Письма в ЖЭТФ, том 99, вып. 6, с. 395 – 397 © 2014 г. 25 марта

Бесстолкновительное внутризонное поглощение в системе одномерных дираковских безмассовых электронов

А. В. Чаплик[1)]

Институт физики полупроводников им. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 4 февраля 2014 г.

После переработки 13 февраля 2014 г.

Показано, что в одномерной системе частиц с линейным спектром обусловленное затуханием Ландау поглощение модулированного высокочастотного электрического поля отсутствует вплоть до импульса поля, равного фермиевскому импульсу частиц. Это качественно отличает такую систему от частиц с параболической дисперсией, где упомянутое затухание присутствует при любом периоде модуляции падающей волны.

DOI: 10.7868/S0370274X14060083

В последнее время интерес к одномерным проводникам с линейным спектром носителей заряда усилился в связи с открытием и исследованием топологических изоляторов. Взаимодействие таких систем с высокочастотным электрическим полем отличается существенной спецификой. Если поле падающей волны пространственно однородно, то его поглощение (друдевское) возможно лишь при рассеянии электронов на примесях, фононах, границах образца и т.п. Наиболее интересным отличием безмассовых дираковских электронов от частиц с параболической дисперсией в этом случае является независимость друдевской проводимости (а также плазменной частоты) от концентрации частиц [1, 2]. Последнее следует из того, что, как показывают вычисления, переход от параболической ($E = p^2/2m$) к линейной ($E = pv_0$) дисперсии осуществляется формальной заменой эффективной массы m на величину $p_{\rm F}/v_0$, где $p_{\rm F}$ – фермиевский импульс, v_0 – характерная для материала скорость в линейном законе дисперсии. Поскольку в одномерной системе $p_{\rm F} \propto N_L$ (где N_L – линейная плотность частиц), зависимость от концентрации в отношении N_L/m сокращается.

В настоящем сообщении будет показано, что еще более существенное качественное различие в свойствах одномерной плазмы при линейном и параболическом законах дисперсии имеется в характеристиках бесстолкновительного поглощения неоднородного (модулированного) высокочастотного (ВЧ) электрического поля. Такие поля, взаимодействующие с электронной плазмой, возникают либо в структурах с модулированной прозрачностью (система электродов на поверхности, *grating structure*), либо при возбуждении плазмы акустической волной (обычно при наличии пьезоэлектрической связи).

Напомним, что в 2D- и 3D-системах имеется две возможности для поглощения модулированного ВЧ электрического поля: 1) возбуждение плазмонов; 2) ускорение частиц плазмы по механизму затухания Ландау. В области $\hbar k \ll p_{\rm F}$ задачу можно решать квазиклассически с помощью кинетического уравнения Больцмана. Квантовые поправки становятся существенными лишь в узком интервале вблизи границы области $\omega < kv_{\rm F}$, внутри которой затухание Ландау отлично от нуля. В результате полное поглощение состоит из плазмонного пика при $\omega = \omega_p(k)$ (где $\omega_p(k)$ – плазменная частота, соответствующая импульсу $k = 2\pi/l$, l – период модулирующей структуры) и широкого крыла при $\omega < kv_{\rm F}$ (см. [3]).

Затухание Ландау всегда пропорционально df/du, где $f(u)$ – функция распределения частиц по проекциям скоростей на направление вектора $\mathbf{k}$. Для вырожденного газа в одномерном случае эта производная дает δ-функцию с пиком как раз на фермиевской скорости $v_{\rm F}$. Поэтому все поглощение сосредоточено вблизи $\omega = kv_{\rm F}$ и квантовые поправки становятся существенными. Для их вычисления следует вместо уравнения Больцмана воспользоваться формализмом матрицы плотности в теории линейного отклика [4]. Переменная часть концентрации 1D-газа, возмущаемого полем $E_0 \exp(ikz - i\omega t)$, дается выражением

1) e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

$$\tilde{N}_L = \frac{ieE_{\rm tot}}{\pi\hbar k} \times \\ \times \int dp \frac{n(p+\hbar k/2) - n(p-\hbar k/2)}{\hbar(\omega+i\delta) - E(p+\hbar k/2) + E(p-\hbar k/2)}, \quad (1)$$

где n – фермиевские числа заполнения, $E_{\rm tot}$ – амплитуда действующего (т.е. перенормированного экранированием) поля. Это поле состоит из внешнего ($E_{\rm ext}$) и индуцированного ($E_{\rm ind}$) полей. Последнее получается из решения уравнения Пуассона, где в правой части стоит плотность заряда $e\tilde{N}_L\delta(x)\delta(y)$ (1D-проводник расположен вдоль оси z):

$$E_{\rm ind} = -\frac{2ike}{\varepsilon}\tilde{N}_L K_0(ka). \quad (2)$$

Здесь ε – фоновая диэлектрическая проницаемость, $K_0(x)$ – функция Макдональда, a – длина обрезания (эффективный радиус одномерного проводника). Рассмотрим сначала случай параболической дисперсии, когда $E(p+\hbar k/2) - E(p-\hbar k/2) = \hbar kv$, $v = p/m$. Из (1) и (2) при $T=0$ получаем

$$E_{\rm tot} = E_{\rm ext}\left[1 - \frac{2me^2}{\pi\varepsilon k\hbar^2}K_0(ka)L(\omega,k)\right], \quad (3)$$

$$L(\omega,k) = \ln\left[\frac{(\omega+i\delta)^2 - (kv_{\rm F} - \hbar k^2/2m)^2}{(\omega+i\delta)^2 - (kv_{\rm F} + \hbar k^2/2m)^2}\right]. \quad (4)$$

