Письма в ЖЭТФ, том 99, вып. 4, с. 258 – 262 © 2014 г. 25 февраля

Осцилляции намагниченности в графене в скрещенных магнитном и электрическом полях

З. З. Алисултанов[1)]

Институт общей физики им. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

Институт физики им. Амирханова ДНЦ РАН, 367003 Махачкала, Россия

Дагестанский государственный университет, 367000 Махачкала, Россия

Поступила в редакцию 31 января 2014 г.

Из-за неквадратичности спектра уровни Ландау в графене, помещенном в скрещенные магнитное и электрическое поля, должны зависеть от электрического поля. В работе исследованы осцилляции намагниченности в щелевом и бесщелевом графене, помещенном в скрещенные электрическое и квантующее магнитное поля. Рассмотрено влияние на осцилляции кулоновского взаимодействия.

DOI: 10.7868/S0370274X14040122

Благодаря линейному спектру носителей (безмассовые дираковские фермионы), обусловленному симметрией кристаллической решетки [1] и устойчивому относительно кулоновского взаимодействия [2], графен проявляет весьма интересные электронные, термоэлектронные и магнитные свойства [3, 4]. В нем наблюдается клейновское туннелирование [5], хорошо известное из квантовой электродинамики. Расстояние между уровнями Ландау (УЛ), являющимися, в отличие от недираковских материалов, неэквидистантными, оказывается аномально большим (разность между двумя первыми УЛ в магнитном поле 10 T составляет более 1000 K). Это приводит к гигантским магнитооптическим [6, 7] и термомагнитным [8] эффектам. Очевидно, что из-за неквадратичности спектра электроны графена должны необычно вести себя и в скрещенных магнитном и электрическом полях. Действительно, еще Лифшицем и Кагановым было показано [9, 10], что в случае неквадратичной зависимости энергии электрона от импульса циклотронная частота электронов в магнитном поле зависит от приложенного электрического поля. Это связано с тем, что только для квадратичного спектра циклотронная масса носителей не зависит от энергии. Для случая графена зависимость УЛ от электрического поля дает дополнительную возможность управления магнетотранспортом в нем. Следует подчеркнуть, что подобная зависимость исчезает при квадратичном законе дисперсии. В этом смысле данный эффект является еще одним уникальным свойством графена. В настоящей работе рассмотрены осцилляции намагниченности щелевого и бесщелевого графена, помещенного в скрещенные электрическое и квантующее магнитное поля. Исследование магнитных осцилляций дает важную информацию об энергетическом спектре и является одной из важнейших задач физики конденсированного состояния.

Уровни Ландау в бесщелевом монослое графена, помещенном в скрещенные поля, рассматривались в работе [11]. К сожалению, авторы [11] не ссылаются на пионерские работы Лифшица и Каганова [9, 10]. В отличие от [11] мы будем, следуя Лифшицу и Каганову, а также недавней нашей работе [12], использовать квазиклассический подход, основанный на применении обобщенных условий квантования Лифшица–Онсагера [13, 14]. Для двумерной системы (мы считаем, что электронный газ находится в плоскости (XY), а магнитное поле направлено вдоль оси Z) можно записать в виде

$$A(\varepsilon^*) = \frac{2\pi\hbar eH}{c}(n+\gamma), \tag{1}$$

где $A(\varepsilon^*)$ – площадь сечения поверхности $\varepsilon^*(\mathbf{p}) \equiv \equiv (\mathbf{p}) - \mathbf{v}_0\mathbf{p} = \varepsilon$, $\mathbf{v}_0 = c[\mathbf{EH}]/H^2$ – средняя скорость дрейфа электрона перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы электрического и магнитного полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$, $\gamma_\sigma = \gamma + 1/2[m(\mu)/m]\sigma$ с $\sigma = \pm 1$, $m(\varepsilon) = = (2\pi)^{-1} dA/d\varepsilon$ – циклотронная масса, γ – постоянная, которая в случае квадратичного спектра равна $1/2$ (в случае графена $\gamma = 0$), m – масса электрона, μ – химический потенциал. В настоящей работе мы пренебрегаем зеемановским расщеплением уровней, т.е. считаем, что $m(\mu)/m = 0$. Такое обобщение связано с тем, что в скрещенных полях сохраняется не энергия, а величина $\varepsilon^*(\mathbf{p})$. В нашем случае $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$,

