Письма в ЖЭТФ, том 99, вып. 3, с. 195 – 200 © 2014 г. 10 февраля

# Эффект толщины в случае мессбауэровских образцов, возбужденных переменным полем

*Э. К. Садыков*[1], *А. А. Юричук*

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, 420008 Казань, Россия*

Поступила в редакцию 2 декабря 2013 г.

Рассмотрен эффект толщины в мессбауэровской спектроскопии в условиях возбуждения поглотителя внешним переменным полем. Параметры, характеризующие насыщение спектра поглощения таких образцов, получены в рамках модели формирования спектра рассеяния вперед. Установлен закон сохранения интегрального поглощения, справедливый при условии синфазности акустических колебаний ядер, индуцируемых внешним полем. Обсуждаемые закономерности иллюстрируются на примере поглотителя с одиночной линией в звуковом поле.

DOI: 10.7868/S0370274X14030138

**1.** В мессбауэровской спектроскопии, как правило, используются тонкие поглотители. В то же время существует ряд чрезвычайно интересных эффектов, основанных на мессбауэровском рассеянии, реализация которых возможна только в протяженных образцах. Такие образцы, например, позволяют наблюдать уникальные следствия ядерно-резонансной дифракции мессбауэровского излучения в кристаллах [1, 2]. Другой примечательной особенностью протяженного (не обязательно кристаллического) образца является формирование сателлитной структуры в его спектре рассеяния вперед (РВ) в режиме воздействия внешним периодическим полем. Такие спектры были получены для нержавеющей стали в условиях возбуждения ее звуком в серии работ [3–7]. Среди них выделим работу [7]. В ней была предложена теория формирования спектра РВ на протяженных объектах с учетом эффекта внешнего поля – модель, созвучная моделям распространения мессбауэровского излучения в кристалле [1, 2]. Сравнительно недавно эта теория с небольшими модификациями была использована для описания экспериментов по мессбауэровскому РВ на борате железа в радиочастотном магнитном поле [8].

В данном сообщении модель мессбауэровского РВ используется как инструмент, дополняющий и уточняющий в случае протяженных образцов во внешнем поле традиционную методику мессбауэровского поглощения. Спектры поглощения и спектры РВ теперь моделируются в рамках единой теории. Сопоставление модельных спектров с экспериментом позволяет получить дополнительную информацию о характере физических процессов, индуцируемых в образце внешним полем. В этом случае источниками информации служат полученные из эксперимента спектр РВ, спектр поглощения и интегральное поглощение. Зависимости двух последних параметров от характера воздействия переменного поля на образец можно представить как особенности проявления эффекта толщины [9, 10, 11] для образца в переменном поле. Интересным результатом, полученным в рамках такого рассмотрения, являются закон сохранения интегрального поглощения при акустическом возбуждении образца и условия его реализации.

**2.** Проведем анализ распространения мессбауэровского излучения в среде, возмущенной внешним полем, на примере поглотителя с одиночной линией, подверженного воздействию звука. По характеру процессов, индуцируемых звуком в образце, выделим три случая.

1. Звук в образце отсутствует.

2. В образце возбуждаются синфазные гармонические колебания ядер.

3. Колебания ядер в образце полностью некоррелированы.

Приведем для каждого из этих трех случаев спектры РВ $F_i(\omega, \omega_s, \omega_a, t_e)$ как функции частоты $\omega$:

$$F_1(\omega, \omega_s, \omega_a, t_e) = \frac{\Gamma_s}{2\pi} \frac{1}{(\omega-\omega_s)^2 + (\Gamma_s/2)^2} \times \\ \times \exp\left[\frac{-t_e\,(\Gamma_a/2)^2}{(\omega_a-\omega)^2 + (\Gamma_a/2)^2}\right], \qquad (1)$$

[1] e-mail: esad@ksu.ru

$$F_2(\omega,\omega_s,\omega_a,t_e) = \\ = \frac{\Gamma_s}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{(\omega_s+k\Omega-\omega)^2+(\Gamma_s/2)^2}\times \\ \times\left|\sum_{q=-\infty}^{\infty}J_q(b)J_{k+q}(b)\times \right. \\ \left.\times\exp\left[\frac{-it_e\Gamma_a/4}{\omega_a-(k+q)\Omega-\omega+i\Gamma_a/2}\right]\right|^2, \quad (2)$$

$$F_3(\omega,\omega_s,\omega_a,t_e) = \frac{\Gamma_s}{2\pi}\frac{1}{(\omega_s-\omega)^2+(\Gamma_s/2)^2}\times \\ \times\exp\left[\sum_{q=-\infty}^{\infty}J_q^2(b)\frac{-t_e(\Gamma_a/2)^2}{(\omega-\omega_a-q\Omega)^2+(\Gamma_a/2)^2}\right], \quad (3)$$

