Письма в ЖЭТФ, том 98, вып. 10, с. 713 – 719

Оптико-терагерцовые пули

А. Н. Бугай[1)], С. В. Сазонов[+ 1)]

Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

[+]*Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 17 сентября 2013 г.
После переработки 14 октября 2013 г.

Исследован процесс оптической генерации широкополосного терагерцового излучения в системе резонансных анизотропных молекул, обладающих постоянным дипольным моментом, с учетом поперечной динамики импульсов. Показано, что если несущая частота фемтосекундного оптического сигнала превышает собственную частоту выделенного перехода молекулы настолько, что спектр импульса за счет его конечной длительности захватывает переход в резонанс, то процесс генерации происходит в режиме филаментации с дальнейшим формированием из филамент устойчивых локализованных во всех направлениях оптико-терагерцовых пуль. Эффективность генерации при этом может достигать порядка десятых долей процента по энергии.

DOI: 10.7868/S0370274X13220116

В последнее время исследования, посвященные генерации терагерцового электромагнитного излучения, вызывают все больший интерес. Чувствительность колебательных, вращательных, колебательно-вращательных и туннельных квантовых переходов к терагерцовому диапазону создает важные перспективы в развитии терагерцовой спектроскопии. Сегодня сигналы терагерцового диапазона находят применение при обработке изображений, в системах безопасности, астрономии, биологии и многих других областях [1–3].

Оптический метод генерации терагерцового излучения в квадратично-нелинейных средах, основанный на эффекте оптического выпрямления, имеет черенковскую природу [4]. Он является одним из наиболее эффективных [5, 6]. Черенковское условие заключается в том, что групповая скорость v_g оптического импульса должна превышать фазовую скорость v_T в терагерцовом диапазоне.

Интерес к оптическому методу связан с появившейся недавно возможностью использования фемтосекундных лазерных импульсов. Из-за своей большой спектральной ширины они содержат спектральные компоненты, на разности которых генерируются терагерцовые сигналы. Вследствие данного процесса несущая частота импульса смещается в красную область на величину в несколько терагерц [7–10].

Понятно, что характерная частота генерируемого терагерцового сигнала $\omega_T \sim \delta\omega \sim 1/\tau_p$, где $\delta\omega$ – ширина спектра оптического импульса, τ_p – его длительность. Отсюда имеем $\omega_T\tau_p \sim 1$. Следовательно, терагерцовый сигнал содержит порядка одного периода электромагнитных колебаний, т.е. в спектральном смысле является широкополосным.

Рассеяние генерируемого излучения в пределах черенковского конуса с углом раствора θ, определяемым выражением $\cos\theta = v_T/v_g$, приводит к относительно невысокой эффективности генерации. В данном случае она достигает значений порядка 10^{-6} [11, 12]. Существенно (на один-два порядка) повысить эффективность генерации для сред со значительно различающимися скоростями v_g и v_T удалось, используя оптические импульсы с наклонными волновыми фронтами [3, 13]. При этом роль θ играет угол наклона лучевых фронтов по отношению к фазовым.

В самые последние годы удалось добиться существенного усовершенствования экспериментальных методик, основанных на оптическом способе генерации терагерцового излучения [14–19]. Эффективность генерации по энергии при использовании методики наклонных фронтов и процессов вынужденного комбинационного рассеяния в квадратично-нелинейных кристаллах достигла значений 0.22–0.25% [18, 20].

В [21] предложен альтернативный методу наклонных фронтов подход, позволяющий получить аналогичную по величине эффективность генерации. Предложенный подход основан на использовании эффекта самоиндуцированной прозрачности (СИП) [22]

[1)]e-mail: bugay_aleksandr@mail.ru;
sazonov.sergey@gmail.com

за счет внедрения в кристалл резонансных примесей (молекул). В результате нелинейного взаимодействия с данными примесями групповая скорость v_g оптического импульса снижается до значений v_T. При достижении равенства $v_g = v_T$ происходит захват в резонанс Захарова–Бенни (РЗБ). Как следствие начинается эффективная генерация терагерцового излучения в коллинеарном режиме его распространения с оптическим импульсом. В [23] аналогичный процесс генерации исследован при наличии у резонансного перехода примесей постоянного дипольного момента μ (ПДМ). Последнее обстоятельство само по себе оказывается важным фактором. Оно порождает нелинейность, являющуюся причиной генерации терагерцового излучения в резонансном режиме. При этом эффективность генерации может составлять порядка 10^{-3} [23].