[1)]e-mail: zaur0102@gmail.com

а $\mathbf{v}_0 = cE\mathbf{e}_y/H$, где $\mathbf{e}_y$ – единичный вектор вдоль оси Y. Тогда $\varepsilon^*(\mathbf{p}) \equiv \varepsilon(\mathbf{p}) - v_0 p_y$. Учитывая, что для графена вблизи точки Дирака $\varepsilon(\mathbf{p}) = \nu_b v_\mathrm{F}|\mathbf{p}|$, где $v_\mathrm{F} \approx 10^8$ см/с, $\nu_b = \pm 1$ – зонный (*band*) индекс, нетрудно показать, что кривая $\varepsilon^* = \mathrm{const}$ есть эллипс с параметрами $a = \varepsilon/\sqrt{v_\mathrm{F} - v_0^2}$ и $B = \varepsilon v_\mathrm{F}/(v_\mathrm{F}^2 - v_0^2)$. Тогда $A(\varepsilon) = \pi ab = \pi\varepsilon^2 v_\mathrm{F}/(v_\mathrm{F}^2 - v_0^2)^{3/2}$. Для УЛ имеем

$$\varepsilon_n = \mathrm{sgn}(n)(1-\beta^2)^{3/4}\sqrt{2}\hbar v_\mathrm{F} l_H^{-1}\sqrt{|n|}, \tag{2}$$

где $\beta = v_0/v_\mathrm{F}$. На самом деле, электрон в скрещенных полях дрейфует вдоль оси, перпендикулярной плоскости, в которой лежат вектора $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$. Это означает, что в спектре должна быть непрерывная часть, равная, очевидно, $v_0 p_y$ [12], т.е.

$$\varepsilon_{n,p_y} = \mathrm{sgn}(n)(1-\beta^2)^{3/4}\sqrt{2}\hbar v_\mathrm{F} l_H^{-1}\sqrt{|n|} + v_0 p_y. \tag{3}$$

Нарушение эквивалентности подрешеток графена приводит к открытию запрещенной щели в спектре. Гамильтониан щелевого графена дает следующее выражение для энергетического спектра: $\varepsilon(\mathbf{k}) = \nu_b\sqrt{v_\mathrm{F}^2\hbar^2 k^2 + \Delta^2}$, где Δ – ширина запрещенной щели. В случае щелевого графена в скрещенных полях траектория электрона в импульсном пространстве есть эллипс с параметрами $a = v_\mathrm{F}^{-1}\sqrt{\varepsilon^2 v_\mathrm{F}^2/(v_\mathrm{F}^2 - v_0^2) - \Delta^2}$, $b = (v_\mathrm{F}^{-1} - v_0^2)^{-1/2}\sqrt{\varepsilon^2 v_\mathrm{F}^2/(v_\mathrm{F}^2 - v_0^2) - \Delta^2}$, а $A(\varepsilon) = \pi v_\mathrm{F}^{-1}(v_\mathrm{F}^2 - v_0^2)^{-1/2}[\varepsilon^2 v_\mathrm{F}^2/(v_\mathrm{F}^2 - v_0^2) - \Delta^2]$. Тогда для спектра имеем

$$\varepsilon_{n,p_y} = \mathrm{sgn}(n)\frac{\sqrt{2}\hbar v_\mathrm{F}(1-\beta^2)^{3/4}}{l_H} \times$$
$$\times \sqrt{|n| + \frac{l_H^2\Delta^2}{2\hbar^2 v_\mathrm{F}(1-\beta^2)^{1/2}}} + v_0 p_y. \tag{4}$$

Выражения (3) и (4) полностью совпадают с выражениями, которые получаются с помощью микроскопического подхода. Это говорит об эффективности в данном случае квазиклассического подхода.

