

Магнонный механизм джозефсоновской связи в СФС-структурах

А. Ю. Зюзин¹⁾

Физико-технический институт им. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 17 июля 2012 г.

После переработки 28 августа 2012 г.

Показано, что при учете электрон-магнонного взаимодействия в однородно намагниченном ферромагнетике джозефсоновская связь в контакте сверхпроводник–ферромагнетик–сверхпроводник (СФС-контакте) сохраняется на расстояниях, на которых обычный эффект близости экспоненциально убывает. Получены выражения для энергии связи, содержащие параметры магнонного спектра и позволяющие оценить величину максимального сверхпроводящего тока.

Ожидаемая физика эффекта близости в структурах S -сверхпроводник–ферромагнитный металл [1] связана с тем, что волновая функция куперовской пары в металле осциллирует с расстоянием от границы со сверхпроводником. Это является аналогом поведения в сверхпроводящем состоянии Ларкина–Овчинникова–Фульде–Ферреля [2, 3]. Наличие примесного рассеяния в металле приводит к экспоненциальному убыванию волновой функции куперовской пары на длине осцилляции, равной $L_h = \sqrt{D/\hbar}$, где D – коэффициент диффузии, а \hbar – энергия ферромагнитного расщепления. Экспериментальные следствия такой картины хорошо установлены [4] (см. также обзоры [5–7]).

Последние эксперименты на СФС-структурах обнаружили [8–10], что куперовские пары из S -сверхпроводника проникают в магнитный металл на расстояние, много большее, чем длина L_h . Объяснение этого состоит в том, что в таких структурах реализуется магнитное состояние, характеризующееся неколлинеарным упорядочением. В [9] это геликоидальное упорядочение, в [10] – искусственно создаваемая неколлинеарность в магнитных мультислоях. В этом случае в магнетик из S -сверхпроводника проникает нечетное по частоте триплетное состояние [7, 11]. Пространственная симметрия такого состояния обуславливает нечувствительность его к потенциальному рассеянию.

Мезоскопические флуктуации джозефсоновского тока сохраняются на всех масштабах, определяемых как упругими взаимодействиями, так и ферромагнитным расщеплением. Поэтому в контакте, в котором распределение разности сверхпроводящих фаз скоррелировано с мезоскопическими флуктуациями, возникает средний джозефсоновский ток [12] даже при толщинах, много больших L_h .

Настоящая работа посвящена влиянию электрон-магнонного взаимодействия на энергию джозефсоновского СФС-контакта с однородной намагниченностью в пределе больших толщин ферромагнетика. Обычно при рассмотрении задачи о СФС-контакте ферромагнетик моделируется как металл с встроенным спиновым расщеплением. При этом пренебрегается тем обстоятельством, что из-за электрон-магнонного взаимодействия состояния с заданной проекцией спина не являются собственными состояниями. Поэтому волновая функция куперовской пары, проникающей в ферромагнетик из S -сверхпроводника, содержит компоненту, которая не осциллирует в обменном поле и, как показывает расчет, не убывает экспоненциально на длине L_h . Физически это соответствует тому, что магноны нарушают коллинеарность намагниченности и приводят к появлению триплетной нечетной по частоте составляющей сверхпроводящего параметра порядка в ферромагнетике [7, 11].

Будем описывать ферромагнетик в рамках s - d -модели с гамильтонианом

$$H_{sd} = J \int d\mathbf{r} \psi_i^+(\mathbf{r}) \sigma_{i,j} \psi_j(\mathbf{r}) \mathbf{S}(\mathbf{r}). \quad (1)$$

Здесь σ – матрицы Паули, $\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \sum_k \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \mathbf{S}_k$ – оператор плотности локализованных в точках \mathbf{r}_i спинов.

Предполагается ферромагнитное упорядочение локализованных спинов в направлении z и соответствующее ему ферромагнитное расщепление электронного спектра $\hbar = J\langle S \rangle$, где $\langle S \rangle$ есть плотность локализованных спинов.

Спиновую подсистему будем описывать моделью “легкой оси” с гамильтонианом [13]

$$H_S = - \sum_{i,j} [J_1(S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y) + J_2 S_i^z S_j^z], \quad (2)$$

¹⁾ e-mail: a.zyuzin@mail.ioffe.ru

который в спин-волновом приближении имеет спектр $E(q) = E_a + D_s q^2$, где E_a есть энергия анизотропии.

