Письма в ЖЭТФ, том 98, вып. 8, с. 565 – 572

Постселективное измерение электронной запутанности в системе из двух интерферометров Маха–Цендера с кулоновским взаимодействием

А. А. Вышневый[1)], *Г. Б. Лесовик*

Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

Институт теоретической физики им. Ландау, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 9 августа 2013 г.

Для системы из двух идеальных электронных интерферометров Маха–Цендера известны параметры, при которых в ней образуется максимально запутанное двухчастичное состояние. В данной работе рассматривается функционирование неидеальных устройств с конечным рассеянием в делителях и с отражением в области кулоновского взаимодействия. Показано, что при условии проведения постселекции экспериментальных результатов эти факторы могут увеличить значение наблюдаемого параметра Белла до величин, превосходящих границу Цирельсона $2\sqrt{2}$, вплоть до математического предела, равного 4. Предъявлена простая постселективная измерительная схема, дающая $B = 4$. Несмотря на то, что результаты таких измерений не носят столь же фундаментального характера, как наблюдение нарушения неравенства Белла, они тем не менее косвенно указывают на наличие в системе запутанного состояния. Измерительная система оказывается более устойчивой по отношению к флуктуациям фазы, чем установка без постселекции. Кроме того, выяснено, что предлагаемая установка оптимальна для изучения перекрестных корреляций между интерферометрами в режиме постоянного напряжения (вне парадигмы нарушения неравенства Белла), поскольку они не могут быть порождены согласованными флуктуациями ааронов-бомовских фаз.

DOI: 10.7868/S0370274X13200149

1. Введение. Запутанные состояния впервые обсуждались в работах Эйнштейна–Подольского–Розена [1] и Шредингера [2]. Белл [3] сформулировал корреляционное неравенство, которое не могло быть нарушено в рамках классических теорий скрытых переменных, однако нарушалось в квантовой механике для запутанных состояний. Его идея была развита Клаузером с коллегами [4] (неравенство КХШХ). Запутанность явилась одним из ключевых свойств квантовой механики: квантовые вычисления, квантовая криптография и квантовая телепортация оказались возможны за счет нее.

Для незапутанных состояний и систем, описываемых локальной теорией скрытых переменных, корреляционный параметр $B \leq 2$. Квантовомеханический максимум $B = 2\sqrt{2}$, также известный как граница Цирельсона [5], может быть достигнут для состояния спинового синглета и локально эквивалентных ему состояний. При этом два состояния, Ψ и Ψ', считаются локально эквивалентными, если существует унитарное преобразование $U = U_1 \otimes U_2$, переводящее одно из них в другое: $\Psi' = U\Psi$ (U_1 и U_2 действуют в подпространствах соответствующих частиц). Наблюдение нарушения неравенства Белла (в нашем случае в форме КХШХ) позволяет опровергнуть локальные теории скрытых переменных, а также доказывает, что в установке получено запутанное состояние. Экспериментально данное нарушение наблюдалось на фотонах [6]. Для электронов в мезоскопических системах его наблюдение остается нерешенной задачей. В [7, 8] было предложено использовать в качестве источника запутанных пар электронов сверхпроводники. Хотя разделение вылетевшей из сверхпроводника куперовской пары было экспериментально осуществлено [9], доказательство нарушения неравенства КХШХ требует измерения проекций спинов вылетевших электронов в произвольных направлениях, что на данный момент еще не реализовано. За последнее десятилетие достигнут существенный прогресс в области создания электронных интерферометров [10–13]. Такие интерферометры позволяют проводить с электронами эксперименты, аналогичные оптическим (электронная оптика). Электрон, движущийся в краевом состоянии в режиме целочисленного квантового эффекта Хол-

1)e-mail: andervysh@itp.ac.ru

ла (ЦКЭХ), длительное время сохраняет когерентность и не рассеивается на примесях. В связи с этим растет количество предложений по созданию пространственно запутанных пар баллистических электронов в условиях ЦКЭХ. Согласно одним из них электроны не взаимодействуют между собой, а запутанное состояние появляется в результате постселекции [14, 15]. В других используется кулоновское взаимодействие для запутывания двух [16, 17] или трех [18] электронов, каждый из которых находится в интерферометре Маха–Цендера.