Для повышения эффективности в работах, в которых используется методика наклонных фронтов, применяются различные способы фокусировки оптических импульсов. Это позволяет повысить не только эффективность генерации, но и абсолютное значение электрического поля E_T терагерцового сигнала до 1–100 В/см [15–17].

Хорошо известно, что при распространении импульса СИП в объемной среде происходит его "обдирание" (*stripping*) в поперечном сечении [24, 25]. Если несущая частота ω оптического импульса превышает собственную частоту ω_0 выделенного квантового перехода резонансной примеси, импульс испытывает самофокусировку [24, 25]. В противоположном случае происходит дефокусировка.

В связи с этим возникает вопрос о влиянии поперечной динамики импульса СИП на эффективность генерации в системе резонансных примесей с ПДМ. На начальной стадии генерации процесс должен сопровождаться отмеченным выше красным сдвигом несущей частоты ω, что может вызвать как уменьшение групповой скорости v_g импульса, так и изменение его поперечной динамики.

Исследованию нелинейного процесса генерации широкополосного терагерцового сигнала в условиях самофокусировки фемтосекундного оптического импульса в системе резонансных центров, обладающих ПДМ, и посвящена настоящая работа.

Пусть световой импульс с огибающей электрического поля $\psi(\mathbf{r}, t)$ распространяется вдоль оси z в среде резонансных квантовых центров (молекул), порождая за счет ПДМ данных центров терагерцовый сигнал. Тогда система волновых и материальных уравнений, описывающая нелинейное оптико-терагерцовое взаимодействие, в параксиальном приближении имеет вид

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{n_{\mathrm{opt}}}{c}\frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\beta_{\mathrm{opt}} R - i\frac{c}{2n_{\mathrm{opt}}\omega}\Delta_\perp \psi, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_T}{\partial z} + \frac{n_T}{c}\frac{\partial E_T}{\partial t} = \beta_T \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{c}{2n_T}\Delta_\perp \int_{-\infty}^{t} E_T dt', \quad (2)$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = i\left(\omega_0 - \omega - \frac{\mu E_T}{\hbar}\right) R + i\frac{d\psi W}{\hbar}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{id}{2\hbar}(\psi^* R - \psi R^*). \quad (4)$$

Здесь $\hbar$ – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме, n_{opt} и n_T – показатели преломления прозрачной среды (матрицы) в оптическом и терагерцовом диапазонах частот соответственно, $\beta_{\mathrm{opt}} = 2\pi dN\omega/(cn_{\mathrm{opt}})$, d – дипольный момент резонансного перехода, N – концентрация резонансных примесей, $\beta_T = 2\pi\mu N/(cn_T)$, R – комплексная огибающая индуцированного импульсом нестационарного дипольного момента, W – разность населенностей квантовых уровней резонансного перехода, $\Delta_\perp \equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ – поперечный лапласиан.

Волновые уравнения (1) и (2) редуцированы к первому порядку относительно производных по координате z и времени t по совершенно разным физическим причинам. При выводе уравнения (1) использовано приближение медленно меняющейся огибающей (ММО) [26]. Для терагерцового же импульса вообще неприменимо понятие огибающей. Уравнение (2) редуцировано к первому порядку с помощью приближения однонаправленного распространения [27].

Из (3) и (4) следует, что оптический импульс вызывает переходы между квантовыми уровнями, индуцируя у молекулы дипольный момент. В свою очередь, генерируемый терагерцовый сигнал динамически смещает частоту данных переходов.

