Письма в ЖЭТФ, том 99, вып. 7, с. 447 – 451 © 2014 г. 10 апреля

Расщепление конусов оптических осей в гиротропных кристаллах при наличии дихроизма

В. С. Меркулов[1)]

Научно-практический центр НАН Беларуси по материаловедению, 220072 Минск, Беларусь

Поступила в редакцию 20 февраля 2014 г.
После переработки 7 марта 2014 г.

Рассмотрены особенности возникновения конических сингулярностей при наличии линейного дихроизма и естественной оптической активности в точке пересечения кривых дисперсии главных показателей преломления кристалла. Показано, что даже незначительный дихроизм приводит к расщеплению конусов оптических осей на конусы сингулярных оптических осей (в частном случае конусы вырождаются в плоскости), между которыми образуется "щель" с равными скоростями собственных волн. По оценкам для кристалла $AgGaS_2$ угол расщепления составляет около 5°.

DOI: 10.7868/S0370274X14070054

В [1] показано, что в гиротропных кристаллах в условиях изотропии симметричной части диэлектрического тензора возникают замкнутые линии пересечения поверхностей рефракции, отвечающие конусам, в частности плоскостям оптических осей. Эти конусы (или плоскости) исчезают при малых анизотропных изменениях действительной части диэлектрического тензора. На их месте остаются только некоторые поляризационные аномалии. Однако в кристаллах, в которых на определенной длине волны наблюдается пересечение кривых дисперсии главных показателей преломления, совсем не обязательно совпадение мнимых частей этих показателей. Другими словами, мнимая симметричная часть диэлектрического тензора, приводящая к линейному дихроизму, не обязательно изотропна. Этому способствует тот факт, что длина волны так называемой изотропной точки очень близка к зоне поглощения кристалла [2–4], что обусловливает сильную дисперсию показателей преломления и пересечение кривых дисперсии. Кристалл, оставаясь прозрачным ($\alpha\lambda \ll 1$), тем не менее имеет значительный коэффициент поглощения $\alpha \sim (1{-}10)\,\text{см}^{-1}$. Поэтому разность мнимых частей показателей преломления отлична от нуля. Она даже может быть сравнимой с гиротропным вкладом. В такой ситуации конусы (плоскости) оптических осей (в обычном их понимании) вообще не могут существовать. Они расщепляются на конусы (плоскости) сингулярных оптических осей, что и будет показано в настоящей работе.

Действительно, согласно [1, 5] уравнение для определения направлений, в которых показатели преломления для одноосного гиротропного кристалла в рассматриваемых условиях совпадают, можно представить в следующем виде:

$$(g_{xx}x^2 + g_{yy}y^2 + g_{zz}z^2)^2 - (x^2+y^2)^2 d^2 = 0, \qquad (1)$$

где $d = (d_{xx} - d_{zz})/2$ – величина, характеризующая степень линейного дихроизма, причем обратный диэлектрический тензор взят в виде $\eta_{ij} = \eta_0\delta_{ij} + id_{ij} + ie_{ijk}G_{kl}n_l$, $d_{xx} = d_{yy}$, G_{ij} – тензор гирации, $g_{ij} = G_{ij}n_0$, $n_i = n_0(x,y,z)$ – вектор рефракции, $x^2+y^2+z^2 = 1$, $n_0 = (\eta_0)^{-1/2}$ – средний показатель преломления. В дальнейшем будем полагать $\mathrm{Re}\eta_0 \gg \mathrm{Im}\eta_0$, $|g_{ij}|$, $|d|$, а величины g_{ij} и d считать действительными, если не оговорено противное.

