Письма в ЖЭТФ, том 99, вып. 9, с. 636 – 644 © 2014 г. 10 мая

ПО ИТОГАМ ПРОЕКТОВ РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Проект РФФИ # 11-02-00120а

Распределения партонов при малых x

М. Г. Рыскин[1)], *А. Г. Шуваев*[1)]

Петербургский институт ядерной физики им. Константинова, Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 188300 Гатчина, Россия

Поступила в редакцию 11 апреля 2014 г.

Проведен анализ новых данных Большого адронного коллайдера (БАК) по дифракционным и неупругим процессам рассеяния. Изучены свойства взаимодействий при очень высоких энергиях. В этом случае поведение сечений и распределения вторичных частиц определяются распределениями партонов (частиц, из которых состоит исходный протон), несущих лишь малую долю x импульса начального протона. Показано, что с ростом энергии увеличиваются не только радиус взаимодействия, но и характерные поперечные импульсы частиц k_t. Построена модель, позволяющая одновременно описать как мягкие (с малыми k_t), так и жесткие (с образованием струй частиц с большими k_t) взаимодействия и осуществляющая непрерывный плавный переход между ними. Рассмотрена возможность измерения на БАК плотности партонов для очень малых x. Предложен способ определения и варьирования соответствующего этим измерениям факторизационного масштаба, фиксирующего размер области пространства, в которой регистрируются партоны.

DOI: 10.7868/S0370274X14090124

1. Введение. Распределения партонов (кварков и глюонов), которые несут очень малую долю x начального импульса протона, представляют интерес не только лишь с точки зрения микроскопической структуры протона. Они также определяют поведение сечений взаимодействия адронов сверхвысоких энергий и спектры вторичных частиц, образующихся в подобных взаимодействиях. Помимо общетеоретического интереса, хорошее понимание этих процессов необходимо для того, чтобы надежно выделить сигнал, свидетельствующий о проявлении новой физики при соударениях протонов высоких энергий ($\sqrt{s} = (7{-}14)$ ГэВ) на Большом адронном коллайдере (БАК), или для того, чтобы выделить новые частицы на фоне рождения весьма большого числа (~ 100) обычных частиц, предсказываемых стандартной моделью (СМ).

Хорошо известным теоретическим средством описания распределения партонов при малых x служит уравнение Балицкого–Фадина–Кураева–Липатова (БФКЛ) [1]. Однако реальная ситуация оказывается сложнее. Уравнение БФКЛ определяет изменение амплитуды взаимодействия (эволюцию партонов) по мере увеличения $\ln(1/x)$ в случае, когда эволюция начинается и продолжается при достаточно больших поперечных (по отношению к импульсам начальных протонов) импульсах партонов k_t, остающихся в ее процессе сравнимыми по масштабу величины. В случае протонов эволюция должна начинаться с относительно малых k_t, соответствующих связанному состоянию, и заканчиваться большими k_t при рассеянии. Эволюция партонных распределений при увеличении k_t подчиняется другому известному уравнению Докшицера–Грибова–Липатова–Альтарелли–Паризи (ДГЛАП) [2]. Вместе с тем в области малых x при небольших k_t становится необходимым учитывать еще и абсорбционные поправки, которые заметно влияют на структуру партонных распределений.

В предлагаемом миниобзоре мы рассмотрим ожидаемые качественные черты распределений партонов (главным образом глюонов) в области очень малых x и не слишком больших k_t и то, как эти черты проявляются в поведении упругих сечений и сечений дифракционной диссоциации протонов при высоких энергиях.

1) e-mail: ryskin@thd.pnpi.spb.ru; shuvaev@thd.pnpi.spb.ru

Поскольку получить точные количественные теоретические предсказания пока не представляется возможным, большое значение имеет анализ экспериментальных данных БАК с целью извлечения из них информации о распределениях партонов при малых x. Ниже мы обсудим процессы, позволяющие "измерять" на БАК распределения кварков и глюонов при рекордно малых $x \sim 10^{-5}$ и, что особенно важно в этой области, возможность зафиксировать (определить) факторизационный масштаб μ_F, при котором эти распределения измеряются.

2. Теоретические ожидания. В силу асимптотической свободы квантовой хромодинамики (КХД), в которой константа взаимодействия α_S убывает на малых расстояниях (т.е. с ростом k_t), сечение элементарного (точечного) взаимодействия двух партонов весьма мало. Малость отдельного сечения компенсируется большим количеством партонов, каждый из которых несет малую долю x импульса протона. В процессе развития партонного каскада кварк "распадается" (виртуально) на кварк и глюон, глюон – на два глюона либо на кварк и антикварк и т.д. На каждом шаге такой эволюции число партонов удваивается, а доля импульса x отдельного партона, соответственно, уменьшается. В результате плотность партонов растет пропорционально $(1/x)^{\Delta}$, где показатель степени $\Delta \propto \alpha_S$ (вероятность очередного "распада" пропорциональна константе связи).