Получим выражение для термодинамического потенциала. Термодинамический потенциал графена в скрещенных полях определяется как

$$\Omega = -k_\mathrm{B}T\frac{L_y}{\pi\hbar}\int_0^{p_{y\,\max}} dp_y \sum_n \ln\left(1 + \exp\frac{\mu - \varepsilon_{n,p_y}}{k_\mathrm{B}T}\right), \tag{5}$$

где T – температура, L_y – размер графена вдоль направления y. Здесь мы рассматриваем случай электронного допирования, т.е. $\mu > 0$. Интегрирование по p_y проводится в промежутке $(0, p_{y\,\max})$, а не $(-p_{y\,\max}, p_{y\,\max})$, т.к. направление дрейфа не является произвольным, а задано внешними полями. Величина $p_{y\,\max}$ определяется из условия вырожденности уровней Ландау. Используя результат микроскопического подхода [11], имеем

$$0 < \Delta x = \frac{c}{eH}\Delta p_y < L_x.$$

Отсюда $\Delta p_{y\,\max} = eHL_x/c$. Тогда при отсутствии электрического поля, т.е. при $v_0 \to 0$, получаем обычное выражение для термодинамического потенциала двумерной системы в магнитном поле:

$$\Omega = -\frac{k_\mathrm{B}TeHL_xL_y}{\pi\hbar c}\sum_n \ln\left(1 + \exp\frac{\mu - \varepsilon_n}{k_\mathrm{B}T}\right).$$

Используя формулу Пуассона для суммирования:

$$\sum_{n=0}^{\infty} F(n) = \int_a^{\infty} F(x)dx + 2\mathrm{Re}\sum_{k=1}^{\infty}\int_a^{\infty} F(x)e^{i\cdot 2\pi kx}dx, \tag{6}$$

где $-1 < a < 0$, находим

$$\Omega = -\frac{k_\mathrm{B}TL_y}{\pi\hbar}\times$$
$$\times\left[\int_a^{\infty}\int_0^{eHL_x/c} dp_y \ln\left(1 + \exp\frac{\mu - \varepsilon_n - v_0p_y}{k_\mathrm{B}T}\right)dn + \right.$$
$$+ 2\mathrm{Re}\sum_{k=1}\infty\int_a^{\infty}\int_0^{eHL_x/c} dp_y \times$$
$$\left.\times \ln\left(1 + \exp\frac{\mu - \varepsilon_n - v_0p_y}{k_\mathrm{B}T}\right)E^{i\cdot 2\pi kn}dn\right] =$$
$$= \Omega_1 - \frac{2k_\mathrm{B}TL_y}{\pi\hbar}\sum_{k=1}^{\infty} I_k. \tag{7}$$

Выберем константу a так, чтобы выполнялось равенство $\varepsilon_{n=a} = 0$. Нас интересует лишь осциллирующая часть термодинамического потенциала. В связи с этим отбросим Ω_1. Проводя интегрирование по частям, легко показать, что

$$I_k = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{i\cdot 2\pi k}\frac{1}{k_\mathrm{B}T}\times\right.$$
$$\left.\times\int_0^{\infty}\int_0^{eHL_x/c}\frac{d\varepsilon_n}{\exp[(\varepsilon_n + v_0p_y - \mu)/k_\mathrm{B}T] + 1}dp_y e^{i\cdot 2\pi kn}\right\}. \tag{8}$$

Интегрируя по p_y и используя условия квантования Лифшица–Онсагера, имеем

$$I_k =$$
$$= \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{i\cdot 2\pi k v_0}\int_0^{\infty} d\varepsilon_n \exp\left[i\cdot 2\pi k\left(\frac{c}{2\pi\hbar eH}A(\varepsilon_n) - \gamma\right)\right]\times\right.$$

$$\times \ln \frac{\exp[(\mu-\varepsilon_n)/k_\mathrm{B}T]+1}{\exp[(\mu-\varepsilon_n-eEL_x)/k_\mathrm{B}T]+1}\Bigg\}. \qquad (9)$$

Для магнитных осцилляций важны энергии $\varepsilon \sim \mu$. Разложим функцию $A(\varepsilon)$ вблизи μ: $A(\varepsilon) \approx A(\mu) + 2\pi m(\mu)(\varepsilon-\mu)$. Подставляя ее в (9) и интегрируя, окончательно находим следующее выражение (мы считаем, что $\mu \gg eEL_x$):

$$\Omega_\mathrm{osc} \approx \frac{k_\mathrm{B}TL_y\omega_c}{2\pi^2 v_0}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}\times$$

$$\times\frac{\sin(kA/\hbar\omega_c m)-\sin[k(A-2\pi meEL_x)/\hbar\omega_c m]}{\sinh[2\pi^2 k k_\mathrm{B}T/\hbar\omega_c]}, \qquad (10)$$