Для кристаллов, принадлежащих классам C_3, C_4, C_6, D_3, D_4 и D_6, имеем $g_{xx} = g_{yy}$. Анализ уравнения (1) приводит к тому, что для них конус оптических осей общего положения, рассмотренный в [1], при условии $g_{xx}g_{zz} < 0$ и $|d| < |g_{xx}|$ расщепляется на два соосных конуса. Эти конусы не могут содержать обычные оптические оси хотя бы потому, что диагональные компоненты обратного диэлектрического тензора в плоскости фронта волны не равны друг другу. Следовательно, конусы могут состоять только из сингулярных оптических осей. Угол расщепления при малых d составляет $\sim d(-g_{zz}/g_{xx})^{1/2}/(g_{xx}-g_{zz})$. Возможны частные случаи: один сингулярный конус и/или одна сингулярная плоскость $z = 0$. При $g_{xx} = 0$ единственная плоскость оптических осей превращается в сингулярный конус с внешним углом между образующими $\sim 2|d/g_{zz}|^{1/2}$. Интересно,

[1)]e-mail: merkul@physics.by

что при $g_{zz} = 0$ и $|d| = |g_{xx}|$ любое направление, за исключением единственной обычной оптической оси z, является сингулярным.

Для кристаллов, принадлежащих классам D_{2d} и S_4, без ограничения общности имеем $g_{xx} = -g_{yy}$ и $g_{zz} = 0$. При $|d| < |g_{xx}|$ две пересекающиеся по оси z плоскости оптических осей расщепляются на четыре плоскости сингулярных осей (имеем четверной узел). Возможны частные случаи: две плоскости сингулярных осей при $|d| = |g_{xx}|$, а также отсутствие сингулярных осей при $|d| > |g_{xx}|$. Во всех случаях направление z остается обычной оптической осью.

Рассмотрим подробнее особенности расщепления на примере последних классов. В системе координат, повернутой вокруг оси z на угол $\pi/4 + \beta$, обратный диэлектрический тензор принимает вид

$$\eta_{ij} = \begin{bmatrix} \eta_0 + id & 0 & ig_\perp \\ 0 & \eta_0 + id & -ig_\parallel \\ -ig_\perp & ig_\parallel & \eta_0 - id \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

где $g_\perp = g_{xx}\cos 2\beta$, $g_\parallel = g_{xx}\sin 2\beta$.

Направим волновой вектор излучения вдоль новой оси x. Тогда собственные значения и собственные векторы двумерной матрицы $\hat\eta$ в плоскости фронта (правый нижний блок матрицы (2)) дают показатели преломления $n_\pm = (\eta_\pm)^{-1/2}$, где $\eta_\pm = \eta_0 \pm \Delta\eta$, $\Delta\eta = (g_\parallel^2 - d^2)^{1/2}$, и амплитуды двумерных векторов электрической индукции собственных волн

$$\mathbf{D}_\pm = \begin{bmatrix} d \pm i\Delta\eta \\ g_\parallel \end{bmatrix} \mathrm{const}. \qquad (3)$$

Выражение для произвольного вектора $\mathbf{D}$ при прохождении среды будет следующим:

$$\mathbf{D} = \exp(ikx\hat\eta^{-1/2})\mathbf{D}_0 =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\delta - (d/\Delta\eta)\sin\delta & (g_\parallel/\Delta\eta)\sin\delta \\ -(g_\parallel/\Delta\eta)\sin\delta & \cos\delta + (d/\Delta\eta)\sin\delta \end{bmatrix} \mathbf{D}_0 e^{i\varphi}, \qquad (4)$$

где $\varphi \pm \delta = n_\pm kx$ – набеги фаз собственных волн. Последнее равенство в (4) записано при условии $\Delta\eta \neq 0$. Эллиптичность волны будет равна $\theta = \arcsin(\xi_2)/2$, а азимут направления большей оси эллипса поляризации $\rho = \arccos(\xi_3/\cos 2\theta)/2$, где $\xi_i = \sigma^{(i)}_{\alpha\beta} D_\alpha D^*_\beta/(D_\gamma D^*_\gamma)$ – нормированный вектор Стокса, $\sigma^{(i)}_{\alpha\beta}$ – матрицы Паули.