Поперечная часть гамильтониана (1) с помощью операторов Намбу

$$\Psi_1(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \psi_\uparrow(\mathbf{r}) \\ \psi_\downarrow^+(\mathbf{r}) \end{pmatrix}, \quad \Psi_2(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \psi_\downarrow(\mathbf{r}) \\ \psi_\uparrow^+(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (3)$$

может быть представлена как

$$H_\perp = \frac{J}{2} \sum_{i,j=1,2} \int d\mathbf{r} \Psi_i^+(\mathbf{r}) \times \\ \times [\sigma_{i,j}^x S^x(\mathbf{r}) + \sigma_{i,j}^y S^y(\mathbf{r})] \sigma^z \Psi_k(\mathbf{r}). \quad (4)$$

Во втором порядке теории возмущений поправка к термодинамическому потенциалу имеет вид

$$\delta\Omega = -\frac{J^2}{8} \int_0^{1/T} d\tau_1 d\tau_2 \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \times \\ \times \sum_{\alpha,\beta=x,y} D^{\alpha,\beta}(\tau_{12}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \times \\ \times \sigma_{i,j}^\alpha \sigma_{j,i}^\beta \langle \sigma^z G_i(\tau_{21}, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \sigma^z G_j(\tau_{12}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \rangle. \quad (5)$$

Интегрирование ведется по ферромагнитной области контакта $|x| < d/2$. Считается, что он находится в плоскости (yz) . Здесь $D_{i,k}(\tau_{12}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ есть мацубаровская функция Грина для спиновых операторов:

$$D_{i,k}(\tau_{12}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\{T_\tau S^i(\tau_1, \mathbf{r}_1) S^k(\tau_2, \mathbf{r}_2)\}. \quad (6)$$

Электронные функции Грина, определенные как

$$G_i(\tau_{12}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\{T_\tau \Psi_i(\tau_1, \mathbf{r}_1) \Psi_i^+(\tau_2, \mathbf{r}_2)\}, \quad (7)$$

есть матрицы 2×2 .

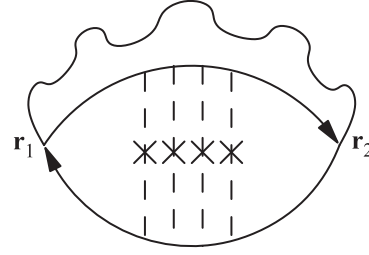
Так как операторы $\Psi_1(\mathbf{r})$ и $\Psi_2(\mathbf{r})$ отличаются лишь направлением электронных спинов, имеем $G_1(\tau, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, h) = G_2(\tau, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, -h)$.

На рисунке приведена диаграмма, соответствующая термодинамическому потенциалу (5), усредненному по случайному потенциалу. Используется стандартная техника усреднения, применяемая в задачах о контактах сверхпроводник–металл и описанная в обзорах [5–7] и цитируемой в них литературе.

Уравнение для электронной функции, усредненной по рассеивающему потенциалу, имеет вид

$$[i\epsilon_n - h - H_0 \sigma^z + \frac{i}{2\tau} \hat{g}_1(\mathbf{r})] \langle G_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon_n) \rangle = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (8)$$

Здесь $\epsilon_n = (2n + 1)\pi T$ есть мацубаровская частота, T – температура, а H_0 – гамильтониан свободных электронов.



Диаграмма, соответствующая магнонному вкладу в термодинамический потенциал, усредненный по случайному рассеивающему потенциалу. Волнистая линия обозначает магнонный пропагатор. Сплошными линиям соответствует 2×2 электронная функция Грина, усредненная по случайному потенциалу. Штриховые линии – примесное рассеяние. На рисунке приведен элемент диффузионного пропагатора

Усреднение производится по рассеивающему потенциалу, который в намбу-представлении равен $\sigma^z V(\mathbf{r})$. Предполагается, что $\langle V(\mathbf{r})V(\mathbf{r}') \rangle = \frac{1}{2\pi\nu_0\tau} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, где τ и ν_0 есть длина свободного пробега и плотность состояний на один спин на уровне Ферми электронов проводимости.

Недиагональные элементы функции Грина описывают проникновение куперовских пар в нормальный металл. Проникновение происходит на длину $L_h \equiv \sqrt{D/\hbar}$. В нашем случае, когда толщина ферромагнитного металла $d \gg L_h$, можно обе границы сверхпроводник–ферромагнетик рассматривать независимо.

