Письма в ЖЭТФ, том 97, вып. 11, с. 752 – 759 © 2013 г. 10 июня

ПО ИТОГАМ ПРОЕКТОВ
РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Проект РФФИ # 10-02-01483а

Голография и сильные взаимодействия: некоторые итоги

В. И. Захаров

Институт теоретической и экспериментальной физики, 117218 Москва, Россия

Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 29 апреля 2013 г.

Голографические модели позволяют связать свойства сильно взаимодействующих систем со свойствами сильно гравитирующих тел в пространствах с дополнительными измерениями. В случае квантовой хромодинамики голографическое описание получено только в инфракрасном пределе. Голография применима как при температуре $T = 0$, так и в фазе деконфайнмента, при $T > T_c$. С феноменологической точки зрения при $T > T_c$ речь идет о свойствах кварк-глюонной или просто глюонной плазмы. Голографические модели приводят к ряду качественных предсказаний, которые находятся в хорошем согласии с опытом и в некоторых случаях не имеют альтернативного теоретического объяснения. В частности, фазовый переход к деконфайнменту описывается как "размерная редукция" четырехмерного описания на трехмерное. В стандартной теоретико-полевой формулировке размерная редукция возникает только в пределе очень большой температуры, $T \to \infty$.

DOI: 10.7868/S0370274X13110106

1. Введение. Теория сильных взаимодействий (квантовая хромодинамика), характеризуется так называемой бегущей константой связи:

$$\alpha_s(Q^2) \sim 1/\ln Q^2, \tag{1}$$

где Q – характерный для данного процесса масштаб импульсов. На больших расстояниях (или при малых Q), взаимодействие становится сильным и теория возмущений неприменима. Но именно на больших расстояниях (или в инфракрасной области), возникают наиболее интересные непертурбативные явления, прежде всего невылетание цветных кварков. Около 10 лет назад возникли новые надежды на решение проблем теорий с сильной связью. Они были связаны с формулировкой дуальности между теориями поля и теориями струн, живущих в пространствах, содержащих дополнительные – по отношению к обычным четырем измерения (см. обзор [1] и ссылки в нем). Теории поля с большой константой связи дуальны теориям струн с малой константой связи, которые могут быть рассмотрены в теории возмущений.

Дуальность означает, что мы имеем дело с одной и той же теорией, записанной в разных переменных. Связь между переменными нелокальна. Она не была получена в явном виде. Существуют, однако, некоторые правила для вычисления наблюдаемых теории поля в терминах теории струн [1]. Критичное для настоящих заметок наблюдение состоит в следующем. Согласно дуальным моделям обычное пространство Минковского лежит на границе некоторой новой координаты u, такой, что

$$u_H \le u < \infty.$$

При этом $u \to \infty$ отвечает обычному $4d$-пространству. Предельное значение u_H называется горизонтом. Существует соответствие между значениями координаты u и импульса Q, введенного в (1), которое в несколько огрубленном виде выглядит как

$$Q \sim u/R_0^2, \tag{2}$$

где R_0 – константа, $R_0 \sim \Lambda_{\mathrm{QCD}}^{-1}$. Иными словами, $u \to \infty$ отвечает большому переданному импульсу (или измерениям с хорошим разрешением). Значения $u \approx u_H$ отвечают плохому разрешению (или физике больших расстояний).

Дуальность между теориями поля и струн установлена лишь для относительно узкого класса суперсимметричных теорий. В случае квантовой хромодинамики удалось показать только, что дуальность существует в инфракрасном пределе, $u \lesssim \Lambda_{\rm QCD}^{-1}$ [2]. С другой стороны, области асимптотической свободы отвечает $u \gg \Lambda_{\rm QCD}^{-1}$. Дуальное описание в терминах струн для этой области неизвестно. Поэтому существует надежда, например, показать, что потенциал взаимодействия тяжелых кварков растет линейно на больших расстояниях:

$$\lim_{r\to\infty} V_{Q\bar{Q}}(r) = \sigma r. \tag{3}$$

Это могло бы объяснить невылетание кварков. Вместе с тем нельзя вывести численное значение натяжения σ, поскольку сам масштаб импульсов в теории поля устанавливается в области асимптотической свободы.

На первый взгляд голография применима к очень ограниченному кругу явлений. Можно надеяться, например, на воспроизведение предсказаний теории поля для взаимодействия пионов (которые безмассовы в киральном пределе). И действительно, голографическая модель [2] успешно воспроизводит киральный предел квантовой хромодинамики (КХД) [3]. Новых предсказаний, однако, при этом не возникает.