Заметим, что в одномерном случае ($\Delta_\perp = 0$) и при $n_{\mathrm{opt}} = n_T$ система (1)–(4) обладает интегралом движения, позволяющим выразить терагерцовое поле через огибающую оптического импульса [28]: $E_T = -\hbar\beta_T|\psi|^2/(d\beta_{\mathrm{opt}})$. В этом случае рассматриваемая система оказывается интегрируемой, порождая солитонные решения [29]. Режимы резонансной прозрачности, соответствующие различным солитонным решениям, детально исследованы в [28]. Однако в нашем случае $n_{\mathrm{opt}} \neq n_T$, а главное состоит в том, что задача становится неодномерной.

Динамика системы (1)–(4) исследовалась путем численного моделирования. В среду подавался аксиально-симметричный оптический импульс, профиль которого на входе задавался как произведение гиперболических секансов по продольной (z) и поперечной (r) координатам. При этом в продольном направлении временная площадь импульса составляла $A = (d/\hbar)\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|\psi|dt = 2\pi$. Временная длительность импульса равнялась $\tau_p = 50$ фс, а пиковая интенсивность – 95 ГВт/см^2. Поперечный размер $l_\perp$ импульса задавался равным $l_\perp = 75$ мкм, что в 10 раз превышает его продольный размер $l_{||}$. В прозрачную матрицу были вкраплены резонансные центры с концентрацией $N = 2 \cdot 10^{19}\,\text{см}^{-3}$ с величинами дипольного момента перехода $d = 1 \cdot 10^{-18}$ СГСЭ и постоянного дипольного момента $\mu = 2 \cdot 10^{-18}$ СГСЭ. Чтобы скомпенсировать упоминавшийся выше красный сдвиг частоты, несущая частота импульса задавалась на 0.1% большей частоты квантовых переходов $\omega_0 = 2.35 \cdot 10^{15}\,\text{с}^{-1}$. Результаты расчетов приведены на рис. 1–3. Амплитуды оптического и терагерцового полей здесь нормированы на величины $\psi_m = \hbar/(d\tau_p)$ и $E_m = 0.02\,\psi_m$ соответственно.

После вхождения в резонансную среду на дистанциях порядка дисперсионной длины $l_d \sim 4\pi d^2 N c \tau_p^2/\hbar$ импульс в своем продольном распространении начинает проявлять свойства солитона СИП, соответственно замедляя свою скорость и входя в синхронизм с генерируемым терагерцовым импульсом. Условие РЗБ здесь можно приближенно записать, взяв в качестве v_g групповую скорость солитона СИП [23]:

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{c}\left[n_{\text{opt}} + \frac{4\pi d^2 N\omega}{\hbar}\frac{\tau_p^2}{1 + (\omega_0 - \omega)^2\tau_p^2}\right] = \frac{n_T}{c}. \quad (5)$$

В поперечном же сечении происходит искривление волнового фронта импульса (рис. 1b) вследствие приведенной выше зависимости его групповой скорости от длительности (амплитуды).

На дистанциях уже порядка нескольких l_d происходит значительное увеличение амплитуды генерируемого биполярного терагерцового сигнала (рис. 2a), спектр которого имеет максимум на частоте 2.5 ТГц (рис. 3a). При этом ширина спектра сопоставима с центральной частотой генерируемого импульса. Указанную стадию генерации, как и в рассмотренном ранее пространственно-одномерном случае [23], назовем переходной. Разность населенностей уровней в резонансной среде в области прохождения светового импульса сначала оказывается несколько меньше максимальной и слабо