Поглощенная мощность на единицу длины ($W = \frac{1}{2}{\rm Re}(jE^*_{\rm ext})$, где j – одномерный ток, выраженный из уравнения непрерывности через $\tilde{N}_L$), дается выражением

$$W = \frac{\varepsilon\omega}{2k^2}{\rm Re}\frac{iL(\omega,k)}{\pi ka^* - 2K_0(ka)L(\omega,k)}|E_{\rm ext}|^2, \quad (5)$$

где a^* – эффективный боровский радиус. Разложение в (1) под интегралом по малым k дает $\partial n/\partial p$ в числителе, что отвечает квазиклассическому пределу $\hbar k \ll mv_{\rm F}$. Ему соответствует известный закон дисперсии одномерного плазмона $\omega^2 \propto k^2|\ln(ka)|$ в области $\omega \gg kv_{\rm F}$. В общем случае немалых k для плазменной частоты (полюс выражения в правой части (5)) имеем

$$\omega_p^2 = \frac{\hbar v_{\rm F}k^3}{m}\coth\left[\frac{\pi ka^*}{4K_0(ka)}\right] + (kv_{\rm F})^2 + \left(\frac{\hbar k^2}{2m}\right)^2. \quad (6)$$

При $k \to 0$ постоянная Планка в первом члене (6) сокращается ($v_{\rm F} = p_{\rm F}/m \propto \hbar N_L/m$), так что квантовая поправка дается третьим слагаемым. Если же $ka^* \gg 1$, то $\omega \to kv_{\rm F} + \hbar k^2/2m$, т.е. частота больше нульзвукового предела $kv_{\rm F}$ именно на квантовую поправку. Таким образом, положение плазмонного пика поглощения при заданном k определяется частотой из формулы (6).

Второй вклад в поглощение возникает от мнимой части логарифма $L(\omega,k)$, которая отлична от нуля в интервале $kv_{\rm F} - \Delta(k) < \omega < kv_{\rm F} + \Delta(k)$, где $\Delta(k) = \hbar k^2/2m$. В этой области получается

$$W = \frac{\varepsilon\omega|E_{\rm ext}|^2}{2a^*k^3}\left\{\left[1 - \frac{2K_0(ka){\rm Re}\,\Lambda}{\pi ka^*}\right]^2 + \frac{4K_0^2(ka)}{(ka^*)^2}\right\}^{-1}. \quad (7)$$

В наиболее реалистичном для эксперимента случае $\hbar k \ll mv_{\rm F}$, а также для $ka^* \ll 1$ поглощение описывается выражением

$$W(k) = \frac{\varepsilon v_{\rm F}a^*}{8K_0^2(ka)}\left[1 + \frac{1}{\pi^2}\ln^2\left|\frac{\omega - kv_{\rm F} - \Delta(k)}{\omega - kv_F + \Delta(k)}\right|\right] \times \\ \times \theta(\Delta - \hbar|\omega - kv_{\rm F}|), \quad (8)$$

где θ – ступенчатая функция Хевисайда. Таким образом, поглощение Ландау как функция частоты при заданном k имеет вид барьера шириной $\hbar k^2/2m$, центрированного при $\omega = kv_{\rm F}$. При этом формально (из вывода) ограничения на величину импульса k отсутствуют. Этот пик поглощения конечной ширины $\hbar k^2/2m$ заменяет классический результат $\delta(\omega - kv_{\rm F})$, следующий из кинетического уравнения Больцмана (в одномерной системе $df/du \propto \delta(|u| - v_{\rm F})$). Интегральное поглощение Ландау $\int W d\omega$ при $ka^* \ll 1$ в $4K_0^2(ka)/(ka^*)^2$ раз меньше, чем в области плазменного резонанса.

Перейдем теперь к случаю линейной дисперсии. Будем считать, что благодаря легированию или действию полевого электрода система монополярна, т.е. заселен лишь один (верхний) дираковский конус $E = v_0|p|$, так что при $T=0$ имеем $|p| \le p_{\rm F} = \pi\hbar N_L/2$. Если речь идет о топологическом изоляторе, то в одномерном случае спинорные множители при волновых функциях краевых состояний имеют вид $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$. Поэтому в выражении для отклика плотности $\tilde{N}_L$ не возникает форм-фактора киральности (в отличие от 2D-случая; см. [5, 6]). Тогда формула (1) принимает вид

$$\tilde{N}_L = -\frac{ieE_{\rm tot}}{\pi\hbar k} \times \\ \times \int dp \frac{n(p+\hbar k/2) - n(p-\hbar k/2)}{\hbar(\omega+i\delta) - v_0|p+\hbar k/2| + v_0|p-\hbar k/2|}. \quad (9)$$

