Письма в ЖЭТФ, том 97, вып. 4, с. 253 – 259 © 2013 г. 25 февраля

Влияние дальних взаимодействий на механизм куперовской неустойчивости Кона–Латтинжера в модели Шубина–Вонсовского

М. Ю. Каган[+], *В. В. Вальков, В. А. Мицкан, М. М. Коровушкин*

[+]*Институт физических проблем им. Капицы РАН, 119334 Москва, Россия*

Институт физики им. Киренского СО РАН, 660036 Красноярск, Россия

Сибирский государственный аэрокосмический университет им. Решетнева, 660014 Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 24 января 2013 г.

На основе механизма Кона–Латтинжера в модели Шубина–Вонсовского при учете межузельного кулоновского взаимодействия электронов из первой и второй координационных сфер исследована проблема куперовской неустойчивости. Показано, что учет ренормировок Кона–Латтинжера для эффективного взаимодействия во втором порядке теории возмущений, а также включение перескоков электронов между узлами, относящимися ко второй и третьей координационным сферам, существенно сказывается на конкуренции между сверхпроводящими фазами с d_{xy}-, p-, s- и $d_{x^2-y^2}$-симметриями параметра порядка.

DOI: 10.7868/S0370274X13040127

1. Введение. В настоящий момент механизм Кона–Латтинжера [1] привлекает к себе значительное внимание как перспективный нефононный механизм сверхпроводимости для ряда физических систем, таких, как купратные сверхпроводники [2] и легированный графен [3, 4], а также как механизм сверхтекучести в ^{3}He [5–7] и в топологических сверхтекучих жидкостях [8]. В связи с реализацией в купратах $d_{x^2-y^2}$-типа сверхпроводимости в рамках отмеченного механизма активно изучалась конкуренция сверхпроводящих фаз с разными типами симметрии в модели Хаббарда для режима $U \ll W$ [9–14].

Недавно в работе [15] анализировалось влияние экранированного кулоновского взаимодействия на механизм Кона-Латтинжера для купратных сверхпроводников. Возрастание интереса к влиянию дальних кулоновских корреляций на структуру фазовой диаграммы мотт-хаббардовских систем при малой электронной плотности n привело к значительной популярности [16, 17] модели Шубина–Вонсовского [18, 19], в которой учитывается взаимодействие электронов (V), находящихся на разных узлах. В работе [17] для такой модели в переменных "n–V" была построена фазовая диаграмма, демонстрирующая результат конкуренции сверхпроводящих фаз с различными типами симметрии. В расчетах принимались во внимание только перескоки на узлы из первой координационной сферы, а межузельное кулоновское взаимодействие рассматривалось лишь до первого порядка теории возмущений включительно. Поскольку поляризационные вклады Кона–Латтинжера проявляются во втором порядке, представляется актуальным проанализировать влияние таких вкладов на реализацию сверхпроводящих фаз с разными симметриями.

В данной работе для модели Шубина–Вонсовского куперовская неустойчивость исследована в борновском приближении слабой связи $W > U > V$ при учете дальних перескоков, а также кулоновского взаимодействия электронов из первой и второй координационных сфер. При вычислении эффективного взаимодействия в куперовском канале учтены поляризационные вклады, представляемые в графической форме четырьмя диаграммами Кона–Латтинжера (рис. 1). Показано, что учет дальнего кулоновского взаимодействия и дальних электронных перескоков существенно влияет на условия реализации куперовского спаривания с s-, p- и d-типами симметрии параметра порядка и обеспечивает, в частности, возможность реализации $d_{x^2-y^2}$-спаривания. Отметим, что наряду с моделью Шубина–Вонсовского очень вероятным кандидатом на описание высокотемпературной сверхпроводимости с d-спариванием остается t–J-модель [20–23]. Учет кулоновского взаимодействия в рамках t–J-модели будет предметом наших дальнейших исследований.

2. Модель. Гамильтониан модели Шубина–Вонсовского в квазиимпульсном представлении записывается в виде

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{p}\sigma}(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \mu)c^{\dagger}_{\mathbf{p}\sigma}c_{\mathbf{p}\sigma} + U\sum_{\mathbf{pp'q}} c^{\dagger}_{\mathbf{p}\uparrow}c^{\dagger}_{\mathbf{p'+q}\downarrow}c_{\mathbf{p+q}\downarrow}c_{\mathbf{p'}\uparrow} + \\ + \sum_{\mathbf{pp'q}\sigma\sigma'} V_{\mathbf{p-p'}}\, c^{\dagger}_{\mathbf{p}\sigma}c^{\dagger}_{\mathbf{p'+q}\sigma'}c_{\mathbf{p+q}\sigma'}c_{\mathbf{p'}\sigma}, \qquad (1)$$