Если $|g|_\parallel > |d|$ (т.е. $|\sin 2\beta| > |d/g_{xx}|$), то азимуты поляризации собственных волн совпадают (равны $+\pi/4$ или $-\pi/4$), а эллиптичности одинаковы по модулю, но противоположны по знаку. Коэффициенты поглощения собственных волн практически совпадают в связи с действительностью $\Delta\eta$ и условием $\mathrm{Re}\eta_0 \gg \mathrm{Im}\eta_0$. Несмотря на то что слабое различие коэффициентов поглощения собственных волн выходит за пределы точности рассматриваемой модели, оно может быть точно сведено к нулю при соответствующем сдвиге длины волны от “изотропной” точки. Аналогичные замечания относятся к слабому различию скоростей собственных волн в случае $|g|_\parallel < |d|$.

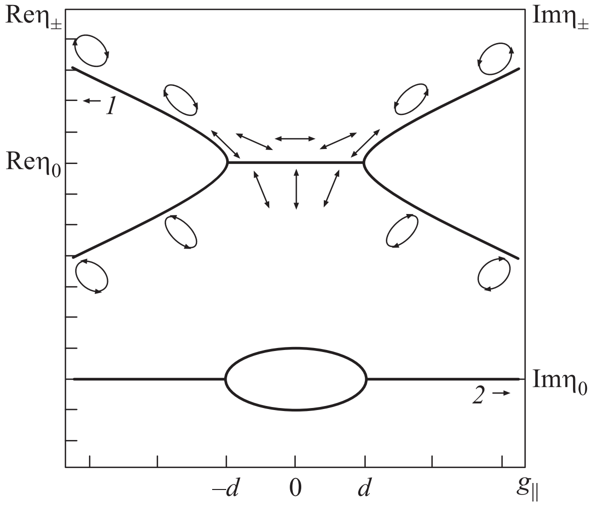

Рис. 1

На рис. 1 изображены зависимости действительных и мнимых частей $\eta_\pm$ от $g_\parallel$, а также поляризации собственных волн (представление зависимостей от $g_\parallel$ более универсально, чем от угла β). При распространении через кристалл поляризация волны изменяется с расстоянием и нормированный вектор Стокса описывает траектории на сфере Пуанкаре (рис. 2а).

Можно показать, что учет естественной оптической активности дает следующее выражение для вектора Пойнтинга [6]:

$$\mathbf{S} = [\mathbf{E}^*, \mathbf{H}]c/8\pi - i\mathbf{G}[\mathbf{D}^*, \mathbf{D}]c/16\pi. \qquad (5)$$

Вычисления с привлечением всех компонент тензора η_{ij} (2) дают $(S_y/S_x)_\pm = \pm g_\perp(g_\parallel^2 - d^2)^{1/2}/g_\parallel \mathrm{Re}\eta_0$ и $S_z = 0$, т.е. групповые скорости собственных волн составляют одинаковые по величине и противоположные по знаку углы с волновым вектором. Отметим, что при $d = 0$ получаются значения углов, вдвое большие, чем в аналогичной задаче в магнитооптике (см. [6], с. 485). Это связано с пространственной дисперсией и наличием второго члена в формуле (5).

Если $|g|_\parallel < |d|$, то собственные волны линейно поляризованы, причем азимуты поляризации состав-