Вблизи границы со сверхпроводником, параметр порядка которого имеет фазу φ , матрицу \hat{g}_1 можно представить в виде

$$\hat{g}_1(\mathbf{r}) \equiv \frac{i\sigma^z}{\pi\nu_0} \langle G_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \epsilon_n) \rangle = \begin{pmatrix} g_1 & -if_1 e^{i\varphi} \\ if_1 e^{-i\varphi} & -g_1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Элементы матрицы связаны соотношением $g_1^2 + f_1^2 = 1$.

На расстоянии от границы, много большем L_h , или в случае слабого эффекта близости матричные элементы $|f_1| \ll 1$, $g_1 = \text{sign}(\epsilon_n)$.

Функция $f_1(\mathbf{r}, \epsilon_n)$ определяется из уравнения Узалея, которое в ферромагнетике в случае слабого эффекта близости при $|\epsilon_n \tau| \ll 1$ и $\hbar\tau < 1$ имеет вид

$$[-D\nabla^2 + 2(\epsilon_n + ih)\text{sign}(\epsilon_n)]f_1(\mathbf{r}, \epsilon_n) = 0. \quad (10)$$

Здесь D есть коэффициент диффузии электронов. Отметим, что $f_2(\mathbf{r}, \epsilon_n)$ получается из $f_1(\mathbf{r}, \epsilon_n)$ заменой h на $-h$.

В случае малой прозрачности СФ-границы можно воспользоваться граничными условиями на контакте сверхпроводник–ферромагнитный металл в виде [14]

$$\gamma \mathbf{n} \nabla f_1(\mathbf{r}, \epsilon_n) = \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + \epsilon_n^2}}. \quad (11)$$

Здесь $(\gamma)^{-1}$ есть отношение удельного сопротивления ферромагнетика к сопротивлению единицы площади поверхности, \mathbf{n} – нормаль к поверхности, Δ – модуль параметра порядка сверхпроводника.

При вычислении усредненной по случайному потенциалу восприимчивости

$$\Pi \equiv \langle \text{Sp}[\sigma_z G_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \epsilon_n) \sigma_z G_2(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1, \epsilon_{n'})] \rangle, \quad (12)$$

входящей в выражение для термодинамического потенциала, в диффузионных пропагаторах только сечения, пропорциональные $(1 \pm \sigma_z^{(1)})(1 \mp \sigma_z^{(2)})$, не содержат \hbar . Соответственно только такие вклады не затухают на длине L_h и должны учитываться при вычислении $\delta\Omega$ при $d \gg L_h$. При этом на частоты ϵ_n и $\epsilon_{n'}$ возникает условие $\epsilon_n \epsilon_{n'} > 0$.

Поскольку по разнице координат функции Грина убывают на длине свободного пробега, много меньшей длины, на которой меняются $\hat{g}_i(\mathbf{r})$, при вычислении вершинной части можно перейти к фурье-представлению по разности координат. В результате получается

$$\int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \langle G_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \epsilon_n) \rangle \sigma^z \langle G_2(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \epsilon_{n'}) \rangle = \pi \nu_0 \tau \sigma^z (1 - \hat{g}_1 \hat{g}_2). \quad (13)$$

Подставляя в (13) определение (9), в случае слабого эффекта близости при $\epsilon_n \epsilon_{n'} > 0$ имеем

$$\begin{aligned} & \sigma^z [1 - \hat{g}_1(\mathbf{r}) \hat{g}_2(\mathbf{r})] \simeq \\ & \simeq -i \begin{pmatrix} 0 & e^{i\varphi} \\ e^{-i\varphi} & 0 \end{pmatrix} [f_1(\mathbf{r}, \epsilon_n) - f_2(\mathbf{r}, \epsilon_{n'})]. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, вершинные части, входящие в дальнедействующие части Π , отличны от нуля лишь вблизи поверхностей контакта.

Уравнение для диффузионного пропагатора в пренебрежении андреевским отражением ($\hat{g}_1(\mathbf{r}) = \text{sign}(\epsilon_n) \sigma^z$) получается при помощи функций Грина (8) при $\epsilon_n \epsilon_{n'} > 0$. Он имеет вид $\frac{\sigma_z^{(1)} \sigma_z^{(2)} - 1}{4\pi \nu_0 \tau^2} P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \Omega_{n, n'})$, где

$$(-D\nabla^2 + |\Omega_{n, n'}|) P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \Omega_{n, n'}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (15)$$

Здесь $\Omega_{n, n'} \equiv \epsilon_n + \epsilon_{n'}$.

