Письма в ЖЭТФ, том 53, вып. 7, стр. 329 - 332 10 апреля 1991 г.

# НУЖНА ЛИ СИММЕТРИЯ ЗИГЕЛЯ КВАНТОВЫМ КИРАЛЬНЫМ БОЗОНАМ?

*О.А.Соловьев*

*Томский государственный университет им. В.В.Куйбышева*
*634010, Томск*

Поступила в редакцию 25 февраля 1991 г.

Осуществлено квантование киральных бозонов с нарушенной на квантовом уровне симметрией Зигеля.

Начиная с пионерской работы Зигеля [1], опубликовано большое количество статей, посвященных лагранжевому описанию двумерных киральных скалярных полей, а также различным способам их квантования (см., например, [2] и цитируемую там литературу). В подходах, базирующихся на зигелевской формулировке[1)], основная роль отводится дополнительной калибровочной симметрии, которая имеет сходство с диффеоморфизмами в конформной калибровке [1]. Благодаря этой симметрии множитель Лагранжа, при помощи которого в действии Зигеля учитывается условие киральности, является чисто калибровочной степенью свободы и не оказывает влияния на классический спектр теории. Однако на квантовом уровне лагранжев множитель становится динамической переменной из-за нарушения зигелевской симметрии [2]. Этот факт может быть расценен по разному в зависимости от нашей точки зрения на симметрию Зигеля.

Если рассматривать эту симметрию как калибровочную и квантовать киральные бозоны с учетом калибровочной инвариантности по методу Фаддеева - Попова, то нарушение симметрии будет означать противоречивость стандартной модели Зигеля [3]. В недавних статьях [2-4] были предложены модифицированные действия, которые наряду с киральными бозонами описывают классически нераспространяющиеся поля (скалярные [3] и спинорные [2,4]). Последние, становясь квантоводинамическими, позволяют сократить аномалию симметрии Зигеля.

С другой стороны, мы можем отказаться от процедуры Фаддеева - Попова и не фиксировать симметрию Зигеля. Тогда в квантовой теории становится существенным взаимодействие киральных бозонов с полями Лагранжа в силу приобретения последними квантовой динамики. Замечательно то, что

[1)]Мы не обсуждаем альтернативные зигелевскому способы лагранжевого представления киральных бозонов множители Лагранжа при этом можно интерпретировать как компоненты метрик некоторых двумерных гравитаций в калибровках светового конуса [1]. Данное обстоятельство позволяет применить к исследованию квантовой модели Зигеля методы изучения индуцированной $2D$-гравитации в калибровке светового конуса [5,6].

Пусть $Y^i$ - леводвижущиеся скалярные поля, а $Z^m$- праводвижущиеся ($i = 1,\ldots, N_L$, $m = 1,\ldots, N_R$). В подходе Зигеля указанные поля описываются действием

$$S = -\int d^2\sigma(D_+Y^i\partial_-Y^i + \partial_+Z^mD_-Z^m), \tag{1}$$

где производные $D_\pm$, $\partial_\pm$ определены так [2,4]

$$\begin{aligned}
&\partial_\pm = \partial/\partial\sigma^\pm, \quad D_\pm = \partial_\pm - \Lambda_{\pm\pm}\partial_\mp + (\partial_\mp\Lambda_{\pm\pm})\hat{M},\\
&[\partial_-,\ D_+] = \frac{1}{2}R^L\hat{M}, \qquad R^L = 2\partial_-^2\Lambda_{++},\\
&[D_-,\ \partial_+] = \frac{1}{2}R^R\hat{M}, \qquad R^R = 2\partial_+^2\Lambda_{--}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $\Lambda_{\pm\pm}$ - множители Лагранжа. Действие (1) инвариантно относительно симметрии Зигеля

$$\begin{aligned}
&\delta Y^i = \epsilon_+\partial_-Y^i, \qquad \delta\Lambda_{++} = D_+\epsilon_+,\\
&\delta Z^m = \epsilon_-\partial_+Z^m, \qquad \delta\Lambda_{--} = D_-\epsilon_-.
\end{aligned} \tag{3}$$

Нарушение симметрии (3) на квантовом уровне проявляется в том, что функционал

$$\exp[i\Gamma(\Lambda_{++}, \quad \Lambda_{--}] = \int DY^iDZ^m\exp(iS) \tag{4}$$

неинвариантен относительно преобразований (3) [2]:

$$\delta\Gamma = \frac{N_L}{48\pi}\int d^2\sigma\partial_-\epsilon_+R^L + \frac{N_R}{48\pi}\int d^2\sigma\partial_+\epsilon_-R^R. \tag{5}$$