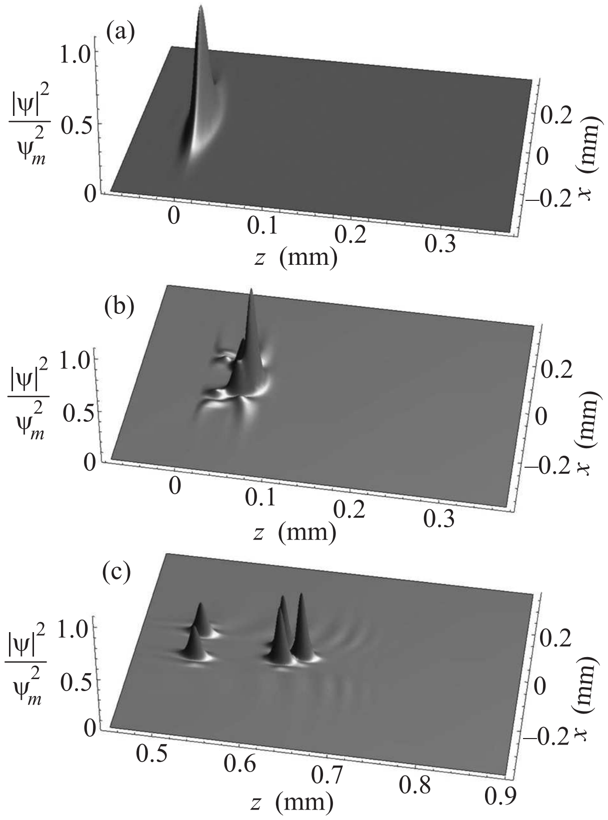

Рис. 1. Эволюция интенсивности оптической составляющей импульса в резонансной среде: (a) – до подачи импульса в среду, (b) – на переходной стадии генерации, (c) – на асимптотической стадии генерации. Приведены пространственные распределения величины $|\psi|^2$ в плоскости (xz)

увеличивается до максимума по мере вхождения в РЗБ.

При дальнейшем распространении импульса вступает в силу нелинейная саморефракция. Данный эффект обусловлен зависимостью групповой скорости солитона СИП от его амплитуды. Периферийные участки импульса, более удаленные в поперечном сечении от центра, испытывают и большее замедление (рис. 1b). В итоге происходит непрерывное вытягивание импульса в направлении его распространения и он приобретает форму полого "снаряда" [30]. Участки такого сильного искажения импульсных фронтов становятся чувствительными к мелкомасштабным возмущениям, что приводит к развитию поперечной модуляционной неустойчивости. Как результат происходит отрыв впереди идущих центральных участков импульса от отстающих периферийных участков и развивается мелкомасштабная самофокусировка (рис. 1c). Такая динамика сопровождается образованием в попе-

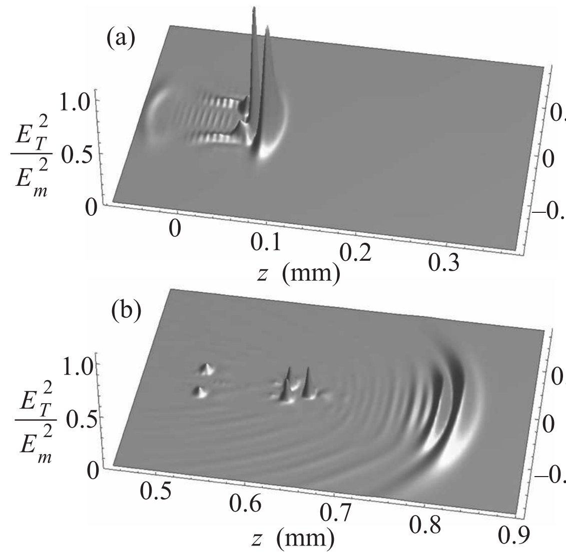

Рис. 2. Эволюция интенсивности терагерцовой составляющей импульса в резонансной среде: (a) – на переходной стадии генерации, (b) – на асимптотической стадии генерации. Приведены пространственные распределения величины E_T^2 в плоскости (xz)