где энергия электрона при учете дальних перескоков, интенсивность которых определяется параметрами t_2 и t_3, описывается выражением

$$\varepsilon_{\mathbf{p}} = 2t_1(\cos p_x + \cos p_y) + 4t_2 \cos p_x \cos p_y + \\ + 2t_3(\cos 2p_x + \cos 2p_y). \qquad (2)$$

Фурье-образ кулоновского отталкивания электронов, находящихся на ближайших и на следующих за ближайшими узлах, имеет вид

$$V_{\mathbf{p}} = 2V_1(\cos p_x + \cos p_y) + 4V_2 \cos p_x \cos p_y. \qquad (3)$$

Использование отмеченного борновского приближения слабой связи позволяет при вычислении U_{eff} для куперовского канала ограничиться диаграммами не выше второго порядка по взаимодействию.

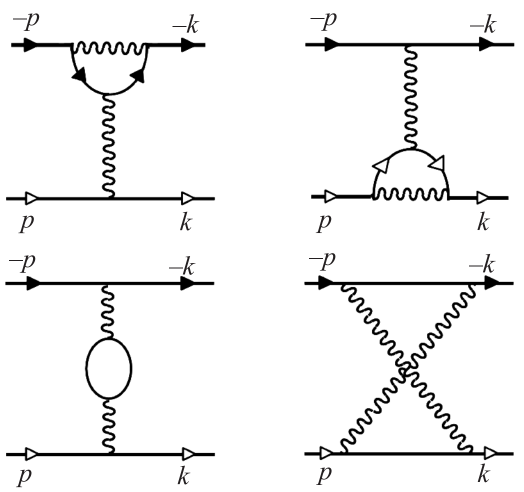

Рис. 1. Диаграммы второго порядка для эффективного взаимодействия

Отметим, что в предыдущей работе [16] нами рассматривался противоположный предел сильной связи, $U > V > W$. В этом случае учет только диаграмм первого и второго порядка является оправданным лишь в пределе малой электронной плотности ($n \ll 1$), когда работает ферми-газовое разложение Галицкого–Блюма [24, 25]. В данной работе, как и в работе [16], мы вычисляем лишь главную экспоненту для T_c. Точные вычисления предэкспоненты требуют учета диаграмм третьего и четвертого порядков [26]. Использование в данной работе борновского приближения дает возможность в то же время рассматривать бóльшие электронные плотности.

Известно, что в первом порядке теории возмущений межузельное кулоновское взаимодействие подавляет куперовское спаривание. Во втором порядке возникают вклады в эффективное взаимодействие, улучшающие условия реализации куперовской неустойчивости. Важно и то, что включение дальних перескоков позволяет смещать особенность ван Хова в плотности электронных состояний в область меньших плотностей. В данной работе анализируются лишь такие концентрации, при которых мы не подходим очень близко к особенности ван Хова, чтобы избежать суммирования паркетных диаграмм [27].

В мотт-хаббардовских системах радиус экранирования может превышать размер элементарной ячейки [28]. Этим определяется эффективность модели Шубина–Вонсовского, в которой межузельное кулоновское взаимодействие учитывается в пределах нескольких координационных сфер. В этом случае становятся существенными эффекты зоны Бриллюэна, проявляющиеся в том, что зависимость $V_{\mathbf{p}}$ определяется гармоническими функциями.

3. Ренормированное взаимодействие для куперовского канала. Поправка второго порядка для эффективного взаимодействия в куперовском канале $\delta\widetilde{\Gamma}(p,k)$ определяется четырьмя диаграммами Кона–Латтинжера, представленными на рис. 1. Сплошной линии со светлой (темной) стрелкой соответствует функция Грина электрона с проекцией спина $+1/2$ ($-1/2$). Наличие в диаграмме двух сплошных линий без стрелок подразумевает проведение суммирования по значению проекции спина. Волнистые линии отражают затравочное взаимодействие. Рассеянию электронов с одинаковыми проекциями спина соответствует только межузельный вклад. Если взаимодействуют электроны с противоположными спинами, то амплитуда рассеяния определяется суммой хаббардовского и межузельного взаимодействий. Поэтому в случае только хаббардовского отталкивания поправка $\delta\widetilde{\Gamma}(p,k)$ для эффективного взаимодействия определяется лишь четвертой диаграммой. При включении кулоновского отталкивания на соседних узлах вклад в ренормированную амплитуду дают все диаграммы рис. 1.