где $\omega_c = eH/mc$. При получении этого выражения мы использовали условие $\mu \gg k_\mathrm{B}T$ и положили $\gamma = 0$. Нетрудно также показать, что

$$\Omega_1 = \frac{k_\mathrm{B}TL_y}{2\pi^2\hbar^2 eE}\int\limits_0^{\infty}\ln\frac{1+\exp[(\mu-\varepsilon-eEL_x)/k_\mathrm{B}T]}{1+\exp[(\mu-\varepsilon)/k_\mathrm{B}T]}A(\varepsilon)d\varepsilon. \qquad (11)$$

При отсутствии электрического поля приходим к выражениям [15]

$$\Omega_\mathrm{osc}(E=0) = \frac{m(\mu,E=0)\omega_c k_\mathrm{B}TS}{\pi\hbar}\times$$

$$\times\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}\frac{\cos[kA(\mu,E=0)c/\hbar eH]}{\sinh[k\cdot 2\pi^2 k_\mathrm{B}T/\hbar\omega_c]},$$

$$\Omega_1(E=0) = -\frac{S}{2\pi^2\hbar^2}\int\limits_0^{\infty}\frac{A(\varepsilon)d\varepsilon}{\exp[(\varepsilon-\mu)/k_\mathrm{B}T]+1}.$$

Используя условие сохранения числа электронов:

$$N = -\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\mu}\right)_{H,T} = \mathrm{const}, \qquad (12)$$

получаем зависимость химического потенциала от магнитного поля и температуры при заданной концентрации электронов. При низких температурах, $2\pi^2 k_\mathrm{B}T \ll \hbar\omega_c$, можно использовать разложение $xk/\sinh xk \approx 1 - x^2k^2/6$. Поэтому при нулевой температуре имеем

$$\Omega_\mathrm{osc}(T=0) = \frac{L_y\hbar\omega_c^2}{4\pi^4 v_0}\times$$

$$\times\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin(kA/\hbar\omega_c m)-\sin[k(A-2\pi meEL_x)/\hbar\omega_c m]}{k^3}, \qquad (13)$$

$$\Omega_1(T=0) = \frac{L_y}{2\pi^2\hbar^2 eE}\times$$

$$\times\left[\int\limits_0^{\mu-eEL_x}(\mu-eEL_x-\varepsilon)A(\varepsilon)d\varepsilon - \int\limits_0^{\mu}(\mu-\varepsilon)A(\varepsilon)d\varepsilon\right].$$

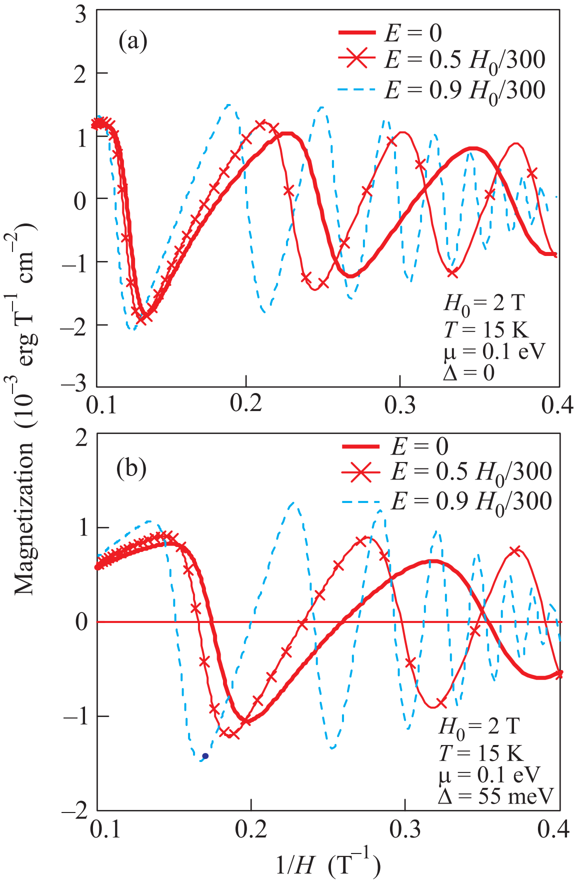

Рис. 1. Осцилляции намагниченности бесщелевого (a) и щелевого (b) графена при отсутствии и наличии продольного электрического поля

