Письма в ЖЭТФ, том 98, вып. 12, с. 943 – 946 © 2013 г. 25 декабря

Температурная зависимость циклотронного резонанса в графене

А. Ю. Озерин

Институт физики высоких давлений им. Верещагина РАН, 142190 Троицк, Россия

Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 13 ноября 2013 г.

Вычислена динамическая проводимость графена в магнитном поле в условиях циклотронного резонанса. Исследовано влияние температуры на циклотронный резонанс. Рассмотрены так называемые кратные резонансы. Найдена безразмерная величина, определяющая ширину и амплитуду циклотронного пика в проводимости. Обсуждаются кулоновские поправки к электронному спектру.

DOI: 10.7868/S0370274X13240168

Циклотронный резонанс, открытый сначала в полупроводниках [1], а затем и в металлах [2], позволил подробно изучить спектры металлов и полупроводников. Помимо измерения эффективной массы носителей и формы ферми-поверхности, по температурной зависимости линии резонансного поглощения можно также установить преобладающий механизм рассеяния [3, 4].

В классическом описании циклотронный резонанс возникает как эффективное поглощение электромагнитного излучения на частоте, совпадающей с частотой движения носителей заряда в магнитном поле. Амплитуда и ширина этой линии поглощения определяются процессами рассеяния. В случае рассеяния на примесях они практически не зависят от температуры.

Циклотронный резонанс в графене обладает рядом особенностей. Отметим, что графен представляет большой интерес как потенциальный материал для терагерцовых применений, поскольку его резонансные частоты внутризонных переходов при полях $B \sim 30$ Тл лежат в области дальнего ИК- и ТГц-диапазонов [5, 6].

В широком диапазоне изменения параметров проводимость определяется положением уровня Ферми и рассеянием на примесях. Однако по мере уменьшения концентрации носителей возрастает роль электрон-электронного взаимодействия. Это явление приводит к логарифмической перенормировке спектра [6–9]. Влияние различных факторов на проводимость в классических и квантовых условиях подробно исследовано как теоретически [9–17], так и экспериментально [6, 18]. Обзор исследований транспортных явлений в графене и графеновых слоях приведен в [19].

Данная работа посвящена исследованию влияния температуры на проводимость графена в условиях циклотронного резонанса, наблюдавшегося в [18]. Рассматривается допированный графен, помещенный в перпендикулярное магнитное поле, величина которого меняется в широком диапазоне значений. Как известно [20], динамическая проводимость графена состоит из двух частей, определяемых внутризонными и межзонными электронными переходами в переменном электрическом поле. Преобладающая роль первой или второй из них зависит от соотношения между химическим потенциалом μ и частотой ω переменного поля. Квазиклассический циклотронный резонанс предполагает выполнение условия $\mu \gg \omega$, когда главную роль играют внутризонные переходы. Вторым условием квазиклассичности является требование, чтобы под уровнем Ферми находилось много уровней Ландау, т.е. циклотронная частота была малой по сравнению с химическим потенциалом, $\Omega \ll \mu$. Эти условия мы считаем выполненными. Особую роль в нашем случае играет температура. Из-за неквадратичности электронного спектра в графене уровни Ландау здесь являются неэквидистантными. Резонанс возможен только при электронном переходе между двумя соседними уровнями с $\Omega = \omega$, причем при нуле температур один уровень должен быть ниже химпотенциала, а другой – выше. Однако с повышением температуры становятся возможными переходы между соседними уровнями, оба из которых могут быть выше (или ниже) химпотенциала. Благодаря неэквидистантности эти переходы, например при заданной частоте ω, происходят при разных магнитных полях (так называемые кратные резонансы). Мы рассмотрим и эту ситуацию, предполагая, что температура ограничена условием $T \ll \mu$.

Графен в магнитном поле. В присутствии магнитного поля электронный спектр можно описать с помощью правила квантования Бора–Зоммерфельда:

$$\frac{c}{e\hbar B}S(\varepsilon) = 2\pi n, \tag{1}$$

где $S(\varepsilon) = \pi\varepsilon^2/v^2$ – площадь в импульсном пространстве, заметаемая траекторией, соответствующей состоянию с постоянной энергией ε. В отсутствие кулоновского взаимодействия выражение (1) совпадает с точным условием квантования и справедливо для любых целых чисел Ландау, $n = 0, 1, 2, \ldots$.