Сопоставляя диаграммам рис. 1 аналитические выражения (используя четырехвекторы $p \equiv (\mathbf{p}, i\omega_n)$; $k \equiv (\mathbf{k}, i\omega_m)$) и выполняя суммирование по мацубаровским частотам, получаем выражение для эффективного взаимодействия:

$$\widetilde{\Gamma}(p,k) = U + V_{\mathbf{p-k}} + \delta\widetilde{\Gamma}(p,k), \qquad (4)$$

$$\delta\widetilde{\Gamma}(p,k)=\frac{1}{N}\sum_{\mathbf{p}_1}(U+V_{\mathbf{p}-\mathbf{k}})(2V_{\mathbf{p}-\mathbf{k}}-V_{\mathbf{p}_1+\mathbf{p}}-V_{\mathbf{p}_1-\mathbf{k}})\times$$
$$\times\frac{f(\varepsilon_{\mathbf{p}_1})-f(\varepsilon_{\mathbf{p}_1+\mathbf{p}-\mathbf{k}})}{i\omega_n-i\omega_m+\varepsilon_{\mathbf{p}_1}-\varepsilon_{\mathbf{p}_1+\mathbf{p}-\mathbf{k}}}+$$
$$+\frac{1}{N}\sum_{\mathbf{p}_1}(U+V_{\mathbf{p}_1-\mathbf{p}})(U+V_{\mathbf{p}_1-\mathbf{k}})\times$$
$$\times\frac{f(\varepsilon_{\mathbf{p}_1})-f(\varepsilon_{\mathbf{p}_1-\mathbf{p}-\mathbf{k}})}{i\omega_n+i\omega_m-\varepsilon_{\mathbf{p}_1}+\varepsilon_{\mathbf{p}_1-\mathbf{p}-\mathbf{k}}},$$

где $f(\varepsilon)=[\exp(\frac{\varepsilon-\mu}{T})+1]^{-1}$.

4. Уравнение Бете–Салпетера. При учете ренормированного взаимодействия амплитуда рассеяния в куперовском канале в приближении слабой связи определяется лестничным уравнением (рис. 2).

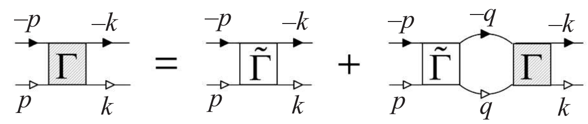

Рис. 2. Уравнение Бете – Салпетера

В аналитическом виде это уравнение записывается следующим образом:

$$\Gamma(p\,|k)=\widetilde{\Gamma}(p\,|k)-$$
$$-\frac{T}{N}\sum_{\mathbf{q},\omega_l}\widetilde{\Gamma}(p\,|\mathbf{q},i\omega_l)\frac{\Gamma(\mathbf{q},i\omega_l|k)}{(i\omega_l-\xi_{\mathbf{q}})(-i\omega_l-\xi_{\mathbf{q}})},\qquad(5)$$

где $\xi_{\mathbf{q}}=\varepsilon_{\mathbf{q}}-\mu$. Для проведения суммирования по мацубаровским частотам ω_l учтем, что в куперовском канале главный вклад в приближении слабой связи набирается от области с ω_l, близкими к нулю. Поэтому в ренормированном взаимодействии можно пренебречь зависимостью от частоты. В этом случае полная амплитуда не зависит от частоты и суммирование по ω_l в уравнении Бете–Салпетера выполняется аналитически. В результате приходим к интегральному уравнению, определяющему квазиимпульсную зависимость амплитуды рассеяния:

$$\Gamma(\mathbf{p}\,|\mathbf{k})=\widetilde{\Gamma}(\mathbf{p}\,|\mathbf{k})-\frac{1}{N}\sum_{\mathbf{q}}\widetilde{\Gamma}(\mathbf{p}\,|\mathbf{q})\frac{\operatorname{th}\left(\dfrac{\xi_{\mathbf{q}}}{2T}\right)}{2\xi_{\mathbf{q}}}\Gamma(\mathbf{q}\,|\mathbf{k}).\;(6)$$

Точка куперовской неустойчивости, как известно, находится из анализа однородной части приведенного уравнения [29]. Вводя интегрирование по изоэнергетическим контурам и учитывая, что главный вклад набирается от контуров, близких к ферми-контуру [10–12, 15] приходим к уравнению

$$\frac{1}{(2\pi)^2}\oint\limits_{\varepsilon_{\mathbf{q}}=\mu}\frac{d\hat{\mathbf{q}}}{v_{\mathrm{F}}(\hat{\mathbf{q}})}\widetilde{\Gamma}(\hat{\mathbf{p}}\,|\hat{\mathbf{q}})\Gamma(\hat{\mathbf{q}})=\lambda\Gamma(\hat{\mathbf{p}}),\qquad(7)$$

где $\lambda^{-1}\simeq\ln(T_c/W)$, квазиимпульсы $\hat{\mathbf{p}}$ и $\hat{\mathbf{q}}$ находятся на поверхности Ферми, $v_{\mathrm{F}}(\hat{\mathbf{q}})$ – ферми-скорость. Решение этого уравнения может рассматриваться как задача на собственные значения.