Отсюда находим выражение для $\Gamma$

$$\begin{aligned}
&\Gamma = \Gamma_L + \Gamma_R, \quad \Gamma_{L,R} = -\frac{N_{L,R}}{96\pi}\int d^2\sigma R^{L,R}\frac{1}{\Box^{L,R}}R^{L,R},\\
&\Box^L = \{\partial_-, D_+\}, \qquad \Box^R = \{D_-, \partial_+\}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Из формы "ковариантных"" производных (2) нетрудно заметить сходство между полями $\Lambda_{++}$, $\Lambda_{--}$ и компонентами метрик $h_{++1}, h_{--2}$ двух различных $2D$-гравитаций в калибровках светового конуса

$$\begin{aligned}
&ds_1^2 = d\sigma^+d\sigma^- + h_{++1}(d\sigma^+)^2,\\
&ds_2^2 = d\sigma^+d\sigma^- + h_{--2}(d\sigma^-)^2.
\end{aligned} \tag{7}$$

В рамках этой аналогии функционалы $\Gamma_L, \Gamma_R$ (6) есть не что иное как эффективные действия двумерных гравитаций с метриками (7). Поэтому вклады от полей $\Lambda_{++}$, $\Lambda_{--}$ в центральные заряды правой и левой алгебр Вирасоро должны совпадать с вкладами соответствующих $2D$-гравитаций, которые ранее были вычислены в статьях [5,6]. Отсылая за деталями к этим работам, выпишем выражения для вирасоровских центральных зарядов с учетом вкладов от полей $Y^i$ и $Z^m$

$$c_R = N_R + N_L + c(h_1) + c(h_2) - 26,$$
$$c_L = N_L + N_R + c(h_1) + c(h_2) - 26, \tag{8}$$

где

$$c(h_{1,2}) = \frac{3k_{1,2}}{k_{1,2}+2} - 6k_{1,2}. \tag{9}$$

Параметры $k_{1,2}$ в формуле (9) возникают в результате перенормировок числовых коэффициентов в (6) и совпадают с центральными зарядами $SL_{1,2}(2,R)$-алгебр токов [5,6].

Для того, чтобы теория (1) описывала квантовые киральные бозоны, соответствующие центральные заряды $c_{L,R}$ должны иметь вид

$$c_R = N_R, \qquad c_L = N_L. \tag{10}$$

Формулы (8) совпадают с (10) при условии, что

$$N_L + c(h_1) + c(h_2) = 26,$$
$$N_R + c(h_1) + c(h_2) = 26. \tag{11}$$

Отсюда следует, что $N_L = N_R = N$, $k_1 = k_2 = k$. В итоге приходим к уравнению

$$N + \frac{6k}{k+2} - 16k = 26, \tag{12}$$

которое отличается от аналогичного в теории $2D$-гравитации [6] удвоенным вкладом $c(h)$.

Из (12) находим

$$k_{\pm} = \frac{N - 44 \pm \sqrt{(N-20)(N+28)}}{24}. \tag{13}$$

Как видим, значения $k$ вещественны, если $N \geq 20$ ( или $N \leq -28$). Заметим, что в теории обычной квантовой $2D$-гравитации, взаимодействующей с $n$ скалярными полями, возникали ограничения: $n \geq 26$ или $n \leq 1$. В этом заключается одна из проблем непрерывной формулировки квантовой индуцированной гравитации, так как "физические" значения $n$ должны лежать в интервале $1 < n < 26$.

В случае теории киральных бозонных струн [2-4] "физические" значения $N$ определяются из условия

$$d + N = 26, \tag{14}$$

где $d$ - размерность физического пространства-времени. Отсюда, принимая во внимание ограничение $N \geq 20$, приходим к выводу, что киральные струны, в которых киральный сектор описывается действием Зигеля, могут быть сформулированы непротиворечиво в размерностях $d = 0,1,2,3,4,5,6$.

Я признателен Кузенко С. за высказанные замечания по данной работе.

## Литература

1. Siegel W. Nucl. Phys. B, 1984, 238, 307.
2. Kuzenko S.M., Soloviev O.A. Int. J. Mod. Phys. A, 1990, 5, 1341.

3. Hull C.M. Phys. Lett. B, 1988, 206, 234; 1988, 212, 437.

4. Кузенко С.М., Соловьев О.А. Письма в ЖЭТФ, 1989, 50, 52.

5. Polyakov A.M. Mod. Phys. Lett. A, 1987, 2, 893.

6. Knizhnik V.G., Polyakov A.M., Zamolodchikov A.B. Mod. Phys. Lett. A, 1988, 3, 819.