На самом деле физика больших расстояний ($r \gg \gg \Lambda_{\rm QCD}^{-1}$) не так бедна, как можно подумать. Дело в том, что в вакууме КХД конденсируются так называемые магнитные степени свободы. Идея о том, что конденсат магнитных степеней свободы ответственен за конфайнмент электрических степеней свободы (кварков), была высказана давно [4]. Однако непосредственно наблюдать вакуумные конденсаты можно только в решеточных симуляциях. Феноменология вакуумных полей, ответственных за конфайнмент, оказалась богатой (см. обзор [5] и ссылки в нем). Совершенно нетривиальным следствием голографических моделей является классификация таких вакуумных ролей (или дефектов) (см. обзор [6] и ссылки в нем).

Интерпретация решеточных данных в терминах стандартных теорий поля (или, соответственно, теории струн) дается квантовой геометрией (см., например, обзор [7] и дальнейшие ссылки). Самым изученным примером вакуумных полей видимо, является, конденсат скалярного поля, $\langle\phi\rangle \neq 0$. В терминах квантовой геометрии (или решеточных измерений), такой вакуумный конденсат представляется в виде бесконечного кластера траекторий. Полная длина такого кластера пропорциональна полному объему (решетки) $V_{\rm tot}$:

$$L_{\rm tot} \equiv \rho_{\rm inf} V_{\rm tot}. \tag{4}$$

Тогда вакуумный конденсат скалярного поля равен

$$\langle\phi\rangle^2 = {\rm const} a \rho_{\rm inf}, \tag{5}$$

где a – шаг решетки, а константа зависит от формы решетки и известна явно.

При температурах выше температуры фазового перехода ($T > T_c$) кварк-глюонная материя существует в виде кварк-глюонной плазмы (см., например, обзор [8] и ссылки в нем). Более того, есть основания полагать, что свойства плазмы слабо меняются, если пренебречь влиянием динамических кварков и рассмотреть глюонную плазму.

Замечательным наблюдением является применимость гидродинамического приближения к описанию свойств плазмы. Гидродинамика отвечает физике больших расстояний, и голография может быть применена для предсказания свойств глюонной плазмы. В частности, из наблюдений известно, что отношение вязкости η к плотности энтропии s мало:

$$\eta/s \approx 0.1. \tag{6}$$

Мы вернемся к обсуждению этого отношения в голографии.

В настоящем кратком обзоре мы покажем, что данные о свойствах плазмы и о вакуумных дефектах хорошо качественно описываются в рамках голографических теорий. Отметим, что подобное согласие представляется в высшей степени нетривиальным. При этом мы используем результаты оригинальных работ [9].

2. Голографическая модель. Как уже упоминалось, дуальные модели вводят в рассмотрение пространства с дополнительными измерениями и нетривиальной метрикой в этих измерениях. В работе [2] было продемонстрировано, что в пределе большого числа цветов N_c глюодинамика в инфракрасном пределе принадлежит к тому же классу универсальности, что и струнная теория в пространстве со следующей метрикой:

$$\begin{gathered} ds^2 = \left(\frac{u}{R}\right)^{3/2}\Big[-dt^2 + \delta_{ij}dx^i dx^j + f(u)dx_4^2\Big] + \\ + \left(\frac{u}{R}\right)^{-3/2}\Big[\frac{du^2}{f(u)} + u^2 d\Omega_4^2\Big], \\ f(u) = 1 - \big(u_H/u\big)^3. \end{gathered} \tag{7}$$

При этом координата x_4 циклична:

$$x_4 \sim x_4 + \beta_4, \quad \beta_4 = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{R^3}{u_H}\right)^{1/2}, \tag{8}$$

где R – константа. Поясним вид метрики (7). Общее число измерений $d = 10$. Это связано с тем, что именно в $d = 10$ теория суперструн непротиворечива на малых расстояниях. Физический смысл пяти из десяти координат мы уже пояснили выше. Это пространство Минковского (время t и координаты x_i, где $i = 1, 2, 3$) и координата u, сопряженная переданному импульсу Q. Кроме того, включены 4-мерная сфера $d\Omega_4^2$ и периодическая координата x_4. Можно показать, что $4d$-сфера имеет отношение только к рассмотрению адронов с ненулевым барионным числом [1]. Мы не будем интересоваться этим расширением пространства Минковского.

Наиболее нетривиальная физика связана с координатой x_4. Во-первых, это дополнительное измерение наряду с обычными координатами пространства Минковского выживает в пределе $u \to \infty$:

$$ds^2(u \to \infty) \sim \left(\frac{u}{R}\right)^{3/2} \Big(- dt^2 + dx_i^2 + dx_4^2 \Big). \qquad (9)$$

Это означает, что, в очевидном противоречии с реальностью, на границе десятимерного пространства находится пятимерное пространство, а не пространство Минковского. Иными словами, модель (7) голографически может описывать глюодинамику только на расстояниях $r \gg \beta_4$. Хотя отсутствие реалистического ультрафиолетового предела является разочаровывающим обстоятельством, введение периодической координаты x_4 необходимо для нарушения суперсимметрии (поскольку граничные условия для бозонов и фермионов формулируются по-разному). Именно поэтому в инфракрасном пределе модель может описывать глюодинамику, а не суперсимметричные калибровочные теории поля. Более того, координата x_4 связана с топологическим зарядом глюонных полей $Q_{\rm top}$,

$$Q_{\rm top} = \frac{g_{YM}^2}{16\pi^2} \int \big(G_{\mu\nu}^a \tilde{G}_{\mu\nu}^a\big) d^4x,$$