На рис. 1 приведены зависимости намагниченности $M = -S^{-1}\partial\Omega/\partial H$ щелевого и бесщелевого графена от магнитного поля при наличии и отсутствии продольного электрического поля. При построении кривых мы использовали для электрического поля такие значения, чтобы выполнялись условия $v_0 < v_\mathrm{F}$ и $\mu \gg eEL_x$. Из рисунка видно, что период осцилляций зависит от электрического поля. Дело в том, что от электрического поля зависит разность между уровнями Ландау в графене. Последнее, как хорошо известно, определяет период осцилляций. Кроме того, период осцилляций при наличии электрического поля зависит от магнитного поля. Это связано с тем, что от магнитного поля в случае графена зависит величина $A(\mu)$. Все указанные зависимости, как легко показать, исчезают для систем с квадратичным спектром. Таким образом, мы имеем еще одну уникальную особенность графена.

Вообще говоря, линейный характер закона дисперсии справедлив, в одноэлектронном приближении, когда не учитывается межэлектронное взаимодействие. Между тем его учет приводит к перенормировке скорости Ферми, причем последняя начинает зависеть от энергии. Это было подтверждено в эксперименте [16] (подчеркнем, что есть и альтернативное объяснение данного эксперимента [17]). Перенормировка скорости для трехмерного случая была исследована в [18], а для графена – в работах [2, 19]. В [20] изучалось влияние кулоновского взаимодействия на термодинамические параметры. Перенормированный электронный спектр графена имеет вид

$$\varepsilon(p) = \nu_b v_{\mathrm{F}} p (1 + g \ln p_0/p), \tag{14}$$

где $g = e^2/8\pi\hbar v_{\mathrm{F}}\kappa$, κ – диэлектрическая проницаемость (подложка + собственное экранирование графена), $p_0 \approx 5 \cdot 10^{-20}$ эрг·с/см. Нетрудно убедиться в том, что в первом приближении по малому параметру g траектория электрона в импульсном пространстве есть эллипс с параметрами $a = \varepsilon[1 - g\ln(v_{\mathrm{F}} p_0/\varepsilon)]/\sqrt{v_{\mathrm{F}}^2 - v_0^2}$ и $b = \varepsilon[1 - g\ln(v_{\mathrm{F}} p_0/\varepsilon)]/v_{\mathrm{F}}/(v_{\mathrm{F}}^2 - v_0^2)$. Тогда из (6) получаем выражение для УЛ:

$$\varepsilon_{n.p_y} = \varepsilon_n + v_0 p_y,$$

$$\varepsilon_n[1 - g\ln(v_{\mathrm{F}} p_0/\varepsilon_n)] = \sqrt{2}\hbar v_{\mathrm{F}}(1-\beta^2)^{3/4} l_H^{3/4}\sqrt{n}. \tag{15}$$

На рис. 2 приведены осцилляции магнитного момента с учетом и без учета кулоновского взаимодействия. Видно, что кулоновское взаимодействие влияет на характер осцилляций. Из рисунка можно заключить, что период осцилляций увеличивается при включении межэлектронного взаимодействия. Это можно объяснить тем, что, как показано в работе [12], при учете кулоновского взаимодействия увеличиваются энергия уровней Ландау и расстояние между ними.

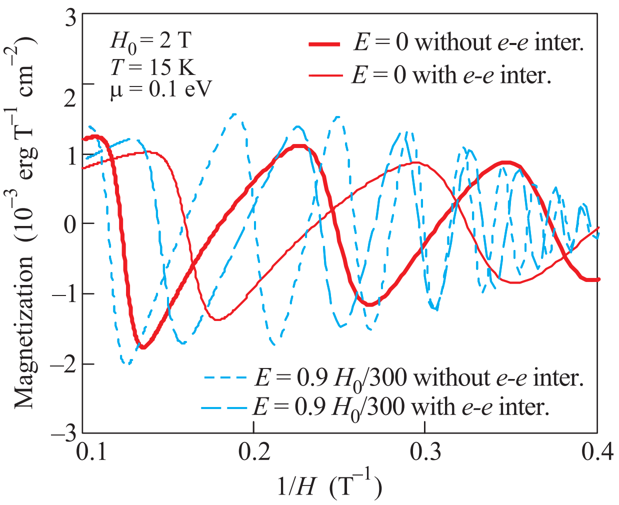

Рис. 2. Осцилляции намагниченности в графене в скрещенных полях с учетом и без учета кулоновского взаимодействия