Представим ядро интегрального уравнения (7) в виде суперпозиции функций, каждая из которых относится к одному из неприводимых представлений группы симметрии C_{4v} квадратной решетки. Как известно, эта группа имеет пять неприводимых представлений [30]. Для каждого из представлений уравнение (7) имеет свое решение с соответствующей эффективной константой связи λ. В дальнейшем для симметрии параметра порядка используется следующая классификация: представление A_1 соответствует s-типу симметрии, A_2 – расширенному s-типу симметрии (s_{ext}), B_1 – d_{xy}-типу симметрии, B_2 – $d_{x^2-y^2}$-типу симметрии, E – p-типу симметрии.

Решение уравнения (7) ищется в виде

$$\Gamma(\phi)=\sum_{\alpha\,n}\Delta_{\alpha\,n}g_{\alpha\,n}(\phi),\qquad(8)$$

где α – номер представления, n – номер функции внутри представления, а ϕ – угол, характеризующий направление квазиимпульса $\hat{\mathbf{p}}$ по отношению к оси p_x. Явный вид ортонормированных функций $g_{\alpha\,n}(\phi)$ определяется выражениями

$$\begin{aligned}
&A_1\rightarrow\; g_{s,n}(\phi)=\frac{1}{\sqrt{(1+\delta_{n0})\pi}}\cos 4n\phi,\quad n\in[0,\infty),\\
&A_2\rightarrow\; g_{s_{\mathrm{ext}},n}(\phi)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sin 4(n+1)\phi,\\
&B_1\rightarrow\; g_{d_{xy},n}(\phi)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sin(4n+2)\phi,\qquad(9)\\
&B_2\rightarrow\; g_{d_{x^2-y^2},n}(\phi)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\cos(4n+2)\phi,\\
&E\;\rightarrow\; g_{p,n}(\phi)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}[A\sin(2n+1)\phi+B\cos(2n+1)\phi].
\end{aligned}$$

Подставляя (8) в уравнение (7), проводя интегрирование по углам и используя условие ортонормированности функций $g_{\alpha\,n}(\phi)$, получаем

$$\hat{\Lambda}_{\alpha n;\beta m}\Delta_{\beta m}=\lambda\Delta_{\alpha n},\qquad(10)$$

где

$$\hat{\Lambda}_{\alpha n;\beta m}=\frac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_0^{2\pi}d\phi_{\mathbf{p}}\int\limits_0^{2\pi}d\phi_{\mathbf{q}}\frac{d\hat{\mathbf{q}}}{d\phi_{\mathbf{q}}v_{\mathrm{F}}(\hat{\mathbf{q}})}\widetilde{\Gamma}(\hat{\mathbf{p}}\,|\hat{\mathbf{q}})\times$$
$$\times g_{\alpha n}(\phi_{\mathbf{p}})g_{\beta m}(\phi_{\mathbf{q}}).\qquad(11)$$

Поскольку $T_c\sim\exp\bigl(1/\lambda\bigr)$, каждому отрицательному собственному значению λ соответствует сверхпроводящая фаза с заданным типом симметрии параметра порядка. Каждое решение всегда относится только к одному неприводимому представлению, но его разложение по базисным функциям, вообще говоря, содержит несколько гармоник. Большему значению критической температуры соответствует наибольшее по абсолютной величине значение λ.

5. Результаты и обсуждение. На рис. 3 представлены зависимости эффективной константы связи λ от концентрации носителей n для различных типов симметрии сверхпроводящего параметра порядка. Вычисления проведены для $t_2 = t_3 = 0$ и $U = 1$ (все энергетические параметры измеряются в единицах $|t_1|$) при различных значениях параметров межузельного кулоновского взаимодействия V_1 и V_2. На рис. 3a показана зависимость $\lambda(n)$ в отсутствие межузельного кулоновского взаимодействия ($V_1 = 0$ и $V_2 = 0$). Она хорошо согласуется с соответствующими зависимостями, полученными в работе [11]. В области малых концентраций носителей ($n = 0{-}0.52$) реализуется сверхпроводимость с d_{xy}-типом симметрии параметра порядка [10]. В области $n = 0.52{-}0.58$ основному состоянию соответствует фаза с p-типом спаривания. При $n > 0.58$ преобладает $d_{x^2-y^2}$-тип сверхпроводимости.