Расстояние между соседними уровнями в квазиклассическом приближении запишется как

$$\Omega = \frac{d\varepsilon}{dn} = \omega_c^2/2\varepsilon, \tag{2}$$

где введено обозначение $\omega_c^2 = 2v^2 e\hbar B/c$.

На рис. 1 приведены характерные ω и μ, представляющие отдельный интерес. Область низких частот внешнего поля соответствует внутризонным переходам. Проводимость на высоких частотах определяется межзонными переходами.

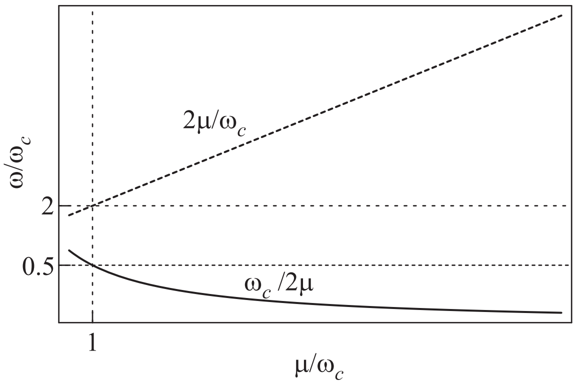

Рис. 1. Условия наблюдения главных внутризонных и межзонных резонансов

Рассматриваемые частоты $\omega < \omega_c$ в сильных магнитных полях соответствуют дальнему ИК-излучению, $\omega_c = 36.2\sqrt{B[\text{Тл}]}$ мэВ.

Классический циклотронный резонанс. Динамическую проводимость двумерного электронного газа можно вычислить с помощью кинетического уравнения Больцмана:

$$(\Gamma - i\omega) f + \Omega\frac{df}{d\varphi} = -e(\mathbf{vE})\frac{df_0}{d\varepsilon},$$

где частота Γ электронных столкновений с дефектами в условиях резонанса должна быть много меньше частоты ω. Сравнение с экспериментом показывает, что характерное значение $\Gamma \sim 5$ мэВ [21].

После интегрирования решения по углам получается интегральное представление для проводимости:

$$\begin{pmatrix}\sigma_{xx}\\ i\sigma_{xy}\end{pmatrix} = i\pi\frac{e^2}{4\hbar}\frac{\omega_c^2}{v_0^2}\int -\frac{df}{d\varepsilon}\frac{v^2}{\Omega}d\varepsilon\left(\frac{1}{\omega-\Omega+i\Gamma} \pm \pm\frac{1}{\omega+\Omega+i\Gamma}\right). \tag{3}$$

Ввиду δ-образной функции под интегралом можно разложить все гладкие функции в окрестностях $\varepsilon = \mu$ и вынести постоянные составляющие за знак интегрирования. В выбранных условиях проводимость будет определяться особенностями подынтегрального выражения. Результат интегрирования может быть записан через трансцендентную полигама-функцию $\psi_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty}(n+z)^{-2}$:

$$\begin{pmatrix}\sigma_{xx}\\ i\sigma_{xy}\end{pmatrix} = -\frac{e^2}{4\hbar}\frac{\mu}{\Omega' T}\left[\psi_1\left(\frac{1}{2}-\frac{z_+}{2i\pi}\right) \mp \mp\psi_1\left(\frac{1}{2}-\frac{z_-}{2i\pi}\right) \pm 4\pi^2\frac{e^{z_-}}{(e^{z_-}+1)^2}\right], \tag{4}$$

где

$$z_+ = \frac{\omega-\Omega+i\Gamma}{\Omega' T},\; z_- = -\frac{\omega+\Omega+i\Gamma}{\Omega' T}, \tag{5}$$

а расстояние Ω между соседними уровнями и его производная Ω' берутся на уровне Ферми.

