

# Солитоны огибающей электромагнитно-спиновых волн в искусственном слоистом мультиферроике

М. А. Черкасский<sup>1)</sup>, Б. А. Калиникос

С.-Петербургский государственный электротехнический университет, 197376 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 30 апреля 2013 г.

Работа посвящена изучению нелинейных волновых свойств искусственной мультиферроидной среды, состоящей из слоя сегнетоэлектрика и слоя ферромагнетика. Исследовано одновременное влияние волновых нелинейностей обоих слоев на процессы формирования и распространения солитонов огибающей. Показано, что благодаря учету волновой нелинейности сегнетоэлектрического слоя в такой среде способны формироваться светлые солитоны огибающей электромагнитно-спиновых волн. Для подтверждения полученных теоретических результатов произведен расчет коэффициентов нелинейного уравнения Шредингера и выполнено его численное решение.

DOI: 10.7868/S0370274X13110015

**1. Введение.** В последние несколько десятилетий наблюдается рост интереса к исследованию нелинейных волновых явлений в различных средах. Одним из таких явлений служат солитоны огибающей – локализованные волновые пакеты, распространяющиеся без изменения формы в нелинейной среде с дисперсией [1, 2]. К настоящему времени солитоны огибающей подробно изучены в различных волноведущих средах, таких как, ферромагнитные пленки [2, 3], оптические волокна [3], электромагнитные линии передач [2], конденсат Бозе–Эйнштейна [4] и т.д. Обратим внимание на то, что ранее при исследовании солитонов огибающей учитывался только один тип нелинейности волноведущей среды. Искусственные мультиферроики (гетероструктуры, состоящие из слоев ферромагнетика и слоев сегнетоэлектрика) сочетают в себе нелинейность сегнетоэлектрических и ферромагнитных слоев. Таким образом, они обладают двумя типами нелинейности. В данной работе впервые выполнено исследование солитонов огибающей в мультиферроидной среде.

Рассмотрим вначале нелинейные эффекты в каждом из слоев мультиферроидной среды по отдельности. Спин-система ферромагнетика является нелинейной диспергирующей средой, в которой наблюдаются солитоны огибающей [5–13], собственная [14–17] и наведенная [18–21] модуляционная неустойчивость, динамический хаос [22–25], возвращаемость [26] и другие явления. В сегнетоэлектрике ранее были исследованы такие нелинейные явления, как генерация

третьей гармоники [27, 28], нелинейное преобразование сигнала в линиях передач [29–31] и другие [32].

Несмотря на значительные достижения в изучении нелинейных явлений в ферромагнетиках и сегнетоэлектриках, в среде, состоящей из слоев этих двух материалов (мультиферроике), ранее были исследованы в основном *линейные* явления и эффекты (см. [33, 34] и литературу в них). Нам известно только несколько работ, посвященных исследованию *нелинейных* волноведущих свойств мультиферроидной среды. К ним, в частности, относятся теоретическое исследование солитонов огибающей в безграничном мультиферроике [35] и исследование нелинейных волн в структуре феррит–сегнетоэлектрик [36]. Из вышеизложенного можно сделать вывод о том, что солитоны огибающей, подробно исследованные в различных волноведущих средах, в мультиферроике изучены явно недостаточно. Целью настоящей работы является теоретическое исследование солитонов огибающей электромагнитно-спиновых волн (ЭСВ), которые формируются в искусственной мультиферроидной среде.

В настоящей работе мы рассмотрим нелинейность ферромагнитного слоя мультиферроика, обусловленную изменением постоянной намагниченности под действием переменной намагниченности распространяющейся ЭСВ [37]. Подобную нелинейность мы будем называть *волновой магнитной нелинейностью* мультиферроика. В сегнетоэлектрическом слое мы учтем нелинейность, которая связана с изменением диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика  $\epsilon_a$  под действием амплитуды переменного электрического поля ЭСВ. Отметим, что диэлектрическая про-

<sup>1)</sup>e-mail: macherkasskii@hotmail.com

нищаемость способна изменяться как под действием внешнего постоянного электрического поля, так и под действием переменного поля распространяющейся волны. Мы будем исследовать нелинейность сегнетоэлектрика, возникающую под действием переменного электрического поля распространяющейся волны. Будем называть такую нелинейность *волновой электрической нелинейностью* мультиферроика.