Включение межузельного кулоновского взаимодействия заметно сказывается на конкуренции сверхпроводящих фаз. Это видно из рис. 3b, где представлены зависимости $\lambda(n)$ для $V_1 = 0.5$, $V_2 = 0$. Из сравнения с предыдущим рисунком следует, что расширилась область реализации d_{xy}-фазы, а также p-фазы. В области высоких концентраций ($n \geq 0.89$) реализуется s-тип спаривания, при котором основной вклад определяется гармоникой $g_{s,1}(\phi) = \dfrac{1}{\sqrt{\pi}} \cos 4\phi$.

Необходимо отметить, что куперовское спаривание, полученное при учете второго порядка теории возмущений по кулоновскому взаимодействию, не подавляется первым порядком. Это объясняется тем, что затравочное отталкивание $V_{\mathbf{p-k}}$ подавляет лишь часть гармоник в амплитуде рассеяния, тогда как другие гармоники приводят к куперовскому притяжению. Так, например, для области реализации p-спаривания основной вклад затравочного отталкивания $V_{\mathbf{p-k}}$ в p-канале дается функцией $g_{p,0}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} (A \sin\phi + B\cos\phi)$, тогда как в амплитуде рассеяния для p-спаривания основной вклад определяется функцией $g_{p,1}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} (A\sin 3\phi + B\cos 3\phi)$.

На рис. 3c показаны зависимости $\lambda(n)$, полученные при учете межузельного кулоновского взаимодействия электронов из первой и второй координационных сфер ($V_1 = 0.5$, $V_2 = 0.25$). Из сравнения с рис. 3b следует, что учет дальнего кулоновского отталкивания V_2 приводит к реализации $d_{x^2-y^2}$-спаривания в области малых электронных плотностей ($n = 0.05{-}0.34$).

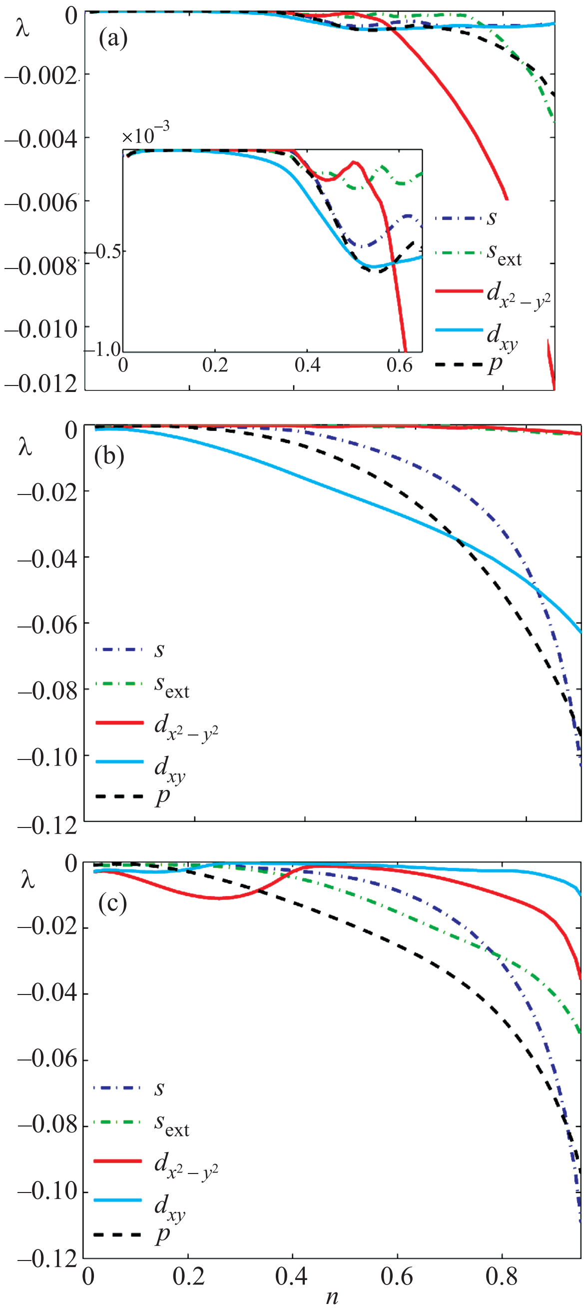

Рис. 3. Зависимости λ от концентрации носителей n для $t_2 = t_3 = 0$ и $U = 1$ при различных значениях параметров межузельного кулоновского взаимодействия: $V_1 = V_2 = 0$ (a); $V_1 = 0.5$, $V_2 = 0$ (b); $V_1 = 0.5$, $V_2 = 0.25$ (c)