В данной статье изучается установка из двух интерферометров Маха–Цендера с кулоновским взаимодействием между ними (см. рис. 1). Интерференция обеспечивается при помощи двух

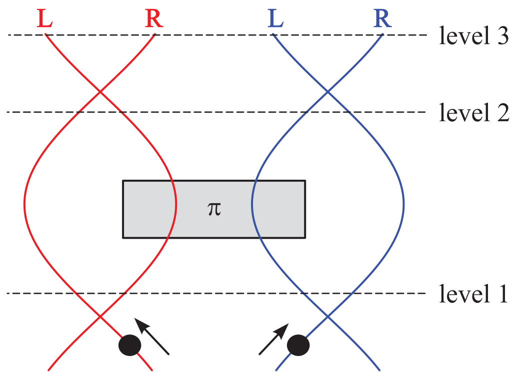

Рис. 1. Схема установки. Направления инжектирования электронов обозначены стрелками. Закрашенный прямоугольник – область кулоновского взаимодействия

делителей. Первый из них позволяет засылать электрон в один из двух рукавов, которые пересекаются во втором делителе. На рисунке делители находятся в точках пересечения траекторий. Электроны посылаются детерминированным образом в установку строго по одному. Теоретически возможно посылать строго один электрон в проводник при помощи лоренцева импульса напряжения [19–22]. Существует также экспериментальная реализация одноэлектронного источника, опирающаяся на другой принцип [23]. Ранее уже была теоретически показана возможность нарушения неравенства Белла на такой установке [16, 17]. Однако в этих работах исследовалась идеализированная модель, в которой кулоновское взаимодействие сводится к набору постоянной фазы. Более точный учет кулоновского взаимодействия произведен в статье [24], где были учтены конечная ширина и запаздывание электронных волновых пакетов и запутывание за ферми-жидкость.

Уже в работе Аспекта и его коллег [6] по наблюдению нарушения неравенства Белла для фотонов вводится постселекция экспериментальных результатов для учета возможной неэффективности детекторов. При этом предполагается, что постселекция сохраняет “репрезентативность выборки” (*fair sampling assumption*). В настоящей работе предметом исследования являются возможность постселективного обобщения процедуры измерения белловских корреляций в установке с интерферометрами Маха–Цендера и проистекающие из такой возможности выгоды и потери (в том числе и при выходе за рамки предположения о репрезентативности выборки).

2. Краткое описание свойств установки в идеальном случае. Если установка изготовлена для работы в режиме ЦКЭХ, то для налетевшего электрона по причине киральности краевых состояний будут недоступны два из четырех выходов делителя (в частности, он не сможет отразиться назад). На рис. 1 электроны летят снизу, а два доступных выхода у каждого из делителей находятся над точкой пересечения краевых состояний. Транспорт удобно описывать при помощи трансфер-матрицы, элементы которой являются амплитудами вероятности перехода из нижних рукавов в верхние. Трансфер-матрица параметризуется следующим образом:

$$T = \begin{pmatrix} t_{\rm RR} & t_{\rm LR} \\ t_{\rm RL} & t_{\rm LL} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & i\sin\theta \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где параметр θ для каждого делителя может принимать значения от 0 до $\pi/2$. Эволюция двухэлектронного состояния может быть формально разбита на этап приготовления запутанного состояния и этап измерения. К первому этапу можно отнести проход через первую линию делителей и набор фазы кулоновского взаимодействия. Ко второму же относятся набор ааронов-бомовской (АБ) разности фаз в каждом из интерферометров и проход через вторую линию делителей. Наиболее запутанное состояние после первого этапа получается, если входные делители имеют $\theta = \pi/4$, т.е. являются полупрозрачными, а фаза, набираемая при кулоновском взаимодействии, равна $\Phi_0 = \pi$. В этом случае можно организовать измерение, дающее максимальное значение B. Для наблюдения нарушения неравенства Белла в форме КХШХ необходимо измерять корреляторы проекций псевдоспина на разные направления (обозначим их как $\mathbf{a}, \mathbf{a}'$ для левого измерительного делителя и $\mathbf{b}, \mathbf{b}'$ для правого). Для осуществления эксперимента на практике необходимо знать в первую очередь не сами направления проецирования, а параметры измерительных делителей и АБ-фазы $\{\theta_{\mathbf{a}}, \Phi_{\mathbf{a}}, \theta_{\mathbf{b}}, \Phi_{\mathbf{b}}, \theta_{\mathbf{a}'}, \Phi_{\mathbf{a}'}, \theta_{\mathbf{b}'}, \Phi_{\mathbf{b}'}\}$, которые этим направлениям соответствуют. Результатом измерения служит параметр Белла, являющийся корреляционной функцией следующего вида:

$$B = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') - E(\mathbf{a}', \mathbf{b}'). \quad (2)$$

Здесь каждый коррелятор выражается через парные орбитальные вероятности:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{\mathrm{RR}} - P_{\mathrm{LR}} - P_{\mathrm{RL}} + P_{\mathrm{LL}}. \quad (3)$$

В случае же, когда присутствуют потери и проведена процедура постселекции экспериментальных результатов, имеем