**2. Линейные и нелинейный законы дисперсии.** Хорошо известно, что процессы формирования и распространения солитонов огибающей обычно описываются с помощью нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) [2, 5]. В обобщенных координатах это уравнение записывается следующим образом:

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{D}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - N|u|^2 = -i\Gamma u, \quad (1)$$

где  $D = \partial^2 \omega / \partial k_x^2$  – дисперсионный коэффициент,  $N = \partial \omega / \partial |u|^2$  – нелинейный коэффициент, а  $\Gamma$  – частота релаксации.

Для достижения поставленной цели необходимо получить выражения для расчета коэффициентов НУШ. Указанные выражения могут быть получены из нелинейного закона дисперсии, т.е. из уравнения, которое описывает связь между волновым числом, частотой и амплитудой волны.

При учете двух типов волновой нелинейности в получаемый нами нелинейный закон дисперсии войдут две динамические переменные: амплитуды переменной намагниченности и электрического поля. Однако НУШ записывается для одной динамической переменной. Следовательно, необходимо найти связь между переменной намагниченностью и напряженностью электрического поля и исключить одну из динамических переменных.

В ходе решения поставленной задачи в работе были осуществлены следующие шаги: выведен линейный закон дисперсии, задан вид нелинейности в каждой волноведущей подсистеме, найдена связь между переменной намагниченностью и напряженностью электрического поля волны. В результате был выведен нелинейный закон дисперсии, содержащий только одну динамическую переменную. Из выведенного закона дисперсии были найдены выражения для коэффициентов НУШ. Выполнено его численное решение.

Перейдем к более детальному описанию каждого шага. Конфигурация мультиферроика и расположение осей декартовой системы координат показаны на рис. 1. Линейный закон дисперсии, использованный в работе, был получен традиционным способом

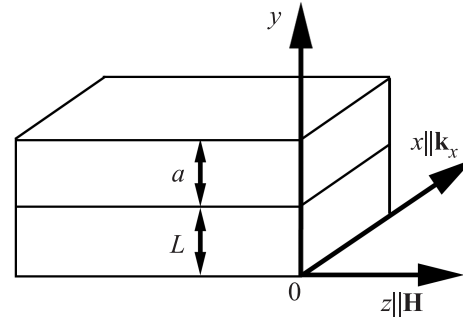


Рис. 1. Мультиферроик, состоящий из слоя сегнетоэлектрика толщиной  $a$  и ферромагнетика толщиной  $L$ . Ось  $z$  сонаправлена с вектором постоянного поля подмагничивания  $\mathbf{H}$ , а ось  $x$  – с волновым вектором  $\mathbf{k}_x$ , указывающим направление распространения волны

[38] исходя из тензора магнитной восприимчивости, выбранного направления магнитного поля подмагничивания  $\mathbf{H}$ , а также состояния сегнетоэлектрика, при котором он находился в параэлектрической фазе [39, 40]. Исследования проводились для ГМ-волн, так как именно в этом случае проявляются гиротропные свойства ферромагнетика [38]. Важно отметить, что мы рассматривали распространение ЭСВ в мультиферроике как единый волновой процесс, обусловленный как движением вектора переменной намагниченности, так и динамикой вектора поляризации.

Для получения нелинейного закона дисперсии магнитная нелинейность вводилась в линейный закон дисперсии с помощью обычно используемой замены [37]:  $\omega_{M_z} \rightarrow \omega_{M_0}(1 - |u|^2)$ , где  $\omega_{M_0} = 2\pi|\gamma|M_0$ ,  $\gamma$  – гиромагнитное отношение для спина электрона,  $M_0$  – намагниченность насыщения,  $|u|^2 = (|\mathbf{m}_x|^2 + |\mathbf{m}_y|^2)/2M_0$  – нормированная амплитуда прецессии намагниченности, а  $\mathbf{m}_x$  и  $\mathbf{m}_y$  – проекции вектора переменной намагниченности.

Электрическая волновая нелинейность вводилась способом, широко распространенным как в нелинейной оптике [41], так и при исследовании свойств сегнетоэлектриков [39, 40]. Полагалось, что  $\varepsilon_a(E) = \varepsilon_a(0)(1 + N_\varepsilon|\mathbf{E}|^2)$ , где  $N_\varepsilon$  – коэффициент электрической нелинейности, а  $\mathbf{E}$  – вектор электрического поля.