где величины $\omega_s,\Gamma_s(\omega_a,\Gamma_a)$ характеризуют источник (поглотитель), $t_e = n\sigma_0 f_{LM} l$ – эффективная толщина поглотителя, $J_q(b)$ – функции Бесселя, $b$ – индекс модуляции, суммирование осуществляется по целочисленным значениям $k$ и $q$.

Соотношение для $F_2$ было получено в [7] на основе развитой в данной работе модели. Спектры $F_1$ и $F_3$ найдены согласно этой же модели, но с учетом конкретных условий, описанных выше для $i = 1$ и 3. Спектры РВ могут быть реализованы на эксперименте путем свертки выражений (1)–(3) с формой линии поглощения второго поглотителя (анализатора, см. рис. 1b в [7]). Уникальная особенность спектров РВ – их сателлитная структура – присуща только $F_2(\omega,\omega_s,\omega_a,t_e)$ (см. рис. 1).

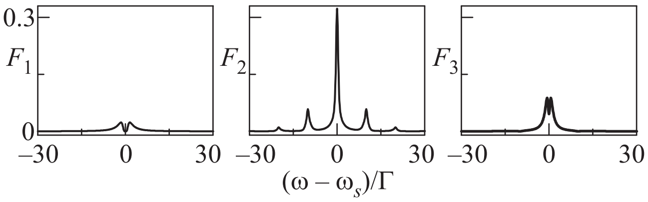


Рис. 1. Модельный спектр рассеяния вперед мессбауэровского гамма-излучения для случаев $i = 1$, 2 и 3 при $\omega = \omega_s$, $\Omega = 10$, $\Gamma_s = \Gamma_a = 1$, $b = 1.5$, $t_e = 10$

Интегрирование спектров $F_i(\omega,\omega_s,\omega_a,t_e)$ по $\omega$ дает интегралы прохождения $T_i(\omega_s,\omega_a,t_e)$ для мессбауэровского излучения, через которые выражаются функции (спектры) поглощения $\varepsilon_i(\omega_s,\omega_a,t_e)$, с учетом эффективности детектора $\eta$:

$$T_i(\omega_s,\omega_a,t_e) = \int d\omega F_i(\omega,\omega_s,\omega_a,t_e), \quad (4)$$

$$\varepsilon_i(\omega_s,\omega_a,t_e) = f_s\eta[1-T_i(\omega_s,\omega_a,t_e)]. \quad (5)$$

Далее, интегрирование (5) по $\omega_s$ приводит еще к одному параметру функции поглощения – интегральному поглощению $S_i(t_e)$:

$$S_i(t_e) = f_s\eta\int d\omega_s[1-\int d\omega F_i(\omega,\omega_s,\omega_a,t_e)]. \quad (6)$$

**3.** Заметим, что выполнение операций (5) и (6) для $i = 1$ позволяет нам получить параметры насыщения гамма-резонанса, $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1(\omega_s = \omega_a) = f_s\eta[1-T_1(\omega_s=\omega_a,\omega_a,t_e)]$ (максимальное поглощение) и $S_1$ (интегральное поглощение), количественно характеризующие эффект толщины в мессбауэровском эксперименте в отсутствие звука (см., например, [11, 12]). По отношению к этим величинам значения $T_i(\omega_s=\omega_a,\omega_a,t_e)$ и $S_i$, вычисленные при $i = 2, 3$, мы будем рассматривать как параметры, представляющие эффект толщины с учетом воздействия на образец переменного поля. Путем сравнения модельных значений $T_i$ и $S_i$ для трех рассматриваемых случаев можно качественно и количественно получить представление о закономерностях эффекта толщины во внешнем поле. Зависимость параметров $T_i(\omega_s=\omega_a,\omega_a,t_e)$ от характера звуковых колебаний в образце приведена на рис. 2. Видно, что максималь-