где $G_{\mu\nu}^a$ – тензор напряженности глюонного поля. Чтобы пояснить, как проявляется эта связь, обратимся к геометрической интерпретации инстантонов [10], которые представляют собой вакуумные поля с $Q_{\rm top} = \pm 1$. В теории поля инстантоны характеризуются положением центра x_0 и размером ρ. На геометрическом языке дуальных теорий инстантоны отождествляются с $D0$-бранами, которые представляют собой одномерные объекты, непертурбативные решения струнных теорий. Эти браны могут быть обернуты n_θ раз вокруг координаты x_4. Топологический заряд соответствующих решений равен

$$n_\theta = Q_{\rm top}. \qquad (10)$$

Обратим внимание на то, что направление закрутки определяет знак топологического заряда.

Своеобразным и важным для приложений свойством геометрии (7) является ее "сигаро-образность" в координатах (x_4, u). Здесь имеется в виду следующее. Координата x_4 представляет собой окружность с радиусом R_{x_4}, который зависит от u. В частности

$$2\pi R_{x_4}(u \to \infty) = \beta_4, \quad R_{x_4}(u = u_H) = 0. \qquad (11)$$

Геометрически (11) и подразумевает сигарообразную форму. Отметим, что при конечной температуре $T \neq \neq 0$ удобно пользоваться евклидовой версией метрики (7), заменив $t \to i\tau$. Согласно общим правилам теории поля координата τ компактна:

$$\tau \sim \tau + \beta, \qquad \beta = 1/T. \qquad (12)$$

В координатах (τ, u) мы имеем геометрию не сигары, а цилиндра.

3. Фазовый переход к деконфайнменту. В дуальных теориях фазовые переходы описываются как переходы между различными геометриями (или решениями гравитационных уравнений Эйнштейна). В космологическом контексте подобная картина была впервые предложена в работе [11]. В нашем случае имеются две компактные координаты, x_4 и τ. Решение (7) отвечает цилиндрической геометрии в координатах (τ, u) и сигарообразной геометрии в координатах (x_4, u) (см. выше). Очевидно, что возможно и решение с переменой ролей координат x_4 и τ. При нулевой температуре выбирается решение (7). С увеличением температуры протяженность циклической координаты τ уменьшается. Достаточно очевидно, что при $\beta_4 = \beta$ происходит фазовый переход [12]. Из этого условия температура фазового перехода T_c определяется в терминах введенных выше констант:

$$T_c = \frac{3}{4\pi}\Big(\frac{u_H}{R^3}\Big)^{1/2}. \qquad (13)$$

При температуре $T > T_c$ метрика дуальной теории имеет вид

$$ds^2 = \left(\frac{u}{R}\right)^{3/2} \Big[f(u)d\tau^2 + \delta_{ij}dx^i dx^j + dx_4^2\Big] + \\ + \left(\frac{u}{R}\right)^{-3/2} \Big[\frac{du^2}{f(u)} + u^2 d\Omega_4^2\Big], \qquad (14) \\ f(u) = 1 - \big(u_T/u\big)^3.$$

Подчеркнем, что утверждение о существовании фазового перехода в дуальной формулировке следует из исходных посылок без дополнительных предположений.

Покажем, что фазовый переход, который сейчас обсуждается в геометрических терминах, действительно отвечает фазовому переходу к деконфайнменту. Критерием конфайнмента является линейный рост потенциала взаимодействия тяжелых кварков (см. (3)). Рассмотрим для общности случай $T \neq 0$. Тогда свободная энергия $F_{Q\bar{Q}}(r,T)$ тяжелых кварков (обобщение потенциала на случай ненулевых температур), находящихся на расстоянии r, определяется через вакуумное ожидание коррелятора петель Полякова $\Phi(\mathbf{x})$:

$$\langle \Phi(0), \Phi^{\dagger}(r)\rangle = \exp[-F_{Q\bar{Q}}(r,T)/T]. \tag{15}$$

Петля Полякова, в свою очередь, определена в терминах глюонного поля A_μ:

$$\Phi(r)=\frac{1}{N_c}\mathrm{Tr}\left\{P\exp\left[ig\int_0^\beta d\tau A_4(\tau, x{=}r, y{=}z{=}0)\right]\right\}. \tag{16}$$

Согласно теории струны могут оканчиваться на кварках, принадлежащих обычному $4d$-пространству. Вакуумное значение коррелятора (15) определяется действием поверхностей, оканчивающихся на линиях Полякова. Доминирует поверхность с минимальным действием [13]:

$$F_{Q\bar{Q}}(x,T) \sim S_{\min}T. \tag{17}$$

Действие струн, в свою очередь, дается формулой Намбу–Готто:

$$S_{\text{N-G}} = \frac{1}{2\pi\alpha'}\int d^2\xi\sqrt{\det\bigl(G_{nm}\partial_\alpha X^n\partial_\beta X^m\bigr)}. \tag{18}$$

Здесь метрический тензор G_{nm} может быть считан с метрики (7), $ds^2 \equiv G_{nm}dX^n dX^m$, ξ_α $(\alpha,\beta = 1,2)$ – координаты на двумерной поверхности.