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{P_{\mathrm{RR}} - P_{\mathrm{LR}} - P_{\mathrm{RL}} + P_{\mathrm{LL}}}{P_{\mathrm{RR}} + P_{\mathrm{LR}} + P_{\mathrm{RL}} + P_{\mathrm{LL}}}. \quad (4)$$

Для идеальной установки, в которой все делители безотражательные, а кулоновское взаимодействие приводит только лишь к набору взаимной фазы у соответствующей орбитальной компоненты волновой функции, измерение с параметрами $\{\pi/8, \pi/2, \pi/4, 0, \pi/8, -\pi/2, \pi/4, \pi/2\}$ даст в итоге значение параметра Белла, равное границе Цирельсона $2\sqrt{2}$. Указанный результат воспроизводится в работах [16, 17, 24]. Есть и другие варианты измерений, дающие максимальное значение нарушения. Параметры, приведенные выше, задают особое измерение, в процессе которого прозрачность "измерительных делителей" не изменяется.

В случае реального эксперимента результат будет отличаться от теоретического предсказания. Так, АБ-фазы способны флуктуировать, а кулоновское взаимодействие происходит и с ферми-морем в каналах транспорта электронов. Делители могут не быть безотражательными (если транспорт электронов происходит не в режиме квантового эффекта Холла). Отражение назад может происходить и в области взаимодействия. Если в работе [24] рассматривается влияние на результаты измерений в режиме ЦКЭХ неидеальности взаимодействия и конечной ширины волновых пакетов, то здесь мы фокусируемся на отражении в делителях и флуктуациях АБ-фаз в интерферометрах.

Установлено, что отражение в местах, помеченных на рис. 2 пунктирными кружками (т.е. на этапе приготовления состояния), не ведет к существенному изменению получаемых экспериментальных результатов. Здесь имеется в виду, что результаты, полученные на такой установке, будут такими же, как и

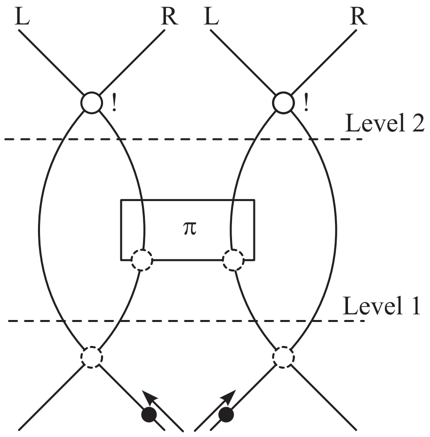

Рис. 2. Отражение в различных частях установки. Пунктирные круги маркируют места, где оно непринципиально, а сплошные – места, где оно существенно изменяет поведение установки

полученные на некоторой идеальной установке. Основную сложность в этом случае будет представлять подбор параметров исходной установки, которая соответствовала бы указанным выше требованиям для достижения границы Цирельсона.

Введение отражения в измерительных делителях приводит к тому, что результат измерений (набор двухчастичных орбитальных вероятностей), вообще говоря, уже не может быть воспроизведен на идеальной установке. Тем не менее частично все же удается описать двухчастичные вероятности на установке с делителями общего вида через двухчастичные вероятности на идеальной установке. Обозначим через $\tilde{P}_{\mathrm{RR}}(\Phi, \Phi', \Psi)$ вероятность электронов попасть в правые выходы интерферометров Маха-Цендера при АБ-фазах в них Φ и Φ' соответственно, где Ψ – произведенное в идеальной установке двухчастичное состояние. В неидеальной установке

$$P_{\mathrm{RR}} = \tilde{P}_{\mathrm{RR}}(\Phi_1, \Phi_1', \Psi)/C; \quad (5)$$

$$P_{\mathrm{LR}} = \xi^2 \tilde{P}_{\mathrm{LR}}(\Phi_2, \Phi_1', \Psi)/C; \quad (6)$$

$$P_{\mathrm{RL}} = \xi'^2 \tilde{P}_{\mathrm{RL}}(\Phi_1, \Phi_2', \Psi)/C; \quad (7)$$

$$P_{\mathrm{LL}} = \xi^2 \xi'^2 \tilde{P}_{\mathrm{RR}}(\Phi_2, \Phi_2', \Psi)/C. \quad (8)$$

Здесь C – коэффициент нормировки. ξ и ξ' – поправочные коэффициенты, которые можно интерпретировать как потери в детекторах электронов. Если эффективность детектора, стоящего на левом выходе первого интерферометра, в n раз выше, чем эффективность правого, то $\xi^2 = n$, т.е. вероятности идеальной установки будут искажаться в сторону более частых наблюдений в левом детекторе. Такое переопределение вероятностей приводит к возможености перехода через границу Цирельсона. Явление перехода через границу Цирельсона в случае постселективных оптических измерений с неэффективными детекторами изучалось ранее (например, в работе [25]). Зачастую это приводит также и к тому, что неравенство Белла начинает нарушаться для незапутанных состояний. В нашем случае, однако, чистые незапутанные состояния не будут нарушать неравенства Белла (чистота состояний является существенной; смешанные незапутанные состояния могут давать $B > 2$).