В пределе $d \gg L_h = \sqrt{D/\hbar}$ при интегрировании по пространственным координатам в (5) медленно меняющиеся функции координат D и P можно положить равными их значениям на $x = \pm d/2$. Интегрирование по x сводится к замене

$$\begin{aligned} & [f_1(\mathbf{r}_1, \epsilon_n) - f_2(\mathbf{r}_1, \epsilon_{n'})][f_2(\mathbf{r}_2, \epsilon_{n'}) - f_1(\mathbf{r}_2, \epsilon_n)] \rightarrow \\ & \rightarrow \left[\frac{D}{2h\gamma} \left(\frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + \epsilon_n^2}} + \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + \epsilon_{n'}^2}} \right) \right]^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Можно выделить два вклада в термодинамический потенциал.

При \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 , находящихся на противоположных границах, зависящая от разности фаз восприимчивость имеет вид

$$\begin{aligned} & \delta_1 \Pi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \\ & = \pi \nu_0 \left[\frac{D}{2h\gamma} \left(\frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + \epsilon_n^2}} + \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + \epsilon_{n'}^2}} \right) \right]^2 \times \\ & \times P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \Omega_{n, n'}) \cos \varphi_{12}. \end{aligned} \quad (17)$$

Когда \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 находятся на одной и той же границе, зависящая от разности фаз поправка возникает при учете андреевского отражения от противоположной границы. Графически это означает вставление блока Хиками с вершинами, содержащими аномальные части функций Грина, в диффузионный пропагатор, изображенный на рисунке. Скорость отражения определяется как $D\nabla f_1(\mathbf{r})\nabla f_2(\mathbf{r})$. В результате

$$\begin{aligned} & \delta_2 \Pi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\frac{\pi D \nu_0}{2} \times \\ & \times \left[\frac{D}{2h\gamma} \left(\frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + \epsilon_n^2}} + \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + \epsilon_{n'}^2}} \right) \right]^2 \cos 2\varphi_{12} \times \\ & \times \int d\mathbf{r} P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}, \Omega_{n, n'}) \nabla f_1(\mathbf{r}) \nabla f_2(\mathbf{r}) P(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Omega_{n, n'}). \end{aligned} \quad (18)$$

Интегрирование по \mathbf{r} производится вблизи границы, противоположной той, где находятся \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 . Здесь снова можно положить диффузионные пропагаторы равными их значениям на границе и проинтегрировать $D\nabla f_1(\mathbf{r})\nabla f_2(\mathbf{r})$ по x .

Так как при $\hbar \gg |\epsilon_n|, |\epsilon_{n'}|$ $\delta_1 \Pi$ и $\delta_2 \Pi$ являются четными функциями \hbar , в термодинамический потенциал входит комбинация спиновых функций Грина

$$\begin{aligned} & D_{x,x}(q, \epsilon_n - \epsilon_{n'}) + D_{y,y}(q, \epsilon_n - \epsilon_{n'}) = \\ & = \frac{2\langle S \rangle E(q)}{E(q)^2 + (\epsilon_n - \epsilon_{n'})^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь $\langle S \rangle$ есть спиновая плотность.

Для оценки рассмотрим случай слабой анизотропии, $\sqrt{D_s/E_a} > L_h$, когда магнонный пропагатор

медленно меняется на длине L_h и таких температур, что $T > D_s/d^2, E_a$, когда можно в (5) ограничиться слагаемыми $\epsilon_n = \epsilon_{n'}$. Обычно $D \gg D_s$. Поэтому в рассматриваемом пределе возможно любое соотношение между толщиной d и длиной когерентности $\sqrt{D/T}$.

После подстановки в (5) выражений (17), (18) и магнного пропагатора, вычисленных для бесконечной среды, и интегрирования по СФ-поверхностям окончательно получаем

$$\delta\Omega = \delta_1\Omega + \delta_2\Omega, \quad (20)$$

где

$$\frac{\delta_1\Omega}{S} = \frac{D\nu_0 \cos \varphi_{12}}{8\gamma^2 D_s \langle S \rangle} T^2 \sum_{\epsilon_n} \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + \epsilon_n^2} \times \int_1^\infty \frac{dt}{t} \exp \left[-t \left(\sqrt{\frac{|2\epsilon_n|}{D}} + \sqrt{\frac{E_a}{D_s}} \right) d \right] \quad (21)$$

и

$$\frac{\delta_2\Omega}{S} = -\frac{D\nu_0 \cos 2\varphi_{12}}{64\gamma^4 D_s \langle S \rangle} \sqrt{\frac{DD_s}{hE_a}} T^2 \sum_{\epsilon_n} \frac{\Delta^4}{(\Delta^2 + \epsilon_n^2)^2} \times \int_1^\infty \frac{dt}{t} \exp \left(-2t \sqrt{\frac{|2\epsilon_n|}{D}} d \right). \quad (22)$$

При выводе этих выражений использовано соотношение $h = J(S)$ между константой s - d -взаимодействия и величиной ферромагнитного расщепления.