В пределе нулевой температуры проводимость определяется столкновительным уширением (рис. 2):

$$\begin{pmatrix}\sigma_{xx}\\ i\sigma_{xy}\end{pmatrix} = \frac{e^2}{4\hbar}\cdot 2\mu i\pi\left(\frac{1}{\omega-\Omega+i\Gamma} \pm \frac{1}{\omega+\Omega+i\Gamma}\right).$$

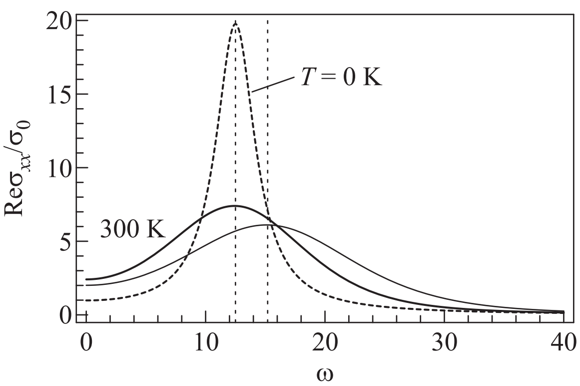

Рис. 2. Проводимость в окрестностях резонанса при $T = 0$ К (штриховая линия) и 300 К (толстая линия). Тонкая линия – проводимость с учетом кулоновской перенормировки спектра

Циклотронный резонанс возникает при совпадении частоты внешнего поля ω с частотой перехода между соседними уровнями Ландау. С учетом температуры величина и ширина пика определяются следующим образом:

$$\mathrm{Re}\,\sigma_{xx}(\Omega) = -\frac{e^2}{4\hbar}\frac{\mu}{\Omega' T}\psi_1\left(\frac{1}{2} - \frac{\Gamma}{2\pi\Omega' T}\right),$$
$$\Delta\omega = \Gamma + \pi\,|\Omega'|\,T = \Gamma + \pi T/2n.$$

На рис. 3 приведено отношение пиковой проводимости при разных температурах к проводимости при

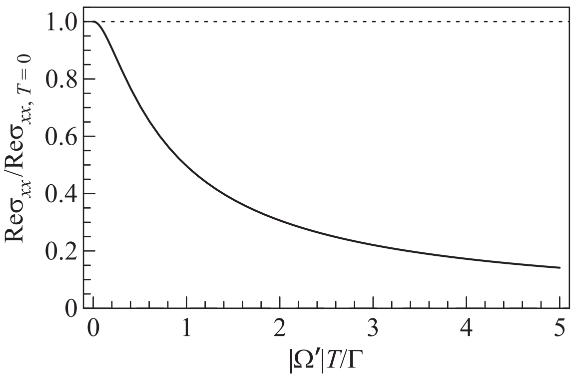

Рис. 3. Амплитуда проводимости $\mathrm{Re}\,\sigma_{xx}$ на резонансной частоте как функция безразмерного параметра $|\Omega'|\,T/\Gamma$

нулевой температуре:

$$\mathrm{Re}\,\sigma_{xx}(\Omega, T=0) = \frac{e^2}{4\hbar}\frac{2\pi\mu}{\Gamma}.$$

Таким образом, величина пиковой проводимости при неизменной Γ определяется безразмерным отношением $\omega_c^2 T/\mu^2\Gamma$.

Кратный циклотронный резонанс. В отличие от квадратичного спектра уровни Ландау в графене расположены не эквидистантно. При низких температурах это обстоятельство не играет существенной роли (рис. 4). Однако при высоких температурах, когда сразу несколько уровней Ландау оказываются частично заполненными, на кривой $\sigma(\omega)$ при фиксированном магнитном поле появляется несколько пиков – кратные циклотронные резонансы [22].

Для описания этого явления классического рассмотрения недостаточно. В квантовом случае внутризонная проводимость может быть вычислена как сумма по уровням Ландау в частично заполненной зоне [20]:

$$\sigma(\omega) = i\sigma_0\frac{\omega_c^2}{2\pi}\sum_n -\frac{df}{d\varepsilon}\left(\frac{1}{\omega-\Omega+i\Gamma} \pm \frac{1}{\omega+\Omega+i\Gamma}\right), \tag{6}$$