Существует схема измерения, в результате которой получается $B = 4$. Данное значение является максимальным по определению параметра B. Для того чтобы это произошло, необходимо взять $\xi_{\mathbf{a}} = \xi_{\mathbf{b}} = \xi_{\mathbf{b}'} = 0$ и $\xi_{\mathbf{a}'} = 1$. В итоге имеем

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 1, \tag{9}$$

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') = 1, \tag{10}$$

$$E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) = \tilde{E}(\mathbf{a}', \mathbf{b}), \tag{11}$$

$$E(\mathbf{a}', \mathbf{b}') = \tilde{E}(\mathbf{a}', \mathbf{b}'). \tag{12}$$

Аналогично вероятностям $\tilde{E}(...)$ обозначает здесь коррелятор для установки без “потерь в детекторах”. Добиться выполнения равенств $\tilde{E}(\mathbf{a}', \mathbf{b}) = -\tilde{E}(\mathbf{a}', \mathbf{b}') = 1$ возможно, а это уже приведет к $B = 4$.

Итак, мы установили принципиальную возможность перехода границы Цирельсона в установке с отражением в делителях. Для экспериментального осуществления перехода необходимо, чтобы все параметры поддавались контролю. Этого можно достичь в интерферометрах Маха–Цендера в режиме ЦКЭХ. “Потери в детекторах” здесь можно моделировать при помощи дополнительного краевого состояния, уводящего электрон от выхода с детектором (см. рис. 3).

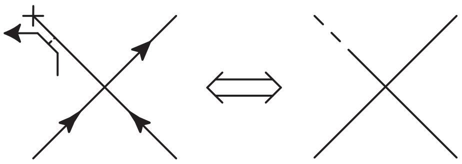

Рис. 3. Моделирование потерь в детекторах. Если краевое состояние в изображенной ситуации, уводит все электроны от левого детектора, то $\xi = 0$

Указанная схема измерений реализуется при помощи набора делителей (рис. 4). Здесь параметры делителя a' равны $\theta_{\mathbf{a}'} = \pi/4$, а $\Phi_{\mathbf{a}'} = 0$. Удобство данной схемы состоит в том, что можно проводить всего одно измерение вместо четырех. При этом можно считать, что первые два измерения, результаты которых предопределены ($E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ и $E(\mathbf{a}, \mathbf{b}')$), являются частью процесса настройки установки, а именно вы-

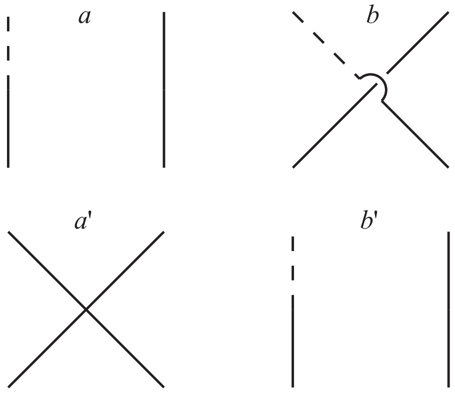

Рис. 4. Набор делителей, дающий $B = 4$

ставления прозрачности нижних делителей на 1/2. Для схемы, изображенной на рис. 5, значение пара-

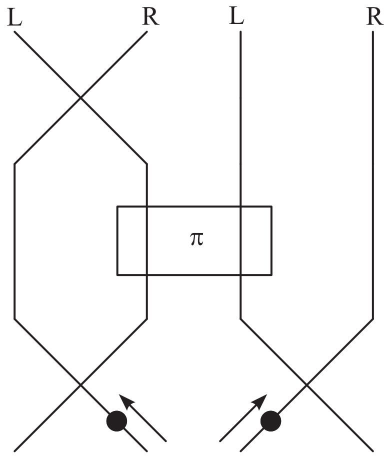

Рис. 5. Окончательная измерительная схема, $B = 4$

метра Белла определяется по формуле

$$B = 2 + \frac{P_{\mathrm{RL}} - P_{\mathrm{LL}}}{P_{\mathrm{RL}} + P_{\mathrm{LL}}} - \frac{P_{\mathrm{RR}} - P_{\mathrm{LR}}}{P_{\mathrm{RR}} + P_{\mathrm{LR}}}. \tag{13}$$