Очевидно, что электрическое поле и намагниченность связаны уравнениями Максвелла. Поэтому возможно получить формулу, описывающую их связь, в виде  $|\mathbf{E}|^2 = C|u|^2$ , где  $C$  – коэффициент связи. Подстановка в линейный закон дисперсии выражений, задающих вид электрической и магнитной нелинейности, а также формулы, описывающей связь  $|\mathbf{E}|^2$  и  $|u|^2$ , позволяет получить нелинейный закон дисперсии в форме, содержащей только одну ди-

намическую переменную  $F(\omega, k_x, |u|^2) = 0$ , где  $\omega$  – циклическая частота волны.

**3. Коэффициенты нелинейного уравнения Шредингера.** Как уже отмечалось выше, для исследования свойств солитонов огибающей необходимо получить выражения для расчета коэффициентов нелинейного уравнения Шредингера (1). Беря производные неявной функции  $F(\omega, k_x, |u|^2) = 0$ , получаем выражения для расчета  $D$  и  $N$ . Подчеркнем, что ранее подобные выражения были получены для сред, в которых присутствовала либо только магнитная, либо только электрическая нелинейность. Одновременный учет нелинейных свойств обеих сред изменяет выражение, описывающее нелинейный коэффициент  $N$ . При этом дисперсионный коэффициент  $D$  остается неизменным. Для оценки величины затухания, входящего в НУШ, мы использовали формулу (3) из работы [42].

Очевидно, что степень влияния электрической и магнитной нелинейностей на процессы формирования солитонов различна. Так как учет электрической нелинейности изменяет нелинейный коэффициент, имеет смысл провести его расчет в двух случаях: в случае учета только магнитной нелинейности и в случае одновременного учета и магнитной, и электрической нелинейности. Выберем следующие параметры мультиферроика:  $H = 1500$  Ом,  $M_0 = 1750$  Гс,  $a = 500$  мкм,  $L = 20$  мкм,  $\epsilon_a = 865$ , а также диэлектрическую проницаемость ферромагнитного слоя  $\epsilon_f = 14$ . Указанные параметры ферромагнетика соответствуют железо-иттриевому гранату (ЖИГ), а сегнетоэлектрика – композиту  $\text{Si-Ba}_{0.5}\text{Sr}_{0.5}\text{TiO}_3$ . Параметры этого композита устанавливались исходя из работы [43]. Коэффициент  $N_\epsilon$  был вычислен по экспериментальным данным той же работы. Он оказался равным  $N_\epsilon = -7.7 \cdot 10^{-8}$ .

Прежде чем перейти к результатам расчета нелинейного коэффициента, сделаем одно замечание. В ходе исследования было установлено, что весь диапазон волновых чисел, представляющий интерес с позиций возбуждения солитонов на СВЧ, можно условно разделить на три области. Область  $k < 25$  рад/см соответствует такому распределению энергии волны, при котором она в основном сосредоточена в сегнетоэлектрическом слое. Область  $k > 30$  рад/см отвечает сосредоточению энергии в ферромагнитном слое. Область  $25 < k < 30$  рад/см является переходной. Положение границ названных областей не является четким. Оно зависит от параметров мультиферроика.

Также было установлено, что в различных интервалах волновых чисел степень влияния электри-

ческой и магнитной нелинейностей различна. При этом магнитная нелинейность сдвигает дисперсионную кривую ЭСВ вниз по частоте, т.е. делает результирующий коэффициент  $N$  отрицательным, а электрическая нелинейность действует противоположным образом. Таким образом, магнитная и электрическая нелинейности конкурируют между собой.

Результаты расчета нелинейного коэффициента приведены на рис. 2. Из рисунка видно, что маг-

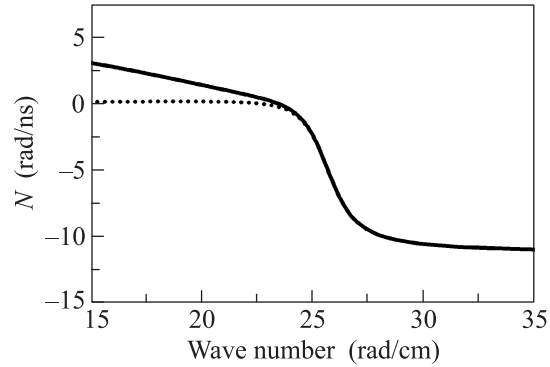


Рис. 2. Нелинейный коэффициент НУШ. Пунктирная кривая соответствует случаю учета только магнитной нелинейности, сплошная – одновременному учету обоих типов нелинейности