Явное вычисление $S_{\min}$ довольно трудоемко. Однако для понимания того, находимся ли мы в фазе конфайнмента или деконфайнмента, достаточно простых качественных соображений. Рассмотрим сначала случай малых температур, или метрику (7) и предел $r \to \infty$. По условиям задачи поверхность заканчивается на петлях Полякова при $u \to \infty$, где метрика сингулярна. Поэтому поверхность с минимальным действием "уходит" из области больших u в область $u \sim u_H$ и затем распространяется параллельно плоскости координат (τx). Вклад этой области в $S_{\min}$, очевидно, пропорционален $S_{\min} \sim x/T$, что отвечает

$$\lim_{x\to\infty} F_{Q\bar{Q}}(x,T) \sim r, \quad T < T_c, \tag{19}$$

т.е. конфайнменту.

Иная картина возникает при $T > T_c$, когда метрика описывается формулой (14). В этом случае протяженность координаты τ при $u \sim u_T$ стремится к нулю из-за свойств функции $f(u)$ и линейного по r члена в $S_{\min}$ нет:

$$\lim_{r\to\infty} F_{Q\bar{Q}}(r,T) \sim \text{const}, \quad T > T_c. \tag{20}$$

Таким образом, фазовый переход есть действительно переход к деконфайнменту.

4. Дефекты низшей размерности. Вернемся к обсуждению дефектов низшей размерности. Тема эта на самом деле очень обширна, хотя и не так хорошо изучена, как некоторые другие разделы теории поля. Вспомним в качестве примера вихри во вращающейся сверхтекучей жидкости. Известно, что течение сверхтекучей жидкости потенциально. Поэтому на первый взгляд вращение сосуда не может передаваться жидкости. На самом деле вращение передается через вихри, или сингулярности гидродинамического течения. Положение вихря определяется тем условием, что для замкнутого контура C, охватывающего вихрь, циркуляция скорости $\mathbf{v}$ квантована:

$$\oint_C \mathbf{v}\cdot d\mathbf{l} = 2\pi n, \tag{21}$$

где n – целое число, $d\mathbf{l}$ – элемент длины контура. Если течение жидкости всюду потенциально, $\mathrm{rot}\,\mathbf{v} = 0$, то интеграл (21) равен нулю. На оси вихря, однако, течение сингулярно и интеграл (21) отличен от нуля. Можно сказать, что вихрь представляет собой дефект низшей размерности, $d = 1$ (линия). Положение вихря определяется как

$$\bigl(\partial_i\partial_j - \partial_j\partial_i\bigr)\phi \ \sim\ \epsilon_{ijk}\Omega_k\delta(x_l - x_l^{\text{vortex}}), \tag{22}$$

где ϕ – скалярный потенциал, определяющий ламинарное движение сверхтекучей жидкости, Ω_i – вектор угловой скорости вращения, x_i^{vortex} – координаты оси вихря.

Похожим образом могут быть определены монопольные траектории в калибровочных теориях. В абелевом случае в точке нахождения монополя нарушаются тождества Бьянки:

$$\partial_\mu F_{\rho\sigma} + \partial_\sigma F_{\mu\rho} + \partial_\rho F_{\sigma\mu} \sim \epsilon_{\mu\rho\sigma\alpha}n_\alpha\delta(x_\mu - x_\mu^{\text{mon}}), \tag{23}$$

где $F_{\mu\nu}$ – тензор напряженности электромагнитного поля, определенный в терминах потенциала A_μ, $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, n_α – вектор, касательный к траектории монополя, x_μ^{mon} – координаты траектории монополя. Если рассмотреть статический монополь $(n_\alpha \equiv n_0)$, то тождества Бьянки нарушаются в точках, где не исчезает дивергенция магнитного поля $(\partial_i H_i \neq 0)$, т.е. в центре монополя.