В целом парадигма постселективных измерений имеет ряд недостатков по сравнению с принятым способом измерения белловских корреляторов. Так, на данном этапе нарушение неравенства Белла уже не приводит к опровержению локальных теорий скрытых переменных. Можно проверить, что локальная теория скрытых переменных с потерями, задаваемая приведенной таблицей, дает $B = 4$. В таблице k есть скрытый параметр. Значения 0, 1, -1 параметров a и b означают, соответственно, потерю частицы, наблюдение частицы в правом детекторе и наблюдение частицы в левом детекторе. Результаты, в которых один из двух параметров равен 0, отбрасываются (процедура постселекции). В свою очередь, $B = \langle ab \rangle + \langle a'b \rangle + \langle ab' \rangle - \langle a'b' \rangle = 4$.

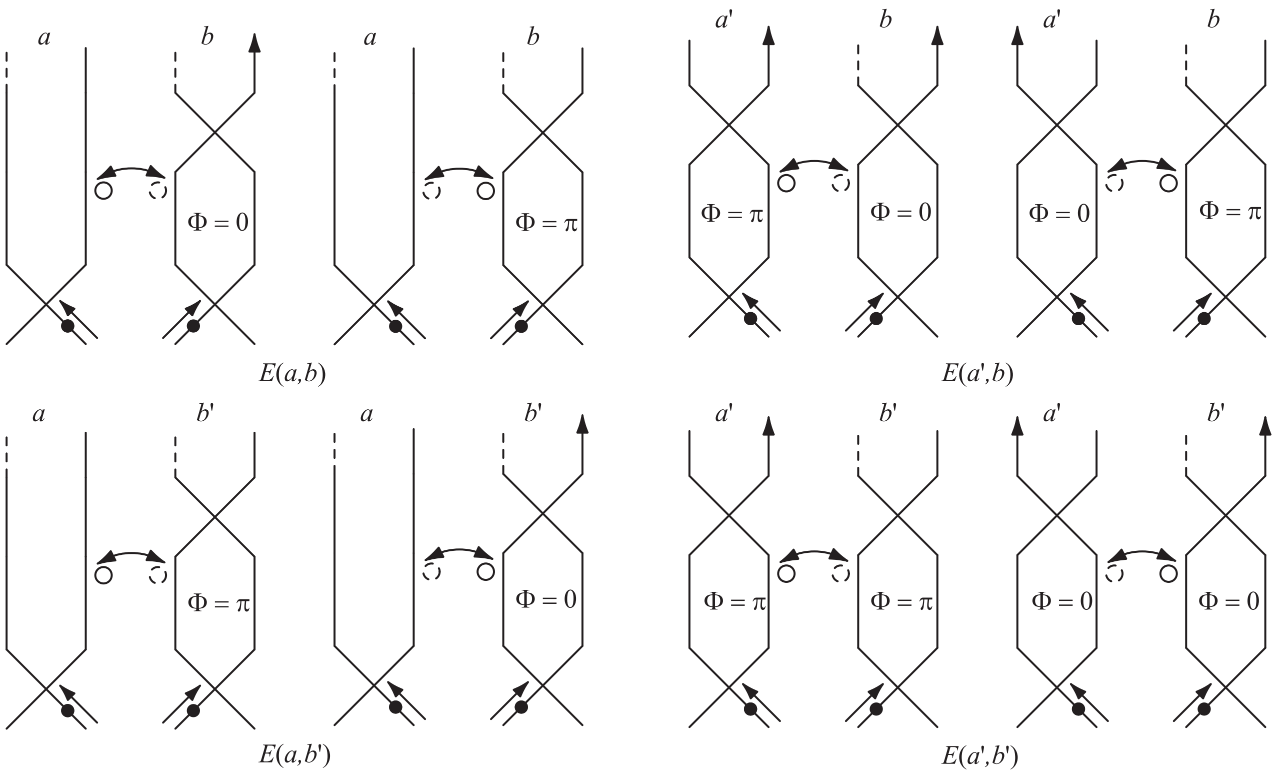

Рис. 6. Постселективная измерительная схема, дающая $B = 4$. Два изображения для каждого измерения соответствуют двум разным положениям прыгающей примеси. Прыжок примеси приводит к изменению АБ-фазы в каждом интерферометре на π. Каждый делитель со смешением краевых состояний является полупроницаемым. Кулоновская фаза не набирается

Локальная теория скрытых переменных, дающая $B = 4$ при постселективном измерении

k	1	0
a	1	0
a'	0	1
b	1	1
b'	1	-1

На установке с двумя интерферометрами можно реализовать постселективную измерительную схему с корреляциями классического потенциала вместо скрытых переменных, в которой производится незапутанное состояние, а параметр Белла равен 4 (см. рис. 6).