Существенное влияние на результат конкуренции сверхпроводящих фаз оказывает включение перескоков электронов на узлы, находящиеся за пределами первой координационной сферы. Это следует из рис. 4, где изображены зависимости $\lambda(n)$, полученные при $U = 1$, $V_1 = 0.5$, $V_2 = 0.25$ для различных значений t_2 и t_3. Показанные на рис. 4a зависимости рассчитаны при учете электронных перескоков в пределах первых двух координационных сфер ($t_2 = 0.15$, $t_3 = 0$). При этих значениях параметров происходит смещение критической концентрации фермионов $n_{v\text{H}}$, при которой реализуется особенность ван Хова, из области половинного заполнения в область меньших электронных плотностей (рис. 5). Из сравнения рис. 3c и 4a видно, что включение перескоков t_2 приводит к расширению области реализации $d_{x^2-y^2}$-спаривания до $n = 0.4$ и увеличению абсолютных значений λ в этой области.

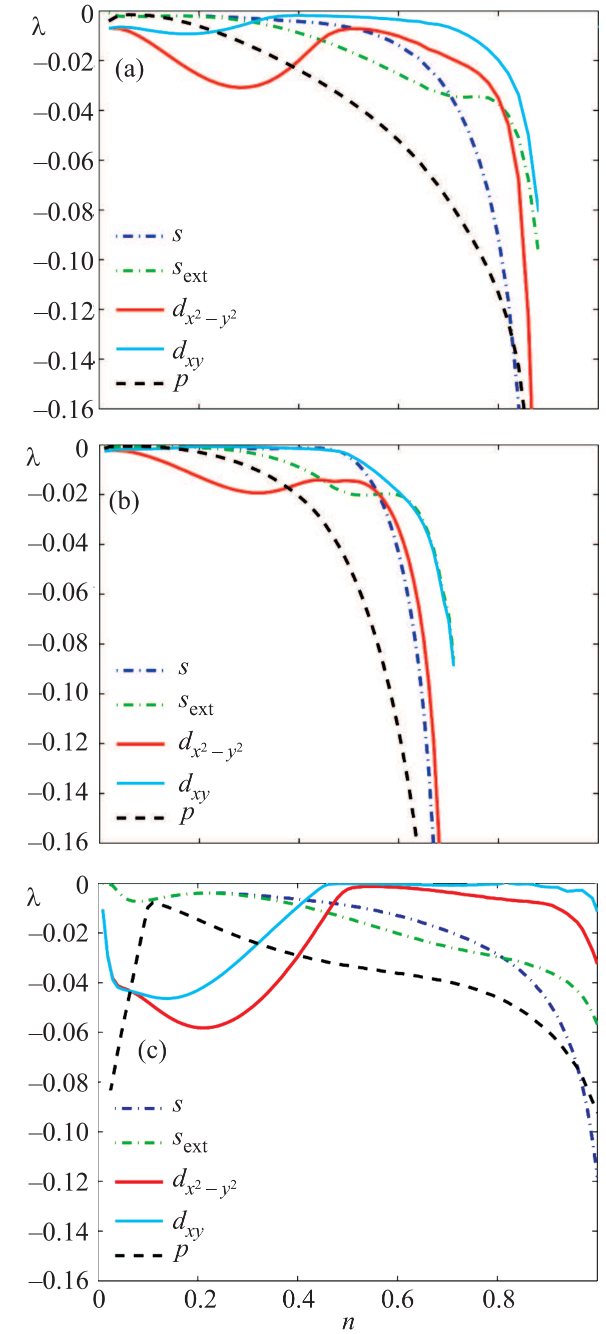

Рис. 4. Зависимости λ от концентрации носителей n для $U = 1$, $V_1 = 0.5$, $V_2 = 0.25$ и различных значениях интегралов перескока: $t_2 = 0.15$, $t_3 = 0$ (a); $t_2 = 0.15$, $t_3 = -0.1$ (b); $t_2 = 0.15$, $t_3 = 0.1$ (c)