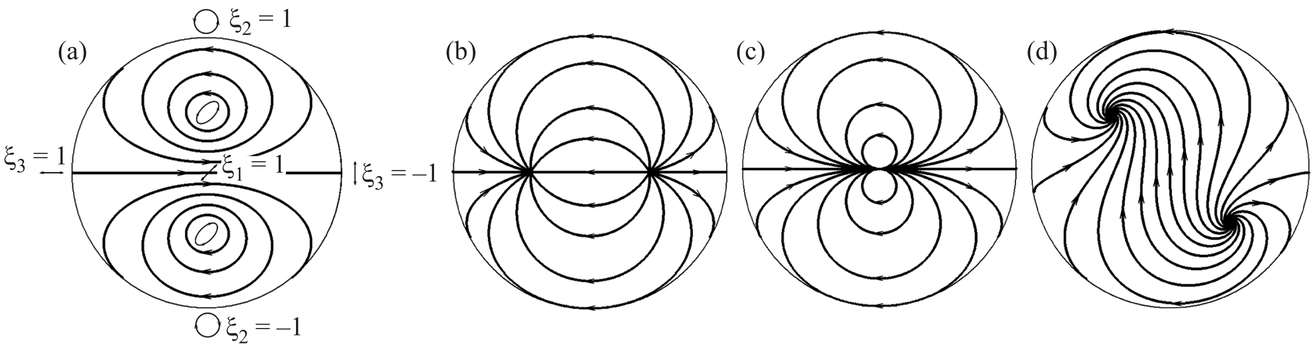

Рис. 2

ляют одинаковые по величине и противоположные по знаку углы к $\pi/4$ (рис. 1). Фазовые скорости собственных волн практически одинаковы в связи с чисто мнимым значением $\Delta\eta$ и неравенством $\mathrm{Re}\eta_0 \gg \gg \mathrm{Im}\eta_0$. Расчет согласно (4) при замене тригонометрических функций на гиперболические дает изменение поляризаций волн при распространении через кристалл, показанное на рис. 2b. Вычисления вектора Пойнтинга дают направления групповых скоростей собственных волн параллельные волновому вектору.

Если $|g|_{\|} = |d|$ (т.е. $|\sin 2\beta_0| = |d/g_{xx}|$), то собственные волны имеют одинаковые показатели преломления и совпадающие линейные поляризации (азимут поляризации равен $(g_{\|}/d)\pi/4$). По аналогии с сингулярной круговой осью [6] имеет место сингулярная линейная ось. В кристалле может распространяться сингулярная волна с поляризацией собственной волны и линейно изменяющейся с расстоянием амплитудой. В этом можно убедиться, осуществляя в (4) предельный переход $\Delta\eta \to 0$:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 e^{i\varphi} - \frac{1}{2} ikx(\hat{\eta} - \eta_0)\eta_0^{-3/2}\mathbf{D}_0 e^{i\varphi}. \qquad (6)$$

Эволюция поляризации волны, распространяющейся вдоль сингулярной линейной оси, показана на рис. 2c. Естественно рассматривать распространение волн на расстояниях $x < \alpha^{-1}$. Тогда отношение амплитуды сингулярной волны к амплитуде обычной не превышает $|d/\mathrm{Im}\eta_0|$, что всегда меньше единицы. Таким образом, физический смысл имеют только малые отрезки дуг, показанных на рис. 2c. При этом они не могут достигать точки, соответствующей собственной поляризации. Если $\mathbf{D}_0$ совпадает с поляризацией собственной волны, то второй член в формуле (6) обращается в нуль и сингулярная волна вообще не возбуждается. В этом случае поворот поляризации отсутствует, хотя без учета дихроизма он и должен быть. Данный момент необходимо учитывать при интерпретации результатов измерений оптического вращения в кристаллах при наличии линейного дихроизма (см. ниже).

Суть возникновения сингулярной линейной оси заключается в том, что действие естественной оптической активности приводит к повороту линейной поляризации волны всегда в одном направлении, а линейный дихроизм стремится повернуть поляризацию к оси меньшего поглощения (ср. направления стрелок в центральных точках на рис. 2a и b). Когда эти факторы равны по величине и противоположны по знаку, возникает сингулярная ось, соответствующая нулевому повороту поляризации. Существенно, что положение точки нулевого вращения сохраняется при малых сдвигах длины волны от "изотропной" точки, что является "следом" сингулярной оси. Траектории могут принимать вид, представленный на рис. 2d. При этом траектория, проходящая через центр рисунка, обязательно имеет вертикальную касательную.