нитная нелинейность стремится к нулю в области  $k < 25$  рад/см. Этот эффект связан с уходом энергии ЭСВ из ферромагнитного слоя в сегнетоэлектрический. В области  $25 < k < 30$  рад/см влияние магнитной нелинейности возрастает. При  $k > 30$  рад/см она выходит на насыщение. Отметим, что при этом значение  $N$  стремится к значению нелинейного коэффициента для ЭСВ, распространяющихся в одиночной ферромагнитной пленке. Электрическая нелинейность при выбранном значении  $N_\epsilon$  не способна существенно повлиять на величину нелинейного коэффициента при  $k > 25$  рад/см. Однако в области  $k < 25$  рад/см, когда энергия ЭСВ сосредоточена в основном в сегнетоэлектрическом слое, электрическая нелинейность начинает играть существенную роль, что проявляется как возрастание  $N$ .

**4. Моделирование процессов распространения волновых пакетов.** Перейдем к обсуждению результатов численного исследования процессов формирования солитонов. Согласно критерию Лайтхилла при  $ND < 0$  могут формироваться светлые солитоны огибающей. Именно благодаря электрической нелинейности в области  $k < 25$  рад/см нелинейный коэффициент становится положительным и критерий Лайтхилла удовлетворяется. При  $k > 25$  рад/см влияние электрической нелинейно-

сти уменьшается, а влияние магнитной нелинейности начинает возрастать. Поэтому коэффициент  $N$  меняет знак. Численное моделирование было выполнено для этих двух типичных случаев. Важно отметить, что начальные условия в обоих расчетах задавались в виде гауссовского импульса, но указанный импульс в ходе эволюции трансформировался в совершенно различные выходные импульсы.

В первом случае для  $k_1 = 14$  рад/см начальное условие задавалось выражением  $u = u_0 \exp[-2(t/\sigma)^2]$ , где  $\sigma = \ln(2)^{-1/2}T_0$ , а  $T_0$  – длительность импульса на половине максимальной амплитуды. Были использованы следующие параметры:  $u_0 = 0.5373$ ,  $T_0 = 1.2$  нс. Указанные значения амплитуды и длительности являются пороговыми для формирования солитона первого порядка на данной частоте при указанных выше параметрах мультиферроика. При этом  $f = 4.435$  ГГц,  $D = -1.87 \cdot 10^7$  см<sup>2</sup>/(рад·с),  $N = 3.08 \cdot 10^9$  рад/с,  $\Gamma = 88$  рад·кГц. Отметим, что вносимые сегнетоэлектриком потери на данном волновом числе приводят к высокому значению частоты релаксации и, как следствие, к необходимости использовать сравнительно большое значение  $u_0$  для превышения солитонного порога.

Результаты соответствующего моделирования представлены на рис. 3а. Видно, что при  $t = 7.5$  нс формируется светлый солитон огибающей. О солитонной природе полученного волнового образования говорит постоянство фазы огибающей внутри импульса.

Во втором случае несущее волновое число задавалось в области  $k > 25$  рад/см и было равно  $k_2 = 34$  рад/см. В качестве начального условия снова использовался импульс в форме Гаусса, а его амплитуда была установлена такой же, как и в предыдущем случае. При этом длительность импульса была увеличена до  $T_0 = 125$  нс. Остальные параметры расчета составляли:  $f = 6.235$  ГГц,  $D = -1.45 \cdot 10^5$  см<sup>2</sup>/(рад·с),  $N = -1.09 \cdot 10^{10}$  рад/с,  $\Gamma = 1.8$  рад·кГц.

Результаты соответствующего моделирования приведены на рис. 3б. Проведенный расчет показал изменение характера эволюции импульса. Оно было вызвано в первую очередь изменением знака  $N$ . При этом в момент времени  $t = 32$  нс начинал формироваться импульс, форма которого была близка к прямоугольной. Заметим, что фронты импульса имеют “тонкую структуру”. Подобный эффект генерации прямоугольного импульса из импульса в форме Гаусса имеет аналогию в оптике [41].