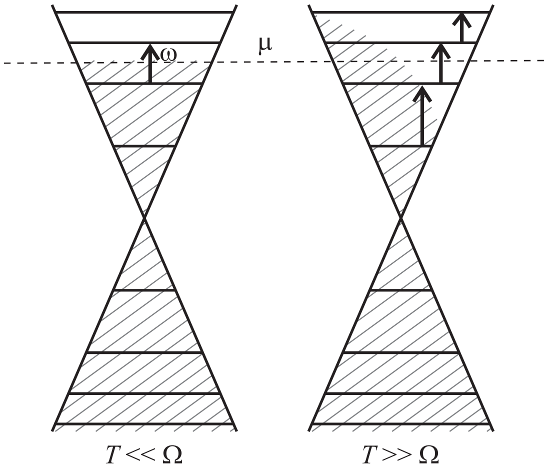

Рис. 4. Схема уровней Ландау при изменении температуры

где каждое слагаемое отвечает переходу с n-го на $(n+1)$-й уровень, а функции энергии берутся для $\varepsilon = \varepsilon_n$.

При уменьшении магнитного поля расстояния между уровнями уменьшаются. В предельном случае получается классическое поведение (3).

Чтобы исследовать переход от классической системы к квантовой, можно воспользоваться методом Пуассона:

$$\sum_n g(\varepsilon_n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\int e^{2\pi i k n(\varepsilon)} g(\varepsilon)\frac{d\varepsilon}{\Omega}.$$

Периодичность по ω появляется после суммирования по k вычетов в циклотронных полюсах $z_\pm$ из (5). Кратные резонансы возникают, когда одна из величин $n_\pm$ оказывается близкой к целому числу:

$$n_\pm = n - \frac{1}{\Omega'} \pm \frac{\omega}{\Omega'\Omega}, \tag{7}$$

где n – действительное число, определяемое из уравнения (1). Это приводит к возможности существования двух наборов резонансов, соответствующих разным поляризациям падающего света.

Величина пиков определяется множителем $\Omega\Omega'/2\pi\Gamma$. Характерный вид $\mathrm{Re}\,\sigma_{xx}(\omega)$ приведен на рис. 5.

Помимо кратного циклотронного резонанса, в формуле (6) содержатся осцилляции Шубникова–де Гааза, возникающие при прохождении уровня Ферми через очередной уровень Ландау [10, 23]. Математически они описываются полюсами функции распределения. Подробное рассмотрение шубниковских осцилляций будет приведено в следующей работе.

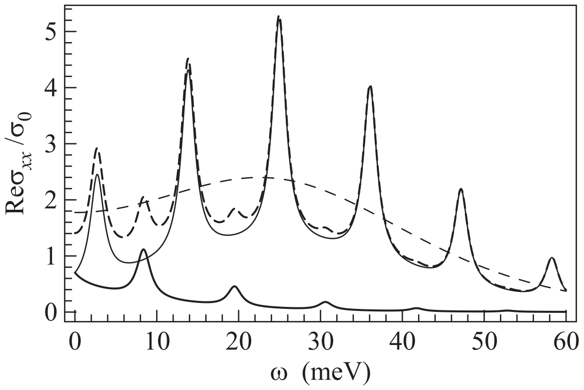

Рис. 5. Кратный циклотронный резонанс. Тонкая штриховая линия – плавная часть, ширина которой определяется температурой. Сплошные линии – кратные резонансы от полюсов $z_{\pm}$. Толстая штриховая линия – суммарная циклотронная часть проводимости

Учет электрон-электронного взаимодействия. При малой концентрации носителей начинает проявляться электрон-электронное Взаимодействие. Это

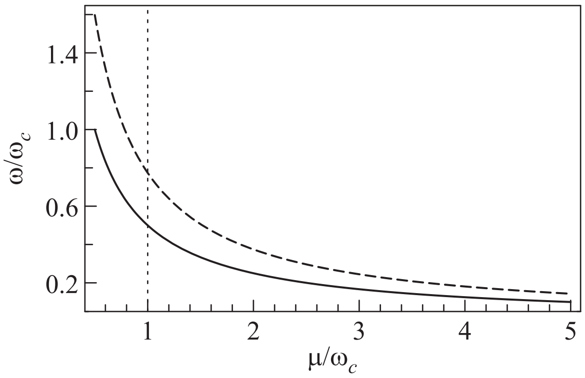

Рис. 6. Циклотронная частота в графене как функция химического потенциала. Перенормировка спектра существенна в области малых энергий, однако рассматриваемый подход справедлив для $\mu > \omega_c$