В случае $E > H/300$ (отметим, что в любом случае должно выполняться условие $E/H \ll 1$, необходимое для использования формул нерелятивистской механики, в частности формулы для v_0) движение электронов инфинитно, а значит, в системе отсутствует квантование энергии, т.е. уже нельзя говорить об УЛ. При $E > H/300$ процессы, связанные с электрическим полем, являются доминирующими и правильнее говорить о влиянии на них магнитного поля. Эта ситуация качественно проанализирована в работе [21], к которой мы отсылаем читателя для получения более подробной информации.

Исследованные в данной работе вопросы оказываются фундаментальными для многих явлений, связанных с уровнями Ландау. Среди них следует отметить эффект Холла, эффект Нернста–Эттингсгаузена, магнетооптические эффекты Керра и Фарадея и т.д. В скрещенных полях возникает дополнительная возможность управления этими эффектами. Кроме того, следует отметить, что, например, при теоретическом рассмотрении эффектов Холла и Нернста–Эттингсгаузена вовсе не учитывается зависимость уровней Ландау от электрического поля, хотя здесь как раз и реализуется режим скрещенных полей. Все перечисленные вопросы чрезвычайно интересны и требуют отдельного рассмотрения.

Автор благодарит А.А. Варламова и И.А. Лукьянчука за интересное обсуждение некоторых аспектов работы.

---

1. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos, and A. A. Firsov, Nature **438**, 197 (2005).
2. E. G. Mishchenko, Phys. Rev. Lett. **98**, 216801 (2007).
3. M. I. Katsnelson, *Graphene: Carbon in Two Dimensions*, Cambridge University Press, N.Y. (2012), 366 p.
4. З. З. Алисултанов, Письма в ЖЭТФ **98**, 121 (2013).
5. M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, Nature Phys. **2**, 620 (2006).
6. Л. А. Фальковский, ЖЭТФ **142**, 1309 (2012); УФН **182**(11), 1223 (2012).
7. L. A. Falkovsky, Pis'ma v ZhETF **97**(7), 496 (2013).
8. I. A. Luk'yanchuk, A. A. Varlamov, and A. V. Kavokin, Phys. Rev. Lett. **107**, 016601 (2011).
9. И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, УФН **69**, 419 (1959).

10. И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. И. Каганов, *Электронная теория металлов*, Наука, М. (1971).
11. V. Lukose, R. Shankar, and G. Baskaran, Phys. Rev. Lett. **98**, 116802 (2007).
12. Z. Z. Alisultanov, Physica B **438**, 41 (2014).
13. И. М. Лифшиц, А. М. Косевич, ЖЭТФ **29**, 730 (1955).
14. L. Onsager, Phil. Mag. **43**, 1006 (1952).
15. I. A. Luk'yanchuk and Y. Kopelevich, Phys. Rev. Lett. **93**, 166402 (2004).
16. D. C. Elias, R. V. Gorbachev, A. S. Mayorov, S. V. Morozov, A. A. Zhukov, P. Blake, L. A. Ponomarenko, I. V. Grigorieva, K. S. Novoselov, F. Guinea, and A. K. Geim, Nature Phys. **7**, 701 (2011).
17. Ю. В. Скрипник, В. М. Локтев, Письма ЖЭТФ **94**, 605 (2011).
18. A. A. Abrikosov and S. D. Beneslavsky, JETP **32**, 699 (1971).
19. J. Gonzalez, F. Guinea, and M. A. H. Vozmediano, Nucl. Phys. B **424**, 595 (1994); Phys. Rev. B **59**, 2474 (1999).
20. L. A. Falkovsky, Письма в ЖЭТФ **98**, 183 (2013).
21. А. Г. Аронов, Г. Е. Пикус, ЖЭТФ **51**, 505 (1966).