Интегрирование по t в (21) и (22) соответствует границам сверхпроводник-ферромагнетик.

Отметим, что минимум $\delta_1\Omega/S$ соответствует состоянию $\varphi = \pi$, а минимум $\delta_2\Omega/S$ достигается при $\varphi = 0, \pi$.

Спин-орбитальные взаимодействия имеют два следствия. Наличие щели в спектре магнонов, соответствующей энергии анизотропии E_a , при $d > \sqrt{D_s/E_a}$ приводит к множителю $\exp(-d\sqrt{E_a/D_s})$ в выражении (21). Спин-орбитальное рассеяние электронов проводимости можно учесть с помощью подстановки $|2\epsilon_n| \rightarrow |2\epsilon_n| + \tau_{so}^{-1}$ в экспоненты, входящие в (21) и (22), где τ_{so} есть время спиновой релаксации электронов проводимости из-за спин-орбитального рассеяния. Когда d становится больше длины релаксации спина электронов проводимости $L_{so} = \sqrt{D\tau_{so}}$, первый вклад убывает как $\exp(-d/L_{so})$. При этом второй вклад убывает с ростом спин-орбитального рассеяния быстрее первого: как $\exp(-2d/L_{so})$.

Оценим величину максимального сверхпроводящего тока, соответствующего выражениям (21) и (22), при $\sqrt{D/T}, L_{so} > d, \Delta \gtrsim T$, когда суммирование по частотам дает вклад порядка единицы.

При удельном сопротивлении ферромагнетика ~ 0.1 мкОм·см множитель $D\nu_0$ составляет $\sim 2 \times 10^{10}$ см⁻¹. Для $3d$ -металлов по порядку величины $D_s \sim 10^{-17}$ эВ·см² [15]. При спиновой плотности $\langle S \rangle \sim 10^{22}$ см⁻³ и температуре ~ 1 К имеем $\frac{D\nu_0}{8D_s \langle S \rangle} T^2 \sim 2$ К. По порядку величины γ есть отношение длины свободного пробега в ферромагнетике к коэффициенту прохождения границы [14]. При $\gamma \sim 10^{-5}$ см и площади $S \sim 10^{-8}$ см² максимальный сверхпроводящий ток составляет несколько мкА.

Отметим, что из-за малости D_s длина $\sqrt{D_s/E_a}$ может оказаться малой. В этом случае вклад (21) будет меньше, чем вклад (22).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 12-02-00300).

1. А. И. Буздин, Л. Н. Булаевский, С. В. Панюков, Письма в ЖЭТФ **35**, 147 (1982).
2. P. Fulde and R. A. Ferrell, Phys. Rev. **135**, A550 (1964).
3. А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **47**, 1136 (1964).
4. V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 2427 (2001); T. Kontos et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 137007 (2002); Y. Blum et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 187004 (2002).
5. A. Buzdin, Rev. Mod. Phys. **77**, 935 (2005).
6. Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Прошин, М. Г. Хусаинов, УФН. **172**, 113 (2002).
7. F. S. Bergeret, A. V. Volkov, and K. V. Efetov, Rev. Mod. Phys. **77**, 1321 (2005).
8. R. S. Keizer, S. T. Goennenwein, T. M. Klapwijk et al., Nature (London) **439**, 825 (2006).
9. J. W. A. Robinson, J. D. S. Witt, and M. G. Blamire, Science **329**, 59 (2010).
10. T. S. Khaire, M. A. Khasawneh, W. P. Pratt Jr., and N. O. Bigre, Phys. Rev. Lett. **104**, 137002 (2010).
11. A. V. Volkov, F. S. Bergeret, and K. V. Efetov, Phys. Rev. Lett. **90**, 117006 (2003).
12. A. Zyuzin and B. Spivak, Phys. Rev. B **61**, 5902 (2000).
13. С. В. Тябликов, Методы квантовой теории магнетизма, М.: Наука, 1975.
14. М. Ю. Куприянов, В. Ф. Лукичев, ЖЭТФ **94**, 139 (1988).
15. G. Shirane, V. J. Minkiewicz, and R. Natrans, J. Appl. Phys. **39**, 383 (1968).