В неабелевом случае монополи по-прежнему можно определять как нарушение тождеств Бьянки (23). Однако чтобы воспользоваться (23), надо предварительно заменить исходные неабелевы поля на близкие им абелевы поля. Поиск близких абелевых полей определен только алгоритмически, т.е. на решетке. Монопольные траектории подробно изучались в решеточных измерениях, в основном в случае калибровочной группы $SU(2)$ [5]. Феноменология решеточных вычислений оказалась очень интересной. В частности, было найдено, что (при $T = 0$) существуют конечные и бесконечный кластеры монопольных траекторий. Соответствующие плотности, $\rho_{\rm fin}$, $\rho_{\rm inf}$ (см. (4)), удовлетворяют простым "скейлинговым соотношениям" как функции шага решетки a:

$$\rho_{\rm inf} \sim \Lambda^3_{\rm QCD}, \quad \rho_{\rm fin} \sim \Lambda^2_{\rm QCD} a^{-1}, \tag{24}$$

что на языке эффективного (комплексного) поля $\phi_{\rm magn}$ означает [14]

$$\langle \phi^2_{\rm magn} \rangle \sim \Lambda^2_{\rm QCD}, \ \langle \phi_{\rm magn} \rangle \sim \Lambda^{3/2}_{\rm QCD} a^{1/2}. \tag{25}$$

Заметим, что величину $\Lambda_{\rm QCD}$ здесь следует понимать как определенную в терминах шага решетки с помощью двухпетлевой β-функции. Было также продемонстрировано, что конфайнмент связан исключительно с бесконечным кластером (или ненулевым вакуумным ожиданием, $\langle \phi_{\rm magn} \rangle \neq 0$), в согласии с теоретическими предсказаниями [4]. Совершенно новым, однако, является утверждение о том, что конденсат $\langle \phi_{\rm magn} \rangle$ исчезает (см. (24)) в непрерывном пределе $a \to 0$.

Магнитные монополи не исчерпывают список дефектов низшей размерности, наблюдавшихся в решеточных симуляциях. Оказывается, что монопольные траектории плотно заполняют двумерные поверхности. Полная площадь этих поверхностей $A_{\rm tot}$ измеряется в физических единицах:

$$A_{\rm tot} = {\rm const} \Lambda^2_{\rm QCD} V_{\rm tot}, \tag{26}$$

где $V_{\rm tot}$ – по-прежнему полный объем решетки.

Другим замечательным наблюдением над свойствами этих "магнитных поверхностей" является сильная корреляция положения поверхностей с плотностью топологического заряда [15]. Не вдаваясь (из-за недостатка места) в дальнейшие детали феноменологии, заметим, что поверхности можно представлять себе как чередующиеся $2d$-области с отличной от нуля плотностью лево- или правополяризованного глюонного поля

$$\langle G^2 \pm G\tilde{G} \rangle_{\rm sur} \neq 0.$$

С точки зрения квантовой геометрии существенное отличие свойств поверхностей от свойств траекторий магнитных монополей состоит в том, что в их случае доминирует бесконечный кластер поверхностей, в то время как для малых шагов решетки в случае траекторий доминируют конечные кластеры (см. (25)).

5. Свойства дефектов и голографическая модель. Обратимся к более систематическому обсуждению свойств дефектов в голографической модели (7). Мы уже упомянули $D0$-браны, отвечающие на геометрическом языке инстантонам теории поля. Согласно теории струн можно обсуждать различные $D0$-, $D2$-, $D4$, ...-браны, которые представляют собой дефекты размерности $d = 1, 3, 5, ...$, соответственно. Действие этих дефектов описывается простой общей формулой:

$$S_{\rm def} = T^{(d)} V^{(d)}_{\rm def}, \tag{27}$$

где $V^{(d)}_{\rm def}$ – объем, занимаемый дефектом, а $T^{(d)}$ – натяжение, причем $T^{(d)} \sim N_c$. Интерес представляют прежде всего топологически стабильные дефекты. Как мы уже упоминали на примере инстантона, причиной топологической стабильности является нетривиальное число накруток дефекта на компактные подпространства. Таких подпространств в нашем случае три. Это координата x_4, единичная четырехсфера и (при конечной температуре), евклидово время τ. Более того, дефекты могут иметь и больше одного нетривиального топологического числа. Поэтому ясно, что общее число различных дефектов действительно велико. В этом отношении дуальные (или голографические) модели сильно отличаются от теоретико-полевых формулировок. Даже сейчас далеко не все дефекты рассмотрены подробно (см. краткий обзор и ссылки в [16]).

Однако для наших целей мы можем сильно ограничить класс дефектов, подлежащих рассмотрению. Во-первых, как уже упоминалось, мы не будем обсуждать дефекты с ненулевым барионным числом. Это означает, что мы фактически обсуждаем ($d = 6$)-пространство, исключив из рассмотрения четырехсферу. Тогда можно обсуждать, вообще говоря, ($d = 1, 3, 5$)-дефекты. В шестимерном пространстве ($d = 5$)-дефекты сводятся к ($d = 1$)-дефектам в терминах дуальной решетки. Иными словами, инфинитезимальный $5d$-объем можно описать в терминах координаты, перпендикулярной этому объему:

$$\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta} dx^\alpha dx^\beta dx^\gamma dx^\delta dx^\epsilon = (dV^{(5)}) n_\zeta,$$

где n_ζ – единичный вектор. Таким образом, мы остаемся с $D0$- и $D2$-бранами в качестве геометрически независимых объектов.