Неравенство Белла также может быть нарушено незапутанными смешанными состояниями. В частности, измерительная схема на рис. 4 дает $B = 2 + 2\eta$ для вернеровского состояния $\rho_{\rm W} = \frac{1-\eta}{4}|I\rangle\langle I| + \eta|\Psi\rangle\langle\Psi|$, где Ψ – белловское состояние. Вернеровское состояние является незапутанным при $\eta < 1/3$. Как мы видим, в отличие от обычных (непостселективных) измерений выполнения неравенства $B \leq 2$ для всех чистых незапутанных состояний недостаточно для распространения вывода на смешанные незапутанные состояния. Эта недостаточность проистекает от того, что оператор измерения, ставящий в соответствие состоянию параметр Белла для некоторой схемы измерений, уже не является линейным по состоянию.

В используемой мезоскопической схеме возможны флуктуации АБ-фазы с временами релаксации, большими по сравнению с временем пролета электронов через интерферометр. Они связаны с прыжками примесей, которые приводят к изменению краевых состояний, а значит, и площади, охватываемой интерферометром. Рассмотим устойчивость к подобным флуктуациям у стандартной и постселективной схем измерения. Для стандартной измерительной схемы при фиксированных значениях $\theta_{\mathbf{a}} = \pi/8$, $\theta_{\mathbf{b}} = \pi/4$ зависимость орбитального коррелятора от АБ-фаз имеет вид

$$E(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\Phi_{\mathbf{b}} + \sin\Phi_{\mathbf{a}}\sin\Phi_{\mathbf{b}}\right). \qquad (14)$$

Будем считать флуктуации фаз гауссовыми со среднеквадратичным отклонением в обоих интерферометрах, равным σ. Правила усреднения тригонометрических функций фазы в этом случае имеют вид

$$\langle \sin\Phi\rangle = \sin\langle\Phi\rangle e^{-\sigma^2/2}, \quad \langle\cos\Phi\rangle = \cos\langle\Phi\rangle e^{-\sigma^2/2}. \tag{15}$$

В результате для измерительных параметров, дающих максимальное значение параметра Белла, с учетом флуктуаций получаем

$$B = \sqrt{2}\left(e^{-\sigma^2/2} + e^{-\sigma^2}\right). \tag{16}$$

При этом $B > 2$, если среднеквадратичное отклонение $\sigma \le 0.69$.

В случае постселективного измерения результат зависит только от фазы в первом интерферометре:

$$B = 2\left(1 + e^{-\sigma^2/2}\right). \tag{17}$$

Здесь $B > 2$ при любом значении σ и стремится к 2 при $\sigma \to \infty$. Итак, постселективная схема оказалась более устойчивой к флуктуациям АБ-фаз. Причинами такой устойчивости являются разомкнутость второго интерферометра и наличие двух измерений, результаты которых не зависят от фаз.

Поскольку, как мы выяснили, белловская парадигма в своей универсальной форме (детектирование запутанности вне зависимости от схемы устройства) не распространяется на постселективные измерения, не сохраняющие "репрезентативность выборки", интересно рассмотреть более реальные экспериментальные подходы. Одним из способов регистрации парных корреляций является измерение плотности шума токового кросс-коррелятора на малой частоте. При этом электроны посылаются в установку постоянным напряжением на вводах, а не при помощи одноэлектронных источников. Сравним возможные при таком подходе результаты с постселективными измерениями попарно запущенных электронов, рассмотренными ранее.