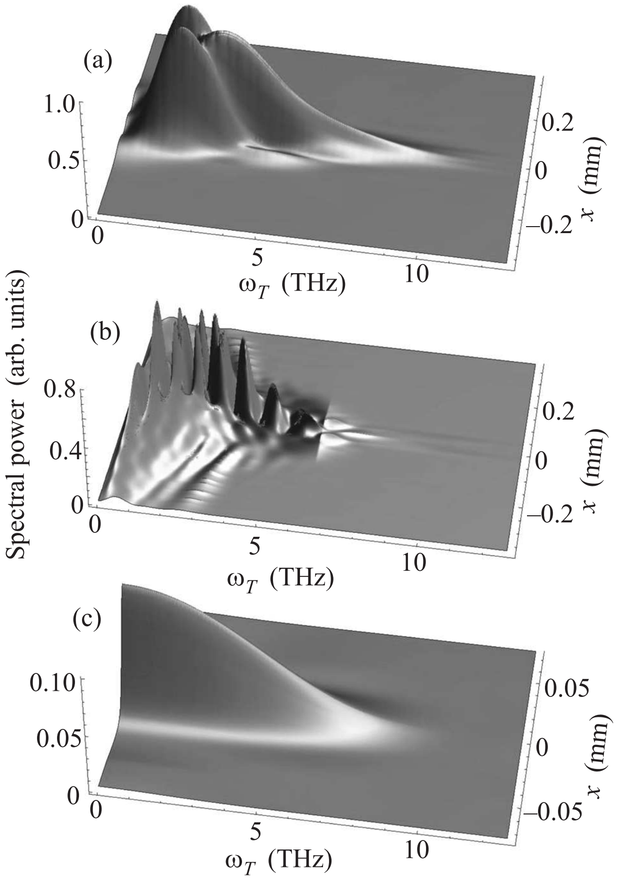

Рис. 3. Спектр терагерцового сигнала на переходной (a) и асимптотической (b) стадиях генерации. (c) – спектр терагерцовой составляющей наиболее интенсивной пули. Дистанции распространения соответствуют рис. 2

речном сечении лазерного импульса множества филаментов, все более замедляющихся по мере своей удаленности от поперечного центра симметрии. Это проявляется как постепенное "обдирание" исходного импульса, описанное в работах [24, 25]. Отметим, что неустойчивость квазиодномерного солитона СИП в объемной среде по отношению к малым амплитудным и фазовым возмущениям, приводящая к мелкомасштабной самофокусировке, была теоретически предсказана в работе [31]. Что касается терагерцовой компоненты, то она также разбивается на филаменты, подстраиваясь под динамику значительно более интенсивной оптической составляющей.

Для 2π-импульса СИП временная длительность филаментов практически не отличается от длительности исходного импульса. Число образующихся филаментов слабо зависит от поперечного размера на входе в среду. Однако оно чувствительно к соответствующей временной площади A. Так, в случае $\pi < A < 2\pi$ входной импульс, формируя 2π-солитон СИП, согласно "теореме площадей" [26] увеличивает свою временную площадь до 2π, что проявляется в его удлинении и уменьшении пиковой интенсивности. Это приводит к более слабой самофокусировке и, соответственно, к образованию меньшего числа филаментов. Напротив, при $2\pi < A < 3\pi$ входной импульс, уменьшая временную площадь до 2π, испытывает продольную компрессию. Это с ростом его пиковой интенсивности дает усиление самофокусировки, проявляющееся в увеличении числа филаментов. Если площадь входного импульса лежит в интервале $3\pi < A < 5\pi$, то вначале происходит формирование двух следующих друг за другом 2π-импульсов. Затем каждый из них испытывает филаментацию, аналогичную описанной выше для одного импульса. При $5\pi < A < 7\pi$ формируются оптико-терагерцовые филаменты из трех бегущих с разными скоростями 2π-импульсов и т.д. Такие процессы происходят в рассмотренном здесь случае, когда поперечный размер входного оптического импульса значительно больше его продольного размера. При нарушении же данного условия невозможно последовательно отделить продольную динамику импульса от поперечной. Вследствие этого процесс формирования локализованных филаментов типа оптико-терагерцовых пуль перестает быть столь предсказуемым.