Далее, соотношение (27) означает, что при большом объеме $V_{\rm def}^{(d)}$ вероятность образования дефекта мала и такие дефекты не могут конденсироваться (или перколировать) в вакууме. Для конденсации же необходимо выполнение условия

$$S_{\rm def} = 0. \tag{28}$$

Хотя условие (28), на первый взгляд представляется экзотическим, геометрия (7) подразумевает существование таких дефектов.

В качестве примера рассмотрим инстантоны. Действие, связанное с обсуждавшейся выше $D0$-браной, обернутой вокруг окружности x_4, представляется в виде

$$S_{D0}(u) = T^{(1)}[2\pi R_{x_4}(u)], \tag{29}$$

где T – натяжение. Вспомним, что $u \to u_H$ отвечает инфракрасному пределу в теории поля. Тогда соотношения (29) и (11) означают, что в инфракрасном пределе

$$S_{\rm instan}(u \to u_\Lambda) = 0.$$

Иными словами, действие инстантонов исчезает в инфракрасном пределе и инстантоны большого размера могут плотно заселять вакуум теорий Янга–Миллса. Подобное поведение плотности инстантонов хорошо известно из теории поля. В этом смысле дуальная (или струнная) формулировка не приводит к новым выводам. Однако в струнных моделях существуют и другие дефекты, не имеющие параллелей в теории поля, действие которых зануляется в инфракрасном пределе.

Действительно, рассмотрим $D2$-браны. Это трехмерные объекты. Если одна из координат браны обернута вокруг x_4, то действие (27) тоже зануляется в инфракрасном пределе. Таким образом, $D2$-браны могут перколировать в вакууме. С точки зрения обычного $4d$-пространства это двумерные поверхности, конденсированные в вакууме. Более того, они наделены плотностью топологического заряда, поскольку отвечают дефектам, обернутым вокруг x_4. Наконец, согласно теории струн $D0$- и $D2$-браны могут сливаться друг с другом [17], образуя связанное состояние. В результате $D0$-браны, или инстантоны не следует рассматривать как независимые дефекты: инстантоны находятся на тех же $D2$-бранах.

Подводя итог, можно сказать, что голографическая модель (7) удивительным образом воспроизводит и объясняет наблюдения над свойствами вакуумных дефектов, полученные в решеточных измерениях. В частности:

- основными объектами, которые конденсируются в вакуумном состоянии теорий Янга–Миллса, являются двумерные поверхности или струны;
- поверхности обладают плотностью топологического заряда и поэтому сильно коррелируют с положением (нулевых или топологических) фермионных мод;
- одномерные дефекты, живущие на поверхностях, – это линии, разделяющие области положительного и отрицательного топологического заряда. В решеточной терминологии данные дефекты называются монопольными траекториями.

Голографическая модель (7) предлагает простое объяснение решеточных данных о конденсатах магнитных степеней свободы. Основным объектом оказываются $D2$-браны, обернутые вокруг компактной координаты x_4. Более того, теоретическое построение специфично для теории струн и не имеет аналога в более привычной теоретико-полевой формулировке.

6. Свойства глюонной плазмы. Голографический подход приводит к интересным следствиям для фазы деконфайнмента. Как уже отмечалось, при $T > T_c$ сигарообразная геометрия относится к координатам (τ, u) (см. (14)). Это означает, что условие конденсации дефектов (28) теперь выполнено для D-бран, обернутых вокруг координаты τ, а не x_4. Можно проверить это предсказание для интантонов – единственного вида "дефектов", известных из теории поля. Согласно геометрической картине действие $D0$-бран, обернутых вокруг x_4, при $T > T_c$ не исчезает более в инфракрасном пределе [10]. И действительно, подавление плотности инстантонов $w_{\rm ins}$ при $T > T_c$ хорошо известно из теории поля. При $T > T_c$ справедлива приближенная формула (см., например, [19])

$$w_{\rm ins}(T) \sim \exp\big[-\gamma N_c(T - T_c)/T_c\big],\ T > T_c, \tag{30}$$

где γ – константа.

Однако в голографических струнных моделях можно найти другие дефекты, действие которых удовлетворяет условию (28). В частности, можно рассмотреть те же $D2$-браны, но обернутые одной из координат вокруг τ-направления. Такие браны могут конденсироваться при $T > T_c$ и по-прежнему обладать топологическим зарядом. С феноменологической точки зрения важно, что дефекты, обернутые вокруг τ-координаты, выглядят как статические объекты. Для пояснения обратимся к линии Полякова (16). Оператор $\Phi(r)$ отвечает нелокальному объекту. Однако по времени τ взят интеграл и линия Полякова как бы обернута вокруг компактной координаты τ. В результате $\Phi(x_i)$ зависит только от пространственных координат x_i, но не зависит от времени. Можно сказать, что речь идет о статическом объекте.