Оценим парный двухчастичный неприводимый коррелятор $\langle\langle N_1N_2\rangle\rangle$ при постоянном напряжении за время T. При экспериментах по электронной интерферометрии перед интерферометрами можно поставить туннельный контакт для уменьшения линейной плотности тока набегающих частиц. В таком случае второй интерферометр можно заменить проводом. Выполним полуклассическое вычисление. Пусть на вход интерферометров подается пуассоновский сигнал с плотностью вероятности испускания электрона, равной $\gamma_1 = \frac{2e}{h}U_1T_1$ для первого интерферометра и $\gamma_2 = \frac{2e}{h}U_2T_2$ для провода, где T_1 и T_2 – проницаемости входных делителей. Тогда за достаточно большое время T $\langle N_1\rangle = \gamma_1 T\langle P(\Phi_0)\rangle_w$, где среднее $\langle\ldots\rangle_w$ берется по пуассоновскому процессу в проводе. В общем случае вероятность вылета электрона $P(\Phi_0) = T_0 + T_\phi\cos(\Phi+\Phi_0)$, где T_0 – средняя прозрачность интерферометра Маха–Цендера, а T_ϕ – амплитуда ааронов-бомовских колебаний прозрачности. Видность интерференционной картины равна $V = T_\phi/T_0$. Кулоновская фаза Φ_0, в отличие от случая постселективного измерения, зависит от разности времен прибытия в область взаимодействия для каждой пары провзаимодействовавших частиц. При этом существует критическая величина запаздывания t_0, при превышении которой можно считать, что электроны не взаимодействовали. Вероятность одновременного попадания трех электронов в область взаимодействия мала по сравнению с вероятностью взаимодействия двух частиц ($\gamma_i t_0 \ll 1$). Усреднение проведем следующим образом. Для каждой частицы из первого интерферометра вероятность того, что во втором (проводе) имеется электрон в интервале времен взаимодействия $\Delta t \in [-t_0; t_0]$, равна $P_{\rm int} = 2\gamma_2 t_0$. При этом если взаимодействие произошло, то Δt равномерно распределено в интервале $[-t_0;t_0]$. В таком случае $\langle P(\Phi_0)\rangle_w = T_0 + T_\phi\cos\Phi + P_{\rm int}T_\phi[(a-1)\cos\Phi + b\sin\Phi]$, где параметры $a = \frac{1}{2t_0}\int_{-t_0}^{t_0}\cos\Phi_0(t)dt$, $b = \frac{1}{2t_0}\int_{-t_0}^{t_0}\sin\Phi_0(t)dt$. Получаем $\langle N_1\rangle = \gamma_1 T\{T_0 + T_\phi\cos\Phi + 2\gamma_2 t_0 T_\phi[(a-1)\cos\Phi - b\sin\Phi]\}$. Среднее значение числа прошедших частиц в проводе $\langle N_2\rangle = \gamma_2 T$.

Парное среднее значение $\langle N_1N_2\rangle$ предполагает усреднение уже по двум случайным процессам. Проведем его, разбивая возможные реализации на группы, в которых количество частиц, прошедших через провод, постоянно:

$$\langle N_1N_2\rangle = \sum P(N_2)\langle N_1\rangle_w N_2. \tag{18}$$

В данном выражении N_1 усредняется уже по реализациям, в которых количество электронов, прошедших через провод, строго равно N_2. Такое усреднение почти не отличается от проведеного выше, только $P_{\rm int} = 2t_0\frac{N_2}{T}$. Тогда $\langle N_1\rangle_w = \gamma_1 T\{T_0 + T_\phi\cos\Phi + 2N_2t_0T_\phi[(a-1)\cos\Phi - b\sin\Phi]/T\}$ и

$$\langle N_1N_2\rangle = \sum P(N_2)N_2\gamma_1 T\{T_0 + T_\phi\cos\Phi + 2N_2t_0T_\phi[(a-1)\cos\Phi - b\sin\Phi]/T\}. \tag{19}$$

Слагаемое, пропорциональное N_2, не дает вклада в неприводимый парный коррелятор. Используя соотношение $\langle N_2^2\rangle - \langle N_2\rangle^2 = \gamma_2 T$, имеем

$$\langle\langle N_1N_2\rangle\rangle = 2\gamma_1\gamma_2 t_0 T_\phi[(a-1)\cos\Phi - b\sin\Phi]T. \tag{20}$$

Далее можно получить кросс-коррелятор токов на малой частоте:

$$S(0) = \lim_{T\to\infty} \frac{\langle\langle Q_1 Q_2\rangle\rangle}{T} = \\ = 2e^2\gamma_1\gamma_2 t_0 T_\phi[(a-1)\cos\Phi - b\sin\Phi] = \\ = \frac{8e^4 U_1 U_2 T_1 T_2}{h^2} t_0 V T_0[(a-1)\cos\Phi - b\sin\Phi]. \quad (21)$$

В работе [13] описан очень интересный эксперимент на установке, аналогичной предлагаемой. Его отличие состоит в том, что для усиления наблюдаемых корреляций измерения производятся в режиме высоких напряжений и пропускных способностей делителей. Теоретическая модель, приводимая в [13], учитывает взаимодействие в двухчастичном пределе. Однако в условиях этого эксперимента возможно и многочастичное взаимодействие. В отличие от вычисления, проведенного в настоящей работе, кулоновская фаза в [13] считается постоянной. Интересно было бы провести более детальные измерения кросс-коррелятора на малых напряжениях и сравнить его зависимость от параметров с предсказанной в нашей работе. Также было бы интересно изучить вопрос о том, в какой степени можно различить парную и многочастичную запутанности в корреляционных измерениях.