Теперь рассмотрим, что произойдет при наличии в тензоре гирации мнимой части, т.е. при наличии циркулярного дихроизма (а он обязательно должен присутствовать [7]). В таком случае условие линейной сингулярной оси будет выглядеть как

$$\pm(g'_{xx} + ig''_{xx})\sin^2\beta = d + is(\lambda - \lambda_0). \qquad (7)$$

Здесь последний член отражает влияние сдвига по длине волны от "изотропной" точки (s – некоторая константа). Это условие выполняется на длине волны $\lambda_s = \lambda_0 + dg''_{xx}/sg'_{xx}$, если $|g'_{xx}| \geq |d|$. В частном случае $d = g'_{xx} = 0$ оно выполняется в диапазоне длин волн от $\lambda_0 - g''_{xx}/s$ до $\lambda_0 + g''_{xx}/s$. Изменение поляризации волны при распространении через кристалл будет происходить так же, как это показано на рис. 2c, с точностью до поворота системы координат.

В [1] были рассмотрены конусы оптических осей и для кристаллов низших сингоний. В этом случае учет произвольного тензора дихроизма d_{ij} также приводит к расщеплению конусов обычных оптических осей на сингулярные конусы, только вместо (1) необходимо пользоваться общими формулами [5]. В общем случае в локальной области вблизи поверхности сингулярного конуса картина оказывается такой же, как описано выше. Сингулярный конус разделяет области равных скоростей и равных поглощений собственных волн. Заметим, что в негиротропных кристаллах могут иметь место только линии равных скоростей и равных поглощений [8]. Возможна ситуация, когда два сингулярных конуса вырождаются в один (в одноосном случае в одну плоскость). Тогда области по обе его стороны являются областями равных скоростей. По аналогии со средами с магнитооптической активностью [9] можно показать, что на сингулярных конусах (т.е. на линиях пересечения поверхностей рефракции) могут иметь место следующие особенности: узловые точки, точки возврата и точки касания, соответствующие выходам как сингулярных, так и обычных осей. Более того, в отличие от магнитооптики в кристаллах с естественной оптической активностью, помимо упоминавшейся выше четверной узловой точки, возможна тройная точка, содержащая сингулярную ось, по которой пересекаются три ветви конической поверхности. В качестве примера можно привести точку с координатами (0, 0, 1) при $g_{xx} = 2g_{yz} = g_{yy} = g_{zz} = d_{xy} = -d_{yz}$ (остальные компоненты равны нулю). В ее малой окрестности имеем $y(y^2 - ax^2) \approx 0$. Возможна и точка возврата второго рода, содержащая обычную оптическую ось, когда обе ветви расположены по одну сторону по отношению к общей касательной. Примером здесь может служить точка с координатами (0, 0, 1) при $g_{xy} = g_{xz} = g_{yy} = d_{yz}/2$. В ее малой окрестности имеем $y \approx x^2 \pm x^{5/2}$. В связи с этим в гиротропных кристаллах следует ожидать большего разнообразия конфигураций сингулярных конусов, чем в магнитооптике [10].

Приведем некоторые оценки для кристалла $AgGaS_2$ (симметрия D_{2d}). В "изотропной" точке на длине волны 497 нм максимальное оптическое вращение составляет 522 град/мм, показатель преломления $n = 2.6$, а разность главных коэффициентов поглощения 12 см$^{-1}$ [4]. После несложных вычислений находим $|d/g_{xx}| = 0.1$ и $2\beta_0 = \arcsin(|d/g_{xx}|) = 5°$. Таким образом, получаем значительное расщепление. Расчеты для кристаллов $CdGa_2S_4$ (симметрия S_4) и CdP_2 (симметрия D_4) также подтверждают наличие плоскостей и конусов сингулярных оптических осей в "изотропной" точке.