приводит к перенормировке спектра:

$$\varepsilon_s = \mp vp[1 + g\ln(p_0/p)].$$

Здесь $g = e^2/8\pi\hbar v\epsilon \approx 0.036$ описывает влияние подложки и экранирование в графене, $p_0 \approx 0.5\cdot 10^8\,\text{см}^{-1}$. При концентрации носителей больше $10^{10}\,\text{см}^{-2}$ эти поправки достаточно малы, что позволяет ограничиться в выражении (2) приближениями первого порядка по g:

$$\Omega_s = \frac{\omega_c^2}{2\varepsilon}\left(1 + g\ln\frac{p_0^2 v^2}{\varepsilon^2 e}\right).$$

Таким образом, учет кулоновского взаимодействия приводит к смещению резонансной частоты. Однако поскольку поправки входят одновременно и в v, и в Ω, фоновая проводимость не изменяется.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ # 13-02-00244-а и программы SIMTECH, New Centure of Superconductivity: Ideas, Materials and Technologies (grant # 246937). Автор благодарит Л.А. Фальковского за помощь в работе и полезные обсуждения.

1. R.B. Dingle, Proc. Roy. Soc. London A **211**, 1952 (1952).
2. М.Я. Азбель, Э.А. Канер, ЖЭТФ **32**, 896 (1956).
3. А.А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, М., Физматлит (2009).
4. П.Ю, М. Кардона, *Основы физики полупроводников*, М., Физматлит (2002).
5. Z. Jiang, E.A. Henriksen, L.C. Tung, Y.-J. Wang, M.E. Schwartz, M.Y. Han, P. Kim, and H.L. Stormer, Phys. Rev. Lett. **98**, 197403 (2007).
6. M. Orlita, I. Crassee, C. Faugeras, A.B. Kuzmenko, F. Fromm, M. Ostler, Th. Seyller, G. Martinez, M. Polini, and M. Potemski, New Journal of Phys. **14**, 095088 (2012).
7. J. Jobst, D. Waldmann, I. Gornyi, A.D. Mirlin, and B. Weber, Phys. Rev. Lett. **108**, 106601 (2012).
8. E.G. Mishchenko, Phys. Rev. Lett. **98**, 216801 (2007).
9. I.V. Gornyi, V.Yu. Kachorovskii, and A.D. Mirlin, Phys. Rev. B **86**, 165413 (2012).
10. U. Briskot, I.A. Dmitriev, and A.D. Mirlin, Phys. Rev. B **87**, 195413 (2013).
11. P.M. Ostrovsky, I.V. Gornyi, and A.D. Mirlin, Phys. Rev. B **74**, 235443 (2006).
12. A. Kashuba, Phys. Rev. B **78**, 085415 (2008).
13. L. Fritz, Phys. Rev. B **78**, 085416 (2008).
14. L.A. Falkovsky, Письма в ЖЭТФ **97**, 496 (2013).
15. L.A. Ponomarenko, R. Yang, T.M. Mohiuddin, M.I. Katsnelson, K.S. Novoselov, S.V. Morozov, A.A. Zhukov, F. Schedin, E.W. Hill, and A.K. Geim, Phys. Rev. Lett. **102**, 206603 (2009).
16. E.H. Hwang, S. Adam, and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **98**, 186806 (2007).
17. T. Ando, Y. Zheng, and H. Suzuura, J. Phys. Soc. Jpn. **71**, 1318 (2002).
18. M. Orlita, C. Faugeras, P. Plochocka, P. Neugebauer, G. Martinez, D.K. Maude, A.-L. Barra, M. Sprinkle, C. Berger, W.A. de Heer, and M. Potemski, Phys. Rev. Lett. **101**, 267601 (2008).
19. S. Das Sarma, Sh. Adam, E.H. Hwang, and E. Rossi, Rev. Mod. Phys. **83**(2), 407 (2011).
20. L.A. Falkovsky and A.A. Varlamov, Eur. Phys. J. B **56**, 281 (2007).
21. L.A. Falkovsky, Phys. Rev. B **83**, 081107(R) (2011).
22. P. Neugebauer, M. Orlita, C. Faugeras, A.-L. Barra, and M. Potemski, Phys. Rev. Lett. **103**, 136403 (2009).
23. V.P. Gusynin and S.G. Sharapov, Phys. Rev. B **71**, 125124 (2005).