Разность энергий в знаменателе подынтегральной функции равна постоянным $\pm\hbar v_0 k$ при $p < -\hbar k/2$ и $p > \hbar k/2$ соответственно, а внутри интервала $|p| < \hbar k/2$ сводится к $-2pv_0$. Учитывая, что при $T=0$

имеем $n(p) = \theta(p_{\rm F} - p)$, для интеграла в (9), который мы обозначим через J, находим два режима:

$$J = -\frac{2v_0 k^2}{(\omega + i\delta)^2 - (kv_0)^2} \text{ при } \hbar k < p_{\rm F} \tag{10}$$

и

$$J = -\frac{2kv_0 p_{\rm F}/\hbar}{(\omega + i\delta)^2 - (kv_0)^2} - \\ -\frac{1}{2v_0}\ln\frac{(\omega+i\delta)^2 - (2v_0 p_{\rm F}/\hbar - k)^2 v_0^2}{(\omega+i\delta)^2 - (kv_0)^2} \text{ при } \hbar k > p_{\rm F}. \tag{11}$$

Действующее электрическое поле $E_{\rm tot}$ определяется формулой

$$E_{\rm tot} = \frac{E_{\rm ext}}{1 + (2e^2/\varepsilon\pi\hbar)K_0(ka)J}. \tag{12}$$

Отсюда видно главное отличие случая линейной дисперсии от случая параболической. При $\hbar k < p_{\rm F}$ единственный вклад в поглощение возникает от плазмонного полюса в (12), поскольку выражение (10) при $\delta = 0$ становится чисто вещественным при всех ω. Лишь в области $\hbar k > p_{\rm F}$ возникает дополнительный вклад в поглощение, связанный с мнимой частью логарифма в (11). В случае же параболической дисперсии, как уже было показано, при любом k имеется дополнительный вклад в поглощение (затухание Ландау) в области $|\omega - kv_{\rm F}| < \Delta(k)$. Причина этого, разумеется, заключается в линейном характере одночастичного спектра. При любом законе дисперсии факторы заполнения при $T = 0$ выделяют в выражении для $\tilde{N}_L$ области $|p \pm p_{\rm F}| < \hbar k/2$. Однако в параболическом случае закон сохранения энергии в затухании Ландау, $\hbar\omega = E(p + \hbar k/2) - E(p - \hbar k/2)$, сводится к равенству $\omega = kp/m$ и может быть выполнен с помощью подбора частоты при любом k. В случае же линейной дисперсии разность энергий равна $2pv_0$ и ограничена по модулю величиной $\hbar k v_0$, т.е. $|p| < \hbar k/2$. Комбинируя указанные два неравенства, приходим к выводу о том, что затухание Ландау отлично от нуля только при $\hbar k > p_{\rm F}$. Таким образом, поглощение модулированного электромагнитного излучения при наиболее реальных периодах модуляции $l > 2\pi\hbar/p_{\rm F}$ ограничивается плазмонным вкладом. Закон дисперсии плазмона в одномерной системе безмассовых дираковских электронов следует из формул (10) и (12):

$$\omega_p^2 = \frac{4e^2 K_0(ka) v_0 k^2}{\pi\varepsilon\hbar} + (kv_0)^2, \quad \hbar k < p_{\rm F}. \tag{13}$$

Второе слагаемое в (13) становится малым (но лишь логарифмически!) в длинноволновом пределе $ka \ll 1$. В обратном предельном случае (но по-прежнему для $\hbar k < p_{\rm F}$) частота плазмона выходит на нуль-звуковую асимптотику $\omega \approx kv_0$.

Итак, в данной работе показано, что в одномерных плазменных системах поглощение Ландау обладает существенной спецификой. В случае стандартного (параболического) закона дисперсии обусловленное затуханием Ландау поглощение модулированного высокочастотного поля сосредоточено (при нулевой температуре) вблизи частоты нуль-звука для заданного волнового числа внешнего поля. При этом классическое рассмотрение дает дельтообразный пик, который в квантовой теории превращается в "барьер" конечной ширины (см. формулу (8)). Для частиц с линейным одночастичным спектром при импульсе поля, меньшем фермиевского импульса частиц, затухание Ландау вообще отсутствует, а спектр поглощения волны исчерпывается плазменным резонансом. Найден закон дисперсии 1D-плазмона для безмассовых дираковских электронов, справедливый вплоть до импульса, равного фермиевскому.

Работа была поддержана грантом РФФИ # 13-02-12148 и МОН.

1. А.И. Ведерников, А.О. Говоров, А.В. Чаплик, ЖЭТФ **120**, 979 (2001).
2. S. Das Sarma and E.H. Hwang, Phys. Rev. Lett. **102**, 206412 (2009).
3. A.V. Chaplik, Sol. State Comm. **65**, 1589 (1988).
4. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, М. (1979), §40.
5. С.Н. Артеменко, В.О. Каладзян, Письма в ЖЭТФ **97**, 88 (2013).
6. T. Ando, J. of the Phys. Soc. Japan **75**, 074716 (2006).