При $\omega > \omega_0$ дисперсия групповой скорости оптического сигнала отрицательна. Поэтому вследствие красного сдвига частоты оптический импульс испытывает замедление. В результате возникает нарушение условия РЗБ, так что основная часть сгенерированного терагерцового излучения опережает импульс СИП (рис. 2b). В то же время часть терагерцового сигнала захватывается образовавшимися филаментами оптического импульса, распространяясь вместе с ними в синхронном режиме. Это приводит к множественному формированию двухкомпонентных бегущих локализованных во всех направлениях сгустков энергии – оптико-терагерцовых пуль (рис. 4). Будем называть данную стадию генерации асимптотической. В рассматриваемом случае энергетическая эффективность генерации составила 0.12%. При этом бо́льшую часть энергии терагерцового излучения (порядка 80%) уносит опережающий пули терагерцовый импульс с широкой апертурой. Его можно рассматривать как предвестник оптико-терагерцовых пуль. Вследствие суперпозиции спектров от импульса-предвестника и массива пуль на выходе из среды следует ожидать регистрации гребенчатого спектра (рис. 3b), состоящего из отдельных пиков на частотах в несколько терагерц. Как и на переходной стадии генерации, данный спектр является довольно протяженным. Поэтому можно говорить о формировании спектрального суперконтинуума.

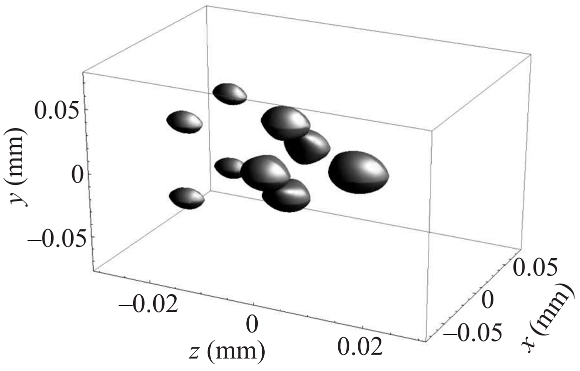

Рис. 4. Пространственное распределение интенсивности светового поля в массиве сформировавшихся пуль. Приведен контур интенсивности в 1/3 от максимума при пробеге в глубь среды 0.65 мм

Структура каждой пули такова, что продольный размер терагерцовой компоненты меньше соответствующего размера оптической составляющей, а их поперечные размеры примерно одинаковы. Разность населенностей уровней в резонансной среде в области пули близка к максимальной. Более сильная продольная локализация терагерцового импульса объясняется тем, что $E_T \sim |\psi|^2$. Отметим, что образование пуль приводит к сильной пространственной локализации исходного излучения без существенного падения интенсивности. Так, из наиболее интенсивного центрального филамента формируется пуля с пиковой интенсивностью светового поля 62 ГВт/см^2 с продольным и поперечными размерами 7.5 и 11 мкм соответственно. При этом интенсивность терагерцовой компоненты составляет 30 МВт/см^2, а продольный и поперечный размеры – 5 и 11 мкм. В обоих случаях размеры определяются по уровню интенсивности, составляющей половину от максимальной интенсивности в центре филамента. Ширина спектра данной пули (рис. 3c) составляет 3.5 ТГц, причем формально он захватывает нулевые частоты. К характеру спектра вблизи нулевой частоты следует относиться с некоторой осторожностью. Принятая в настоящей работе физическая модель, в которой учитывается лишь влияние примесных центров, не позволяет адекватно описать эволюцию генерируемого спектра в данной области частот. Понятно, что здесь необходимо учитывать и влияние других поглощающих центров, находящихся в кристалле (колебательных, туннельных и т.д.). Тем не менее можно говорить о тенденции смещения терагерцового спектра захваченного в филаменты излучения в область более низких частот по сравнению с переходной стадией генерации.