Обобщая это наблюдение, можно утверждать [9], что условие (28) означает, что все перколирующие дефекты становятся статическими при $T > T_c$. Иными словами, непертурбативная физика (в евклидовом пространстве) становится трехмерной:

$$(4d, \quad T < T_c) \longrightarrow (3d, \quad T > T_c). \tag{31}$$

Напомним, что подобная размерная редукция предсказывается и в теории поля, но только при асимптотически больших температурах, $T \gg T_c$. Согласно же струнным моделям изменение размерности непертурбативных явлений (31) происходит в пределе больших N_c уже при $T = T_c$.

Замечательно, что выстраивание дефектов параллельно евклидовому времени при $T > T_c$ действительно наблюдалось в решеточных измерениях (см. обзор [5] и ссылки в нем). Обратимся, например, к монопольным траекториям. Траектории на решетке складываются из линков, которые могут быть направлены как вдоль времени τ, так и вдоль одной из трех пространственных координат. Обозначая число таких линков как n_τ и $n_{1,2,3}$ соответственно, можно ввести параметр асимметрии A:

$$A = \frac{3n_\tau^2 - \Sigma_i (n_i)^2}{3n_\tau^2 + \Sigma_i (n_i)^2}, \tag{32}$$

где подразумевается усреднение по всем монопольным траекториям ансамбля. Оказывается, что $A = 0$ при $T < T_c$ и стремится к единице при $T > T_c$:

$$A \approx 0, \ T < T_c; \quad A \approx 1 \text{ при } \ T > T_c. \tag{33}$$

Заметим, что измерения проводились в основном для группы $SU(2)$. Поэтому переход от $A = 0$ к $A = 1$ происходит в узкой, но конечной области температур, близких к T_c. В пределе большого числа цветов можно ожидать, что значение асимметрии A будет меняться скачком при $T = T_c$.

Голографические модели позволяют также предсказать определенные гидродинамические свойства глюонной плазмы [9]. Действительно, в инфракрасном пределе (или при $u \to u_T$) мы рассматриваем в голографических моделях область, близкую к горизонту, расположенному при $u = u_T$. С другой стороны, хорошо известно, что свойства горизонта черной дыры или поверхностей, расположенных близко к горизонту, соответствуют свойствам определенной жидкости. Поэтому предсказания голографических моделей для свойств глюонной плазмы сводятся к тому, что они подобны свойствам жидкости на горизонте черной дыры. В частности, предсказывается, что

$$(\eta/s)_{\text{plas}} \approx (\eta/s)_{\text{black hole}} = 1/4\pi. \tag{34}$$

Такое отношение вязкости плазмы η к ее плотности энтропии s близко к наблюдаемому на опыте. Предсказание (34) возникает во многих вариантах голографических расчетов. Оно подробно обсуждалось в литературе [20].

Для жидкости на горизонте черной дыры можно также найти плотность энергии ϵ и давление p [21, 22]. Свойства указанной жидкости оказываются экзотическими. В главном приближении

$$\epsilon \ = \ 0, \quad p \sim 1/\sqrt{r_c}, \tag{35}$$

где $r_c \to 0$ на горизонте, так что давление сингулярно при $u \to u_T$. Заметим, что если понимать (35) как предсказания для свойств глюонной плазмы, то их легко понять независимо в рамках развитой выше картины для непертурбативных эффектов. Действительно, (35) соответствует космологической константе трехмерного мира или тензору энергии-импульса вида $T_{ik} \sim \delta_{ik}, T_{00} = 0$. Как мы подчеркивали выше, непертурбативная физика теорий Янга–Миллса становится трехмерной при $T > T_c$. При этом ассоциированный с дефектами тензор энергии-импульса соответствует (35).

Здесь мы, однако, сталкиваемся со слабостью голографического подхода (по крайней мере в его нынешнем виде). Рассматривая инфракрасный предел, мы ограничиваем себя непертурбативной физикой. В общем случае неочевидно, как однозначно выделить вклад непертурбативных флуктуаций в термодинамические величины. Согласно голографии основную роль играют $D2$-браны (см. выше). Поэтому естественно отождествить непертурбативные флуктуации именно с этими дефектами. Магнитные поверхности надежно идентифицируются на решетке. В работе [23] был измерен их вклад в величину $\epsilon - 3p$. Оказалось, что этот вклад отрицателен и велик по абсолютной величине:

$$\big(\epsilon - 3p\big)_{D2\text{-bran}} \approx -4\big(\epsilon - 3p\big)_{\text{plas}}, \tag{36}$$

где величина в правой части относится ко всей плазме в целом. Сами же браны занимают всего несколько процентов от полного объема решетки. Таким образом, вклад струн действительно велик и результат

(36) находит естественное объяснение в рамках голографического подхода (см. (35)).