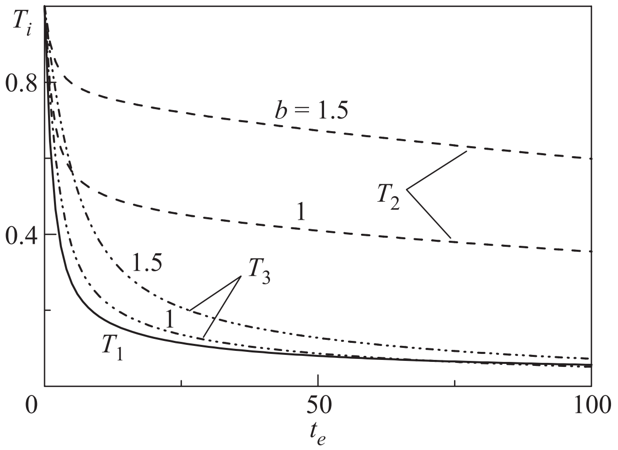


Рис. 2. Зависимость интеграла прохождения от эффективной толщины образца для разных значений интенсивности звука ($b = 1, 1.5$) при $\omega_s = \omega_a$, $\Omega = 10$, $\Gamma_s = \Gamma_a = 1$

ный выход мессбауэровского излучения за поглотитель имеет место в режиме синфазных колебаний ($i = 2$). Именно это явление (увеличение радиационного выхода за поглотитель) было подробно исследовано в работе [7]. Показано, что основным механизмом роста интенсивности излучения за поглотителем и формирования сателлитной структуры его спектра является когерентное усиление ядерно-резонансного рамановского рассеяния вперед. В данной работе с когерентным рамановским рассеянием вперед связывается также спектр поглощения толстых поглотителей, измеряемый традиционным способом (см. (5)). Тем самым обращается внимание на то, что эффект усиления рамановского рассеяния вперед вызывает качественное изменение не только спектра рассеяния вперед, но и спектра поглощения образца. Действительно, сравнение зависимостей $T_2(\omega_s)$ и $T_3(\omega_s)$ от скорости источника $\omega_s$ позволяет легко обнаружить качественное различие спектров поглощения в двух случаях, отличающихся характером (синфазные или хаотические) звуковых колебаний ядер в образце (рис. 3, см. также рис.8а в [7]). Имеется и количественное различие поглощения в этих двух случаях, $T_3(\omega_s)-T_2(\omega_s)$, резонансно зависящее от частоты $\omega_s$.

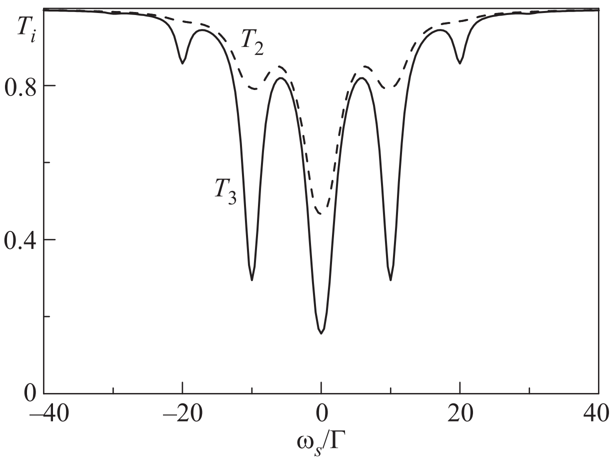


Рис. 3. Интеграл прохождения $T_i(\omega_s)$ для случаев $i = 2$ и 3 при $\Omega = 10$, $\Gamma_s = \Gamma_a = 1$, $b = 1$, $t_e = 20$

**4.** Рассмотрим теперь другой параметр насыщения – интегральное поглощение $S_i$. Выражение (6), полученое с использованием $F_1$, представляет собой двойной интеграл с бесконечными пределами. После интегрирования по $\omega_s$ он может быть переписан в виде однократного интеграла и представлен в аналитическом виде [11]:

$$S_1(t_e) = \int d\omega_s \left[1 - \int d\omega F_1(\omega,\omega_s,\omega_a,t_e)\right] =$$
$$= \iint d\omega d\omega_s f_{\rm lor}(\omega) \left\{1 - \exp\left[\frac{-t_e(\Gamma_a/2)^2}{\tilde\omega^2 + (\Gamma_a/2)^2}\right]\right\} =$$
$$= \int d\omega \left\{1 - \exp\left[\frac{-t_e(\Gamma_a/2)^2}{\tilde\omega^2 + (\Gamma_a/2)^2}\right]\right\} =$$
$$= \Gamma_a \pi \frac{t_e}{2} \exp(-t_e/2)[I_0(t_e/2) + I_1(t_e/2)], \qquad (7)$$

где $\tilde\omega = \omega - \omega_a$, а излучение источника дано нормированным лоренцианом $f_{\rm lor}(\omega) \equiv f_{\rm lor}(\omega,\omega_s,\Gamma_s)$. Как было показано в [12], особенностью мессбауэровского параметра $S_1(t_e)$ является его устойчивость по отношению к инструментальному уширению спектров.