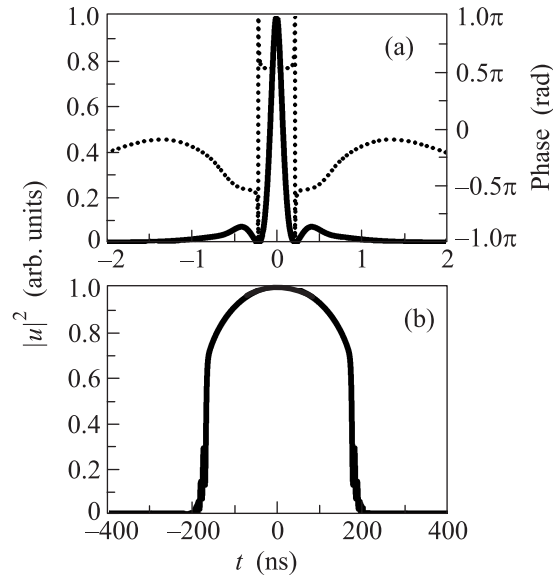


Рис. 3. (а) – Профиль светлого солитона огибающей ЭСВ при  $t = 7.5$  нс. Левая ось, показывающая квадрат амплитуды, нормирована на  $|u_1|^2 = 0.431$ . (б) – Профиль импульса при  $t = 32$  нс. Левая ось нормирована на  $|u_2|^2 = 0.108$ . Сплошными линиями обозначена амплитуда огибающей в квадрате, а пунктирной – фаза огибающей

**5. Заключение.** Итак, в настоящей работе впервые исследовалась волноведущая мультиферроидная среда, имеющая как волновую электрическую, так и волновую магнитную нелинейность. Установлено, что весь диапазон волновых чисел и частот можно разделить на три области: область, где преобладает электрическая нелинейность, область, где преобладает магнитная нелинейность, а также переходную область. Показано, что разные типы нелинейности приводят к разным знакам нелинейного коэффициента НУШ. Электрическая нелинейность стремится сместить  $N$  в положительную сторону, а магнитная – в отрицательную. Таким образом, два типа нелинейности конкурируют между собой. В работе было выполнено численное моделирование, показавшее, что установленная закономерность приводит к эффекту смены характера эволюции входного сигнала. Данный эффект заключается в следующем. При использовании входного импульса в форме Гаусса с несущим волновым числом в области преобладания электрической нелинейности формируется светлый солитон. Из импульса же той же формы, но в области преобладания магнитной нелинейности формируется импульс, имеющий близкую к прямоугольной форму.

Подробные результаты исследований нелинейных волновых образований электромагнитно-спиновых

волн, формирующихся и распространяющихся в искусственной мультиферроидной среде, будут опубликованы позднее.

Авторы выражают глубокую благодарность Т.Б. Самойловой за обсуждение нелинейных свойств сегнетоэлектрика. Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований и Министерства образования и науки РФ.