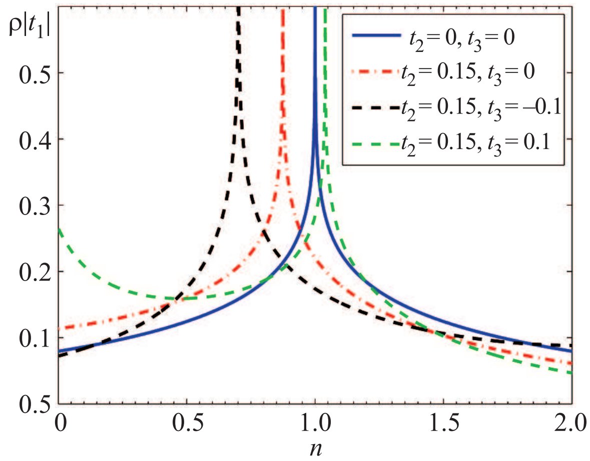

Рис. 5. Модификация плотности электронных состояний при изменении интегралов перескока

На рис. 4b и c показаны результаты расчета зависимости $\lambda(n)$, проведенного при дополнительном включении электронных перескоков в третью координационную сферу. При этом график рис. 4b получен при $t_3 < 0$, а график 4c – при $t_3 > 0$. Из сравнения этих графиков следует, что включение $t_3 > 0$ приводит к дополнительному расширению области реализации $d_{x^2-y^2}$-спаривания при малых концентрациях носителей и увеличению эффективного взаимодействия в этой области.

Отметим, что при возрастании U в области концентраций, близких к особенности ван Хова, реализуется сверхпроводящая фаза с $d_{x^2-y^2}$-симметрией параметра порядка. Это следует из рис. 6, где показаны зависимости $\lambda(n)$, полученные при $U = 2$. В областях малых и больших значений концентрации $d_{x^2-y^2}$-фаза будет основным состоянием системы. Данный результат представляется актуальным при анализе механизмов высокотемпературной сверхпроводимости. В связи с этим отметим, что критические температуры $T_c \sim 100$ K получаются при $U = 3$. Однако этот случай находится на грани применимости использованного приближения.

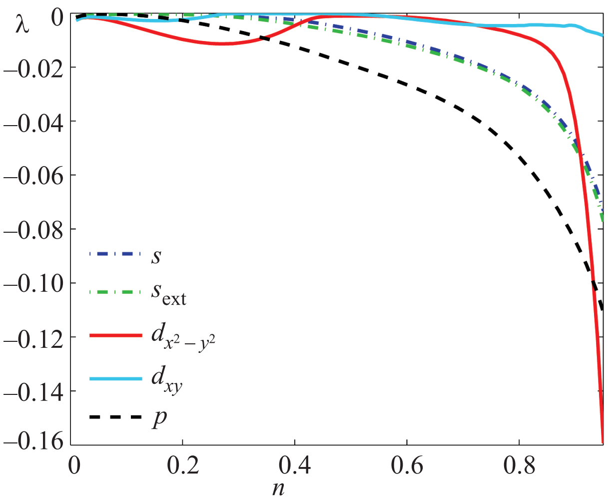

Рис. 6. Зависимости $\lambda(n)$ при $t_2 = t_3 = 0$, $V_1 = 0.5$, $V_2 = 0.25$ и $U = 2$

6. Заключение. Проведенный в рамках модели Шубина–Вонсовского в режиме слабой связи ($W > U > V$) анализ куперовской неустойчивости показал, что поляризационные вклады Кона–Латтинжера, рассчитанные во втором порядке теории возмущений, приводят к значительной ренормировке эффективного взаимодействия. Отметим, что включение дополнительного кулоновского отталкивания на соседних узлах (V_1), и даже на узлах, следующих за ближайшими (V_2), не может подавить все сверхпроводящие каналы при вычислении эффективного взаимодействия $\widetilde{\Gamma}$ в первых двух порядках теории возмущений.

Сверхпроводимость при $V_1 \neq 0$ и $V_2 \neq 0$ возникает в p-, d_{xy}- и $d_{x^2-y^2}$-каналах при малых и промежуточных электронных плотностях и в $d_{x^2-y^2}$-канале, или в специфическом s-канале (гармоника $\cos 4\phi$), вблизи особенности ван Хова при больших электронных плотностях. При увеличении хаббардовского отталкивания U вблизи особенности ван Хова реализуется традиционное $d_{x^2-y^2}$-спаривание с вполне реалистичной температурой сверхпроводящего перехода. Учёт дальних перескоков $t_2 \neq 0$ и $t_3 \neq 0$, смещая особенность ван Хова в меньшие электронные плотности, качественно не меняет фазовую диаграмму сверхпроводящего состояния.