Определим, как меняется интегральное поглощение (как параметр, представляющий эффект толщины) в режиме звуковых колебаний с некоррелированными фазами. Используя (3), для $S_3$ найдем

$$S_3(t_e) = \int d\omega_s \left[1 - \int d\omega F_3(\omega,\omega_s,\omega_a,t_e)\right] =$$
$$= \iint d\omega d\omega_s f_{\rm lor}(\omega) \times$$
$$\times \left\{1 - \exp\left[\sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{-t_e(\Gamma_a/2)^2 J_q^2(b)}{(\tilde\omega - q\Omega)^2 + (\Gamma_a/2)^2}\right]\right\} =$$
$$= \int d\omega \left\{1 - \exp\left[\sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{-t_e(\Gamma_a/2)^2 J_q^2(b)}{(\tilde\omega - q\Omega)^2 + (\Gamma_a/2)^2}\right]\right\}. \qquad (8)$$

Видно, что $S_3$ может быть получено из $S_1$ путем замены сечения поглощения в (7) на сечение поглощения, модулированное звуком. Формально (8) можно представить также как результат расщепления резонанса в (7), что согласно [11] приводит к замедлению (подавлению) эффекта насыщения. Следовательно, возбуждение колебаний ядер с хаотическим распределением фаз в поглотителе должно вызвать рост интегрального поглощения по отношению к его значению в отсутствие звука, который зависит от амплитуды колебаний $b$ (см. рис. 4). В связи с этим сошлемся также на работу [13], где подобный рост наблюдался экспериментально на борате железа в режиме воздействия на образец радиочастотным (РЧ) полем. Объяснение данного эффекта было основано на возникновении в спектре поглощения магнитострикционных сателлитов.

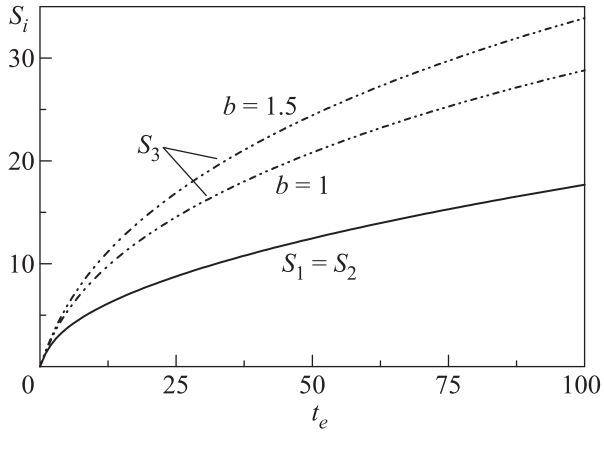


Рис. 4. Зависимость интегрального поглощения от эффективной толщины образца для случаев $i = 1, 2, 3$ при $\Omega = 10$, $\Gamma_s = \Gamma_a = 1$, $b = 1$

Рассмотрим теперь режим синфазных звуковых колебаний ядер образца. Здесь был получен неожиданный результат: $S_2 \equiv S_1$. Покажем, что это действительно так.

В случае $i = 2$ по аналогии с (8) двойной интеграл с бесконечными пределами (6) может быть переписан в виде однократного интеграла:

$$S_2(t_e) = \int d\omega \left\{ 1 - \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(b) J_{q+k}(b) \times \exp\left[ \frac{-it_e\Gamma_a/4}{\tilde{\omega} - (k+q)\Omega - i\Gamma_a/2} \right] \right|^2 \right\}. \quad (9)$$

Для доказательства тождества $S_2 \equiv S_1$ достаточно показать, что выражение (9) тождественно равно однократному интегралу в (7). Для этого перепишем выражение (9), вводя новые обозначения:

$$S_2(t_e) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \Bigg[ 1 - \sum_k \sum_q \sum_{q'} A_{k,q,q'}(b) \times E(q, t_e) E^*(q', t_e) \Bigg], \quad (10)$$