7. Заключение. Итак, голографический подход к теориям Янга–Миллса сформулирован [2, 3] только в инфракрасном пределе и потому применим к ограниченному классу явлений (проблема невылетания кварков, взаимодействие пионов малых энергий, гидродинамика глюонной плазмы, физика вакуумных конденсатов). Во всех указанных случаях голографический подход к физике сильных взаимодействий приводит к весьма нетривиальным качественным предсказаниям, которые существенно зависят от того, что дуальные модели вводят в рассмотрение нелокальные объекты (струны). Эти предсказания находят подтверждение в экспериментальных данных (решеточных симуляциях вакуумных полей). Подобные наблюдения внушают уверенность в том, что голографические теории действительно применимы к теориям Янга–Миллса.

Вместе с тем голография позволяет рассматривать только непертурбативные эффекты. Выделение непертурбативных вкладов в наблюдаемые возможно однако не всегда. Именно поэтому голографический подход не превратился в "фабрику" получения численных предсказаний для сильных взаимодействий.

1. O. Aharony , S. S. Gubser, J. M. Maldacena et al., Phys. Rept. **323**, 183 (2000); hep-th/9905111.
2. E. Witten, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 505 (1998); hep-th/9803131.
3. T. Sakai and Sh. Sugimoto, Prog. Theor. Phys. **113**, 843 (2005); hep-th/0507073.
4. S. Mandelstam, Phys. Rept. **23**, 245 (1976); A. M. Polyakov, Phys. Lett. B **59**, 82 (1975).
5. J. Greensite, Prog. Part. Nucl. Phys. **51**, 1 (2003); hep-lat/0301023.
6. V. I. Zakharov, AIP Conf. Proc. **756**, 182 (2005); hep-ph/0501011; Nucl. Phys. Proc. Suppl. **164**, 240 (2007); hep-ph/0509114.
7. J. Ambjorn, hep-th/9411179.
8. E. Shuryak, Prog. Part. Nucl. Phys. **62**, 48 (2009); arXiv:0807.3033 [hep-ph].
9. M. N. Chernodub, H. Verschelde, and V. I. Zakharov, Theor. Math. Phys. **170**, 211 (2012); arXiv:1007.1879 [hep-ph]; A. V. Sadofyev, V. I. Shevchenko, and V. I. Zakharov, Phys. Rev. D **83**, 105025 (2011); arXiv:1012.1958 [hep-th]; H. Verschelde and V. I. Zakharov, arXiv:1106.4154 [hep-th]; V. P. Kirilin, A. V. Sadofyev, and V. I. Zakharov, Phys. Rev. D **86**, 025021 (2012); arXiv:1203.6312 [hep-th].
10. O. Bergman and G. Lifschytz, JHEP **0704**, 043 (2007); hep-th/0612289.
11. S. W. Hawking and D. N. Page, Commun. Math. Phys. **87**, 577 (1983).
12. O. Aharony, J. Sonnenschein, and Sh. Yankielowicz, Annals Phys. **322**, 1420 (2007); hep-th/0604161.
13. J. Maldacena, Phys. Rev. Lett. **80**, 4859 (1998); S.-J. Rey and J.-T. Yee, Eur. Phys. J. C **22**, 379 (2001).
14. M. N. Chernodub and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. B **669**, 233 (2003); hep-th/0211267.
15. A. V. Kovalenko, S. M. Morozov, M. I. Polikarpov, and V. I. Zakharov, Phys. Lett. B **648**, 383 (2007); hep-lat/0512036.
16. A. S. Gorsky, V. I. Zakharov, and A. R. Zhitnitsky, Phys. Rev. D **79**, 106003 (2009); arXiv:0902.1842 [hep-ph].
17. E. Gava, K. S. Narain, and M. H. Sarmadi, Nucl. Phys. **504**, 204 (1997); hep-th/9704006.
18. G. T. Horowitz and J. Polchinski, Phys. Rev. D **57**, 2557 (1998); hep-th/9707170.
19. A. R. Zhitnitsky, Int. J. Mod. Phys. A **25**, 543 (2010); arXiv:0908.3524 [hep-ph].
20. P. Kovtun, D. T. Son, and A. O. Starinets, Phys. Rev. Lett. **94**, 111601 (2005); hep-th/0405231.
21. K. S. Thorne, R. H. Price, and D. M. Macdonald, *Black Holes: The Membrane Paradigm*, Yale University Press, New Haven, CT., 1986, 367 p.
22. G. Compere, P. McFadden, K. Skenderis, and M. Taylor, JHEP **1107**, 050 (2011); arXiv:1103.3022 [hep-th].
23. M. N. Chernodub, A. Nakamura, and V. I. Zakharov, Phys. Rev. D **78**, 074021 (2008); arXiv:0807.5012 [hep-lat].