1. В.И. Карпман, *Нелинейные волны в диспергирующих средах*, М.: Наука, 1973.
2. M. Remoissenet, *Waves Called Solitons: Concepts and Experiments*, Berlin, Springer-Verlag, 1999.
3. Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал, *Оптические солитоны. От волоконных световодов к фотонным кристаллам*, М.: Физматлит, 2005 [Y. S. Kivshar and G. P. Agrawal, *Optical solitons. From Fibers to Photonic Crystals*, Academic Press, 2003].
4. P. G. Kevrekidis, D. J. Frantzeskakis, and R. Carretero-Gonzalez, *Emergent Nonlinear Phenomena in Bose-Einstein Condensates*, Berlin, Springer-Verlag, 2008.
5. А.К. Звездин, А.Ф. Попков, *ЖЭТФ* **84**, 606 (1983).
6. Б.А. Калиникос, Н.Г. Ковшиков, А.Н. Славин, *Письма в ЖЭТФ* **38**, 343 (1983).
7. Б.А. Калиникос, Н.Г. Ковшиков, А.Н. Славин, *ЖЭТФ* **94**, 159 (1988).
8. M. Chen, M. A. Tsankov, J. M. Nash et al., *Phys. Rev. B* **49**, 12773 (1994).
9. N. G. Kovshikov, B. A. Kalinikos, C. E. Patton et al., *Phys. Rev. B* **54**, 15210 (1996).
10. A. A. Serga, A. Andre, S. O. Demokritov et al., *J. Appl. Phys.* **95**, 6607 (2004).
11. R. Marcelli, S. A. Nikitov, Y. A. Filimonov et al., *IEEE Transactions on Magnetics* **42**, 1785 (2006).
12. Ю.К. Фетисов, С.Е. Паттон, В.Т. Сыногач, *Письма в ЖЭТФ* **83**, 579 (2006).
13. V. E. Demidov, U.-H. Hansen, and S. O. Demokritov, *Phys. Rev. B* **78**, 054410 (2008).
14. Б.А. Калиникос, Н.Г. Ковшиков, А.Н. Славин, *Письма в ЖТФ* **10**, 936 (1984).
15. M. Wu, B. A. Kalinikos, and C. E. Patton, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 157207 (2004).
16. C. S. Tsai, D. Young, and S. A. Nikitov, *J. Appl. Phys.* **84**, 1670 (1998).
17. M. Wu, B. A. Kalinikos, L. D. Carr et al., *Phys. Rev. Lett.* **96**, 187202 (2006).
18. В.Е. Демидов, *Письма в ЖЭТФ* **68**, 828 (1998).
19. J. W. Boyle, S. A. Nikitov, A. D. Boardman et al., *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **173**, 241 (1997).
20. А.О. Короткевич, С.А. Никитов, *ЖЭТФ* **116**, 2058 (1999).
21. X. Беннер, Б.А. Калиникос, Н.Г. Ковшиков et al., *Письма в ЖЭТФ* **72**, 306 (2000).
22. M. Wu, B. A. Kalinikos, and C. E. Patton, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 237202 (2005).
23. Е.Н. Бегинин, С.В. Гришин, Ю.П. Шараевский, *Письма в ЖЭТФ* **88**, 743 (2008).
24. А.В. Кондрашов, А.Б. Устинов, Б.А. Калиникос et al., *Письма в ЖТФ* **34**, 81 (2008).
25. M. Wu, A. M. Hagerstrom, R. Eykholt et al., *Phys. Rev. Lett.* **102**, 237203 (2009).
26. M. Wu and C. E. Patton, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 047202 (2007).
27. J. C. Booth, R. H. Ono, I. Takeuchi et al., *Appl. Phys. Lett.* **81**, 718 (2002).
28. A. Deleniv, P. Rundqvist, A. Vorobiev et al., *Microwave Symposium, IEEE/MTT-S International 683*, June 2007.
29. A. T. Findikoglu, R. Camassa, G. Lythe et al., *Appl. Phys. Lett.* **80**, 3391 (2002).
30. R. H. Freeman and A. E. Karbowiak, *J. Phys. D* **10**, 633 (1977).
31. M. J. W. Rodwell, M. Kamegawa, R. Yu et al., *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **39**, 1194 (1991).
32. А.К. Тагантсев, В.О. Шерман, К.Ф. Астафьев et al., *Journal of Electroceramics* **11**, 5 (2003).
33. А.П. Пятаков, А.К. Звездин, *УФН* **182**, 593 (2012).
34. N. X. Sun and G. Srinivasan, *Spin* **3**, 1240004 (2012).
35. М.А. Черкасский, Б.А. Калиникос, *Письма в ЖТФ* **39**, 87 (2013).
36. А.Г. Глущенко, *ФТТ* **33**, 1635 (1991).
37. В.С. Львов, *Нелинейные спиновые волны*, М.: Наука, 1987.
38. А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков, *Магнитные колебания и волны*, М.: Физматлит, 1994.
39. *Сегнетоэлектрики в технике СВЧ* (под ред. О.Г. Вендика), М.: Сов. радио, 1979.
40. *Физика сегнетоэлектрических явлений* (под ред. Г.А. Смоленского), Л.: Наука, 1985.
41. Г.П. Агравал, *Нелинейная волоконная оптика*, М.: Мир, 1996 [G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, 1996].
42. А.В. Устинов, В.А. Калиникос, В.С. Тиберкевич et al., *J. Appl. Phys.* **103**, (2008).
43. L. Z. Cao, B. L. Cheng, S. Y. Wang et al., *J. Appl. Phys.* **98**, 034106 (2005).