где $A_{k,q,q'}(b) = J_q(b) J_{k+q}(b) J_{q'}(b) J_{k+q'}(b)$, $E(q, t_e) = \exp\left[\frac{-it_e\Gamma_a/4}{\tilde{\omega} - (k+q)\Omega - i\Gamma_a/2}\right]$. Прибавляя и вычитая единицу из множителя $E(q, t_e)E^*(q', t_e)$, можно привести (10) к виду

$$S_2(t_e) = \sum_k \sum_q \sum_{q'} A_{k,q,q'}(b) \times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega [1 - E(q, t_e) E^*(q', t_e)]. \quad (11)$$

Преобразование (10) в (11) проведено с учетом выражений

$$1 - \sum_k \sum_q \sum_{q'} A_{k,q,q'}(b)[1 + E(q, t_e)E^*(q', t_e) - 1)] = \sum_k \sum_q \sum_{q'} A_{k,q,q'}(b)[1 - E(q, t_e)E^*(q', t_e)],$$

$$\sum_k \sum_q \sum_{q'} A_{k,q,q'} = \sum_k \sum_q \sum_{q'} J_q(b) J_{q+k}(b) J_{q'}(b) J_{q'+k}(b) = \sum_k \left[ \sum_q J_q(b) J_{q+k}(b) \right]^2 = 1$$

и теоремы сложения для функций Бесселя: $\sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(b) J_{q+k}(b) = \delta_{k,0}$.

Обозначим интеграл в (11) через $\sigma(q, q', t_e)$. Он не зависит от $k, q$ и $q'$ по отдельности, а зависит только от разности $q' - q$. Перепишем его, вводя новую переменную, $n = q' - q$:

$$\sigma(q, q', t_e) = \sigma(n, t_e) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega [1 - E(q, t_e) E^*(q+n, t_e)]. \quad (12)$$

Пользуясь определением (12), запишем (11) как

$$S_2(t_e) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma(n, t_e) C_n(b), \quad (13)$$

где

$$C_n(b) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(b) J_{k+q}(b) J_{k+q+n}(b) J_{q+n}(b). \quad (14)$$

Легко показать, что $C_n(b) = \delta_{n,0}$. В самом деле, выполним замену индексов в выражении (14), введя новую переменную суммирования, $q'' = k + q$ (так как суммирование по $k$ осуществляется в пределах $(-\infty, \infty)$):

$$C_n(b) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{q''=-\infty}^{\infty} J_q(b) J_{q+n}(b) J_{q''}(b) J_{q''+n}(b) = \left[ \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(b) J_{q+n}(b) \right]^2 = \delta_{n,0}. \quad (15)$$

Результат (15) позволяет переписать (13) как

$$S_2(t_e) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma(n, t_e) C_n(b) = \sigma(0, t_e). \quad (16)$$

Заметим далее, что

$$\sigma(0, t_e) \equiv S_1. \quad (17)$$

Это становится ясно, если мы запишем $\sigma(0, t_e)$ в явном виде:

$$\sigma(0, t_e) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left( 1 - \exp\left\{ \frac{-t_e(\Gamma_a/2)^2}{[\tilde{\omega} - (k+q)\Omega]^2 + (\Gamma_a/2)^2} \right\} \right), \quad (18)$$

что совпадает с интегральным представлением $S_1$ в (7). В результате, учитывая выражения (16) и (17), получаем требуемое тождество:

$$S_2\left(t_e\right)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sigma\left(n,t_e\right)\delta_{n,0}=\sigma\left(0,t_e\right)\equiv S_1\left(t_e\right). \quad (19)$$

**5.** Полученный результат, $S_2 \equiv S_1$, на первый взгляд нарушает отмеченную выше закономерность – рост интегрального поглощения образца во внешнем переменном поле. Причина этого "нарушения" связана с когерентным усилением рамановского рассеяния вперед в условиях возбуждения в поглотителе синфазных колебаний. Действительно, именно для синфазных колебаний ($i=2$) интеграл прохождения имеет максимальное значение (см. рис. 2). В интенсивность излучения за поглотителем в этом случае входит также интенсивность когерентного рамановского рассеяния вперед, которая при нарушении условий когерентного рассеяния была бы потеряна на поглотителе (см. $i=3$).

Таким образом, в случае систем, подверженных влиянию акустических полей, интегральное мессбауэровское поглощение может служить своего рода индикатором особенностей процессов, индуцированных внешним возмущением. Оно способно содержать информацию о степени корреляции фаз возбуждаемых извне колебаний ядер, как и структура спектров РВ $F_2(\omega,\omega_s,\omega_a,t_e)$. Эта информация является дополнительной к обычно извлекаемой из традиционных экспериментов по поглощению в переменных полях. Следует заметить, что такая не свойственная для метода мессбауэровского поглощения возможность в данном случае объясняется появлением дифракционного механизма распространения излучения в поглотителе конечной толщины.