В случае значительного отличия несущей частоты импульса от частоты перехода, когда выполнено квазирезонансное условие $(\omega - \omega_0)\tau_p \geq 1$ (что в нашем случае соответствует относительной отстройке примерно 1% и более), процесс филаментации ослабляется. При этом самофокусировка протекает практически так же, как и в случае нерезонансных сред [32]. В частности, продольно-поперечное сжатие оптико-терагерцового сигнала сопровождается его пиковым усилением и спектральным уширением. Так как спектральная ширина оптического импульса $\delta\omega \sim 1/\tau_p$, условие квазирезонанса можно записать в виде $\omega - \omega_0 \geq \delta\omega$. Таким образом, в спектре сигнала практически отсутствуют фурье-компоненты, резонансные квантовому переходу. Отсюда и приходим к отмеченному сходству с нерезонансным случаем $(\omega - \omega_0 \sim \omega, \omega_0)$. Однако в нашем, квазирезонансном случае $(\omega - \omega_0 \ll \omega, \omega_0)$ процесс самофокусировки замедляется по мере приближения (за счет красного сдвига и спектрального уширения) несущей частоты оптического сигнала к частоте перехода. Кроме того, все больше начинает сказываться компенсирующее самофокусировку влияние дифракции. В результате, как и в резонансном случае, $(\omega - \omega_0)\tau_p < 1$, формируются оптико-терагерцовые пули. Правда, эффективность генерации в квазирезонансном режиме невысока. Она составляет менее чем 10^{-5} по энергии.

Филаментация в нерезонансной среде является пороговым эффектом и происходит, если мощность оптического импульса значительно превосходит критическую мощность самофокусировки [32]. В рассмотренной же здесь резонансной задаче, помимо условия относительно малой отстройки несущей частоты импульса от резонанса, имеется пороговое условие на продольную площадь входного импульса $A > \pi$, которое хорошо известно из теории СИП [26]. В противном случае на начальной стадии не сформируется 2π-солитон и условию РЗБ (5) удовлетворить не удастся. Как следствие не произойдет генерации терагерцового излучения и последующего дробления импульса на локализованные оптико-терагерцовые филаменты. В то же время отмеченное выше ослабление филаментации при переходе от резонансного режима к квазирезонансному при неизменных длительности и амплитуде светового импульса говорит о том, что соответствующий порог на мощность в резонансном случае ниже, чем в нерезонансном.

Таким образом, в настоящей работе показано, что влияние поперечной динамики на генерацию терагерцового излучения в системе резонансных анизотропных молекул, обладающих постоянным дипольным моментом, приводит к возможности получения различных структур терагерцового излучения. Помимо генерации терагерцового импульса с широкой апертурой из нескольких колебаний поля, который постепенно выходит из синхронизма с оптическим импульсом, возможно образование локализованных связанных состояний электромагнитного поля оптических и терагерцовых частот – оптико-терагерцовых пуль.

Теоретическое рассмотрение формирования оптических пуль в нерезонансных нелинейных средах взяло старт с работы [33]. Процессы филаментации фемтосекундных импульсов в таких средах начиная с середины 90-х годов ушедшего столетия исследованы достаточно детально [32]. Что касается резонансных сред, то в работе [34] с помощью численных и приближенных аналитических методов показана принципиальная возможность формирования оптических пуль при эффекте СИП в случае точного резонанса, $\omega = \omega_0$. Уравнения, рассмотренные в [34], являются частным случаем системы (1)–(4), когда $\mu = E_T = 0$.

С одной стороны, генерация массива оптико-терагерцовых пуль приводит к неэффективному разбросу генерируемого терагерцового излучения. С другой же стороны, данный процесс способствует сильной концентрации электромагнитной энергии терагерцового диапазона в очень малых относительно соответствующей длины волны пространственных областях. Таким образом, возможно получение фактически квазиточечных источников терагерцового поля с широким спектром. Не исключено, что данное обстоятельство, помимо прочего, может найти эффективные приложения наподобие обсуждающихся в [35] для сильно сфокусированных фемтосекундных оптических импульсов. Можно надеяться, что присутствие здесь наряду с оптическим импульсом терагерцовой составляющей позволит расширить возможности прецизионной обработки, изготовления и диагностики микро- и наноструктур, включая неорганические вещества и биологические объекты.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект # 13-02-00199а).