Авторы выражают благодарность А.С. Александрову, Д.В. Ефремову, В.В. Кабанову, Ю.В. Копаеву, К.И. Кугелю, М.С. Марьенко, Н.М. Плакиде, А.В. Чубукову за многочисленные дискуссии и постоянное внимание к работе. Работа выполнена при поддержке программы президиума РАН “Квантовые мезоскопические и неупорядоченные структуры” 20.7, РФФИ (гранты # 11-02-00741, 12-02-31130) и ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 годы” (ГК # 16.740.11.0644). Один из авторов (М. М. К.) благодарит грант Президента РФ МК-526.2013.2 и фонд “Династия” за оказанную поддержку.

1. W. Kohn and J. M. Luttinger, Phys. Rev. Lett. **15**, 524 (1965).
2. М. Ю. Каган, А. В. Чубуков, Письма в ЖЭТФ **47**, 525 (1988); **50**, 483 (1989); M. A. Baranov, A. V. Chubukov, and M. Yu. Kagan, Int. J. Mod. Phys. B **6**, 2471 (1992).
3. J. González, Phys. Rev. B **78**, 205431 (2008).
4. R. Nandkishore, L. S. Levitov, and A. V. Chubukov, Nature Physics, doi:10.1038/nphys2208 (2012).
5. М. Ю. Каган, УФН **164**, 77 (1994).
6. D. Vollhardt and P. Wolfle, *The superfluid phases of Helium 3*, Taylor and Francis, London, 1990.
7. G. E. Volovik, *The Universe in a Helium Droplet*, Oxford University Press, 2003, 536 p.; G. E. Volovik, *Exotic properties of superfluid 3He*, World Scientific, 1992.
8. M. S. Marienko, J. D. Sau, and S. Tewari, arXiv:1202.5784v1 26 Feb 2012.
9. M. Yu. Kagan, Phys. Lett. A **152**, 303 (1991).
10. M. A. Baranov and M. Yu. Kagan, Z. Phys. B: Condens. Matter **86**, 237 (1992).
11. R. Hlubina, Phys. Rev. B **59**, 9600 (1999); J. Mráz and R. Hlubina, Phys. Rev. B **67**, 174518 (2003).
12. S. Raghu, S. A. Kivelson, and D. J. Scalapino, Phys. Rev. B **81**, 224505 (2010); S. Raghu and S. A. Kivelson, Phys. Rev. B **83**, 094518 (2011).
13. D. J. Scalapino, E. Loh Jr., and J. E. Hirsch, Phys. Rev. B **34**, 8190 (1986).
14. D. Zanchi and H. J. Schulz, Phys. Rev. B **54**, 9509 (1996).
15. A. S. Alexandrov and V. V. Kabanov, Phys. Rev. Lett. **106**, 136403 (2011).
16. M. Yu. Kagan, D. V. Efremov, M. S. Marienko, and V. V. Val’kov, JETP Lett. **93**, 819 (2011).
17. S. Raghu, E. Berg, A. V. Chubukov, and S. A. Kivelson, Phys. Rev. B **85**, 024516 (2012).
18. S. Shubin and S. Vonsowsky, Proc. Roy. Soc. A **145**, 159 (1934).
19. S. Shubin and S. Vonsowsky, Phys. Zs. UdSSR **7**, 292 (1935); **10**, 348 (1936).
20. M. Yu. Kagan and T. M. Rice, J.Phys.: Condens. Matter **6**, 3771 (1994).
21. Н. М. Плакида, Л. Антон, С. Адам, Г. Адам, ЖЭТФ **124**(2), 367 (2003); Н. М. Плакида, Письма в ЖЭТФ **74**, 38 (2001).
22. Ю. А. Изюмов, УФН **169**, 225 (1999).

23. V. I. Belinicher, A. L. Chernyshev, and V. A. Shubin, Phys. Rev. B **56**, 3381 (1997); V. I. Belinicher, A. L. Chernyshev, A. V. Dotsenko, and O. P. Sushkov, Phys. Rev. B **51**, 6076 (1995).
24. В. М. Галицкий, ЖЭТФ **34**, 151 (1958).
25. P. Bloom, Phys. Rev. B **12**, 125 (1975).
26. D. V. Efremov, M. S. Mar'enko, M. A. Baranov, and M. Yu Kagan, JETPh **90**(5), 861 (2000).
27. И. Е. Дзялошинский, В. М. Яковенко, ЖЭТФ **94**(4), 344 (1988).
28. Р. О. Зайцев, ЖЭТФ **125**, 891 (2004).
29. Л. П. Горьков, Т. К. Мелик-Бархударов, ЖЭТФ **40**, 1452 (1961).
30. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика: нерелятивистская теория*, М.: Наука, 1989.