Суть закона сохранения $S_2 \equiv S_1$ может быть выражена в следующих представлениях эффекта толщины. Насыщение мессбауэровского поглощения образца во внешнем поле существенным образом определяется характером процессов (колебаний), индуцируемых на ядрах извне. Когда эти колебания не согласованы по фазе, имеет место рост интегрального поглощения в образце по причине частотной модуляции спектра поглощения и вызванного этим уменьшения эффекта насыщения ($S_3 > S_1$). Если внешнее поле индуцирует на ядрах образца синфазные колебания, возникают условия когерентного усиления рамановского рассеяния мессбауэровских квантов вперед. Это приводит к росту интенсивности прошедшего через поглотитель излучения. В таком случае должно произойти уменьшение интегрального поглощения, измеряемого стандартным методом, по отношению к его значению в режиме хаотических колебаний ($S_2 < S_3$). Полученный выше результат, $S_2 \equiv S_1$, определяет минимальное значение интегрального поглощения при синфазных колебаниях, не зависящее от $b$ и равное значению этого параметра в отсутствие звука. Оказывается, возбуждение синфазных колебаний ядер в образце оставляет площадь под его спектром поглощения неизменной.

**6.** В мессбауэровской спектроскопии известен закон сохранения площади под спектром поглощения тонкого образца при возбуждении в нем когерентного звука. Формально этот закон является следствием постоянства площади сечения поглощения при его акустической модуляции и основан на соотношении $\sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q^2(b)=1$, не зависящем от амплитуды колебаний $b$. По определению, в данном случае отсутствует эффект толщины. В настоящей работе теоретически показано постоянство площади под мессбауэровским спектром (интегрального поглощения) для образца произвольной толщины при возбуждении в нем синфазных звуковых колебаний. Тем самым продемонстрирована независимость площади под спектром поглощения образца от амплитуды возбуждаемых в нем синфазных колебаний. Здесь, в отличие от случая тонкого поглотителя, принят во внимание эффект толщины (насыщения) образца.

Строго говоря, закон сохранения интегрального поглощения справедлив в предположении однородности поглотителя по амплитуде и фазе возбуждаемых колебаний. Именно в этом предположении получено в [7] выражение (2) для $F_2(\omega,\omega_s,\omega_a,t_e)$. В то же время этот закон может оказаться применимым для описания экспериментов, выполненных в условиях высокой степени коллимации излучения источника. В таких экспериментах условие синфазности колебаний в достаточно большом объеме образца может оказаться совместимым с распределением Релея амплитуд колебаний в нем (подробнее см. [7]).

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (гранты # 11-02-00896а и 14-02-01078а).


1. G. V. Smirnov, Hyp. Int. **123/124**, 31 (1999).
2. Yu. Kagan, Hyp. Int. **123, 124**, 83 (1999).
3. J. Asher, T. E. Cranshaw, and L. A. O'Connor, J. Phys. A: Math. Nucl. Gen. **7**(3), 410 (1974).
4. L. T. Tsankov, J. Phys. A: Math. Gen. **13**, 2959 (1980).
5. L. T. Tsankov, J. Phys. A: Math. Gen. **13**, 2969 (1980).
6. L. T. Tsankov, J. Phys. A: Math. Gen. **14**, 275 (1981).
7. Yu. V. Shvydko and G. V. Smirnov, J. Phys.: Cond. Matt. **4**, 2663 (1992).

8. Э. К. Садыков, А. Я. Дзюблик, Г. И. Петров, В. В. Аринин, В. Ю. Спивак, Письма в ЖЭТФ **92**, 279 (2010).
9. S. Margulies and I. Ehrman, Nucl. Instr. and Meth. **12**, 131 (1961).
10. G. A. Bykov and Ph. Z. Hien, JETP Lett. **16**, 646 (1963).
11. J. M. Williams and J. S. Brooks, Nucl. Instrum. and Meth. **128**, 363 (1975).
12. R. M. Housley, N. E. Erickson, and J. G. Dash, Nucl. Instr. and Meth. **27**, 29 (1964).
13. F. G. Vagizov, R. A. Manapov, E. K. Sadykov, V. V. Lyubimov, and O. A. Kocharovskaya, Hyp. Int. **188**, 143 (2009).