В заключение обсудим возможные проявления рассмотренных эффектов в экспериментах на кристаллах с симметрией D_{2d}. Прежде всего остановимся на измерениях индикатрисы вращения плоскости поляризации света $\rho(\beta)$. Они проводятся на плоскопараллельных пластинках разной кристаллографической ориентации, причем главная ось симметрии z должна лежать в плоскости пластинки. Измерения индикатрисы при азимутах входной поляризации $+\pi/4$ и $-\pi/4$ дадут разные результаты. Лепестки индикатрис деформируются таким образом, что могут иметь разные точки нулевого вращения, которые и будут соответствовать выходам сингулярных плоскостей. Отметим, что в окрестности точки нулевого вращения зависимость $\rho(\beta)$ является линейной (в редких случаях квадратичной), но не корневой. Указанная сингулярность обладает определенной устойчивостью по отношению к малым изменениям угла падения света на пластинку. Если пластинка вырезана не в точности перпендикулярно сингулярной плоскости, то ее наклоном можно найти "нулевой след" этой плоскости, что облегчает ее определение. Чтобы убедиться в наличии сингулярных плоскостей, совсем не обязательно измерять всю индикатрису и искать точки нулевого вращения. Достаточно провести измерения на одном образце известной ориентации, например взять пластинку, вырезанную перпендикулярно оси 2-го порядка (т.е. $\beta = \pi/4$, что соответствует максимуму вращения без учета дихроизма). Если вращение поляризации сохраняет свой знак при любом азимуте входной линейной поляризации, т.е. реализуется ситуация, представленная на рис. 2а, то сингулярные плоскости обязательно имеют место. Если к тому же пластинка является достаточно тонкой для того, чтобы обеспечить условие малости сдвига фаз $|\delta| \ll 1$ и исключить неоднозначность интерпретации по углам, то углы ориентации сингулярных плоскостей β_0 будут определяться из следующего уравнения:

$$|\sin 2\beta_0| = |(\rho_{+\pi/4} - \rho_{-\pi/4})/(\rho_{+\pi/4} + \rho_{-\pi/4})|,$$

где $\rho_{\pm/4}$ – углы вращения плоскости поляризации света при азимутах входной поляризации $+\pi/4$ и $-\pi/4$.

Рассмотренные особенности могут проявляться и в интерференции в сходящемся пучке света в скрещенных поляризаторах. При наблюдении коноскопической картины на пластинке, вырезанной перпендикулярно сингулярной плоскости, при изменении азимута входной поляризации с $+\pi/4$ на $-\pi/4$ должен происходить сдвиг центральной полосы нулевой интенсивности на угол, соответствующий $\pm\beta_0$.

Полученные результаты показывают, что даже незначительный линейный дихроизм приводит к расщеплению конусов оптических осей на конусы линейных сингулярных оптических осей в кристалле с естественной оптической активностью в “изотропной” точке. В общем случае эти конусы разделяют области равных скоростей и равных поглощений собственных волн. Сингулярные конусы сохраняются и при наличии циркулярного дихроизма при определенном сдвиге длины волны.

1. В. И. Альшиц, В. Н. Любимов, ЖЭТФ **13**, 853 (2008).
2. N. N. Syrbu, I. G. Stamov, V. I. Parvan, V. V. Zalamai, and I. M. Tiginyanu, Physica B **429**, 106 (2013).
3. M. May, S. Debrus, J. Amzallag, X.-M. Hui, and A. Chevy, JOSA A **9**, 1412 (1992).
4. O. S. Kushnir, O. S. Dzendzelyuk, and V. A. Hrabovskyy, Semicond. Phys. Quant. Electron. Optoelectronic **10**, 48 (2007).
5. M. V. Berry and M. R. Dennis, Proc. R. Soc. Lond. A **459**, 1261 (2003).
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, М. (1982).
7. N. V. Joshi and J. Luengo, Adv. Mater. Opt. Electron. **9**, 145 (1999).
8. В. И. Альшиц, В. Н. Любимов, УФН **183**, 1123 (2013).
9. В. С. Меркулов, Письма в ЖЭТФ **94**, 353 (2011).
10. В. С. Меркулов, Оптика и спектроскопия **114**, 101 (2013).