреза отличается на π.

Итак, в отличии от маргинальной и латтинжеровской ферми-жидкостей, система с фермионным конденсатом по своей топологической структуре является существенно новым классом ферми-жидкостей. Переход от ферми-поверхности в обычной ферми-жидкости к ферми-полосе в фермионном конденсате связан с изменением топологической характеристики функции Грина и представляет собой разновидность топологических фазовых переходов Лифшица, происходящих при нулевой температуре. Это явление может иметь место не только в нормальной ферми-жидкости, но и в сверхпроводниках, где достаточно сильное спаривательное взаимодействие может привести к открытию ферми-поверхности даже в сверхпроводящем состоянии [8]; последняя представляет собой поверхность особенностей у расширенной функции Грина сверхпроводника (функции Горькова).

Я благодарен В.А.Ходелю и К.Петику (C.J. Pethick) за ценные обсуждения.

Литература

1. Anderson P.W. Phys. Rev. Lett., 1990, 64, 1839.
2. Varma C.V., Littlewood P.B., Schmitt-Rink S., et al. Phys. Rev. Lett., 1989, 63, 1996.
3. Reizer M.Yu. Phys. Rev. B, 1989, 40, 11571.
4. Haldane F.D.M. J. Phys. C, 1981, 14, 2585.
5. Wen X.G. "A metallic non-fermi-liquid fixed point in two and higher dimensions", 1990, preprint IASSNS-HEP-90/49.
6. Ходель В.А., Шагинян В.Р. Письма в ЖЭТФ, 1990, 51, 488.
7. Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. "Методы квантовой теории поля в статистической физике", ФМ, Москва. 1962.
8. Volovik G.E. Phys. Lett. A, 1989, 142, 282.