1. P. Y. Han and X.-C. Zhang, Meas. Sci. Tech. **12**, 1747 (2001).
2. B. Fergusson and X.-C. Zhang, Nature Materials **1**, 26 (2002).
3. G. Kh. Kitaeva, Laser Phys. Lett. **5**, 559 (2008).
4. У. А. Абдуллин, Г. А. Ляхов, О. В. Руденко, А. С. Чиркин, ЖЭТФ **66**, 1295 (1974).
5. А. Н. Тучак, Г. Н. Гольцман, Г. Х. Китаева и др., Письма в ЖЭТФ **96**, 97 (2012).
6. С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **96**, 281 (2012).
7. А. Г. Степанов, А. А. Мельников, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, Письма в ЖЭТФ **85**, 279 (2007).
8. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, Квант. электрон. **35**, 1019 (2005).
9. T. Hattori and K. Takeuchi, Optics Express **15**, 8076 (2007).
10. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **87**, 470 (2008).
11. Д. А. Багдасарян, А. О. Макарян, П. С. Погосян, Письма в ЖЭТФ **37**, 498 (1983).
12. D. H. Auston, K. P. Cheung, J. A. Valdmanis, and D. A. Kleinman, Phys. Rev. Lett. **53**, 1555 (1984).
13. J. Hebling, G. Almási, and I. Z. Kozma, Optics Express **10**, 1161 (2002).
14. J. A. Fülöp, L. Pálfalvi, G. Almási, and J. Hebling, Optics Express **18**, 12311 (2010).
15. M. I. Bakunov, S. B. Bodrov, and E. A. Mashkovich, JOSA B **28**, 1724 (2011).
16. J. A. Fülöp, L. Pálfalvi, M. C. Hoffmann, and J. Hebling, Optics Express **19**, 15090 (2011).
17. H. Hirori, A. Doi, F. Blanchard, and K. Tanaka, Appl. Phys. Lett. **98**, 091106 (2011).
18. J. A. Fülöp, L. Pálfalvi, S. Klingebiel et al., Opt. Lett. **37**, 557 (2012).

19. A. G. Stepanov, S. Henin, Y. Petit et al., Appl. Phys. B **101**, 11 (2010).
20. M. Nagai, E. Matsubara, and M. Ashida, Optics Express **20**, 6509 (2012).
21. A. N. Bugay and S. V. Sazonov, Phys. Lett. A **374**, 1093 (2010).
22. S. L. McCall and E. L. Hahn, Phys. Rev. Lett. **18**, 908 (1967).
23. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **92**, 260 (2010).
24. H. M. Gibbs and R. E. Slusher, Phys. Rev. Lett. **24**, 638 (1970).
25. H. M. Gibbs and R. E. Slusher, Phys. Rev. A **5**, 1634 (1972).
26. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, М., Мир (1978).
27. P. J. Caudrey, J. C. Eilbeck, J. D. Gibbon, and R. K. Bullough, J. Phys. A.: Math. Nucl. Gen. **6**, L53 (1973).
28. С. В. Сазонов, Н. В. Устинов, ЖЭТФ **127**, 289 (2005).
29. А. А. Заболотский, ЖЭТФ **94**, 33 (1988).
30. С. В. Сазонов, Квант. электрон. **37**, 29 (2007).
31. M. Ablowitz and Y. Kodama, Phys. Lett. A **70**, 83 (1979).
32. С. В. Чекалин, В. П. Кандидов, УФН **183**, 133 (2013).
33. Y. Silberberg, Opt. Lett. **15**, 1282 (1990).
34. M. Blaauboer, B. A. Malomed, and G. Kurizki, Phys. Rev. Lett. **84**, 1906 (2000).
35. П. Г. Крюков, *Фемтосекундные импульсы*, М., Физматлит (2008).