3. Заключение. В результате исследования постселективного неравенства Белла на примере установки с двумя интерферометрами Маха–Цендера получены следующие результаты.

1. Постселекция позволяет получить значение параметра Белла, превышающее границу Цирельсона и достигающее 4.

2. Чистые незапутанные состояния не нарушают постселективного неравенства Белла, т е параметр Белла для них не превышает 2.

3. Смешанные незапутанные состояния могут нарушать постселективное неравенство Белла.

4. Локальные теории скрытых переменных и флуктуации классических полей при постселективном измерении могут нарушать неравенство Белла вплоть до значения параметра Белла, равного 4.

5. В случае установки с двумя интерферометрами, один из которых разомкнут, согласованные флуктуации фаз не могут привести к нарушению неравенства Белла, т.е. для конкретной измерительной схемы может существовать множество смешанных состояний, которые не нарушают неравенства Белла. Если на практике при отсутствии запутывания могут порождаться только состояния из этого множества, то нарушение постселективного неравенства Белла будет означать получение запутанного состояния.

В итоге мы выяснили следующее. Нарушение неравенства Белла с постселекцией в данной установке позволяет утверждать, что в ней производится запутанное состояние примерно с той же степенью достоверности, что и наличие кросс-корреляций токов (как в работе [13]) при малой пропускной способности входного делителя на разомкнутом интерферометре. При этом разомкнутость второго интерферометра обеспечивает зануление кросс-корреляций, вызваемых возможными согласованными флуктуациями АБ-фаз в интерферометрах.

Авторы признательны Дж. Блаттеру и А. Лебедеву за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант # 11-02-00744-а).

1. A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Phys. Rev. **47**, 777 (1935).
2. E. Shrodinger, Naturwissenschaften **23**, 807 (1935).
3. J.S. Bell, Phys. **1**, 195 (1964).
4. J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony, and R.A. Holt, Phys. Rev. Lett. **23**, 880 (1969).
5. B. Cirel'son (Tsirelson), Lett. in Math. Phys. **4**, 93 (1980).
6. A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, Phys. Rev. Lett. **49**, 91 (1982).
7. G. Lesovik, T. Martin, and G. Blatter, Eur. Phys. J. B **24**, 287 (2001).
8. P. Recher, E. Sukhorukov, and D. Loss, Phys. Rev. B **63**, 165314 (2001).
9. L. Hofstetter, S. Csonka, J. Nygard, and C. Schönenberger, Nature **461**, 960 (2009); J. Wei and V. Chandrasekhar, Nature Phys. **6**, 494 (2010); A. Das, Y. Ronen, M. Heiblum et al., Nature Comm. **3**, 1165 (2012).
10. Y. Ji, Y. Chung, D. Sprinzak et al., Nature **422**, 415 (2003).
11. P. Roulleau, F. Portier, D.C. Glattli et al., Phys. Rev. B **76**, 161309 (2007).
12. I. Neder, N. Ofek, Y. Chung et al., Nature **448**, 333 (2007).
13. I. Neder, M. Heiblum, D. Mahalu, and V. Umansky, Phys. Rev. Lett. **98**, 036803 (2007).
14. C.W.J. Beenakker, C. Emary, M. Kindermann, and I.L. van Velsen., Phys. Rev. Lett. **91**, 147901 (2003).
15. P. Samuelsson, E.V. Sukhorukov, and M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **91**, 157002 (2003); Phys. Rev. Lett. **92**, 026805 (2004).
16. K. Kang and K.H. Lee, Physica E **40**, 1395 (2008).
17. J. Dressel, Y. Choi, and A.N. Jordan, Phys. Rev. B **85**, 045320 (2012).
18. A.A. Vyshnevyy, G.B. Lesovik, and T. Martin, Phys. Rev. B **87**, 165417 (2013).

19. L. S. Levitov, H. Lee, and G. B. Lesovik, Journ. Math. Phys. **37**, 4845 (1996).
20. A. V. Lebedev, G. B. Lesovik, and G. Blatter, Phys. Rev. B **72**, 245314 (2005).
21. J. Keeling, I. Klich, and L. S. Levitov, Phys. Rev. Lett. **97**, 116403 (2006).
22. F. Hassler, B. Kung, G. B. Lesovik, and G. Blatter, AIP Conf. Proc. **1134**, 113 (2008).
23. G. Fève, A. Mahé, J.-M. Berroir et al., Science **316**, 1169 (2007).
24. A. A. Vyshnevyy, A. V. Lebedev, G. B. Lesovik, and J. Blatter, Phys. Rev. B **87**, 165302 (2013).
25. D. W. Berry, H. Jeong, M. Stobinska, and T. C. Ralph, Phys. Rev. A **81**, 012109 (2010).