Количественно процесс развития партонного каскада по мере увеличения $\ln(1/x)$ описывается уравнением БФКЛ, суммирующим все вклады теории возмущений КХД, в которых малость константы α_S компенсируется большой величиной $\ln(1/x)$. Вычисленное в главном логарифмическом приближении значение Δ оказалось неожиданно большим: $\Delta \sim$ $\sim 0.5{-}0.7$. После суммирования поправок "следующего за главным логарифмическим" приближения (NLL) получается несколько меньшее, но все еще довольно большое $\Delta \sim 0.2{-}0.3$ [3]. Это означает, что при $x \sim 10^{-4}$, отвечающем энергиям БАК, плотность партонов в каскаде будет очень велика. При такой высокой плотности отдельные ветви партонного каскада начинают экранировать и "поглощать" друг друга. На языке графиков Фейнмана, где развитие (эволюция) партонного каскада описывается лестничными диаграммами (рис. 1), это изображается диаграммами, на которых две лестницы сливаются в одну (рис. 2). Вероятность "слияния" определяется трех-померонной[2)] вершиной $g_{3P} = g_2^1$. Возможны и более сложные конфигурации с вершинами g_m^n, когда n лестниц (померонов) переходит в m лестниц. Для вычисления подобных многопомеронных эффектов была разработана реджеонная диаграммная техника (РДТ) [4] (ее еще называют реджеонной теорией поля, RFT).

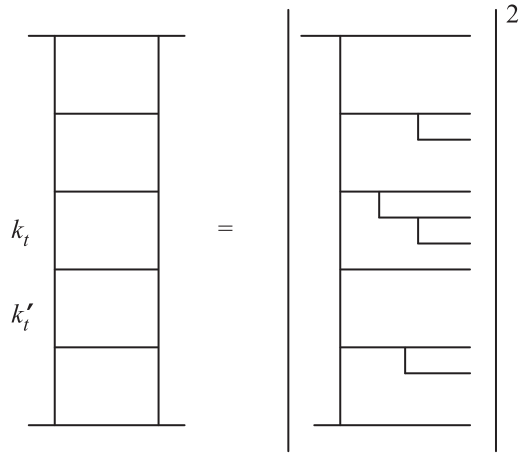

Рис. 1. Лестничная структура глюонного каскада. Померон БФКЛ или КХД дается суммой лестничных диаграмм с различным числом перекладин

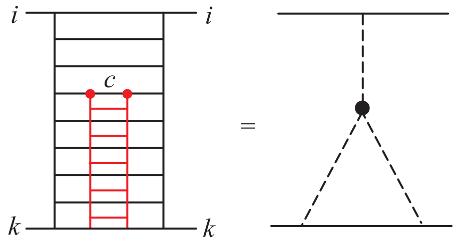

Рис. 2. Трехпомеронная диаграмма и ее лестничная структура

Рассмотрим качественно, чего следует ожидать в области очень малых x. Как уже упоминалось, по мере развития партонного каскада плотность партонов растет степенным образом. В случае сверхсходящейся теории наподобие $\lambda\phi^3$ поперечные импульсы партонов практически не зависели бы от x и определялись бы массой мезона ϕ, $k_t \sim m_\phi$. Интеграл, соответствующий очередному шагу эволюции (очередной ячейке лестницы), имел бы вид

$$\lambda^2 \int \frac{d^2 k_t}{(k_t^2 + m_\phi^2)^2}. \tag{1}$$

[2)] Совокупность диаграмм, вклад которых в амплитуду взаимодействия наиболее быстро растет с энергией (или $1/x$), обычно называют помероном. Соответственно говорят, что уравнение БФКЛ описывает Померон КХД.

Однако КХД является логарифмической теорией с безразмерной константой связи. В этом случае интеграл (1) заменяется выражением типа

$$\int \frac{\alpha_s(k_t^2)d^2k_t}{k_t^2 + k_t'^2}, \tag{2}$$

где характерная величина k_t определяется значением поперечного импульса k_t' в соседней ячейке. На каждом шаге эволюции импульс k_t может оказаться в несколько раз больше или меньше предыдущего значения k_t'. Возникает "диффузия" БФКЛ в пространстве $\ln k_t$ [5]. Строго говоря, это не совсем диффузия, поскольку константа $\alpha_S(k_t)$ падает с ростом k_t и система начинает дрейфовать в сторону меньших k_t. С другой стороны, при малых k_t велика вероятность поглощения партонов (слипания двух лестниц в одну). В безразмерной теории $\sigma_{\rm abs} \sim 1/k_t^2$. Так как последний эффект оказывается сильнее, действие БФКЛ-диффузии совместно с абсорбционными поправками выталкивает партоны в сторону больших k_t. С уменьшением x характерная величина $k_t(x)$ растет.

3. Модельное описание. Описанная выше картина количественно реализована в работе [6]. В ней была построена модель, воспроизводящая основные черты процессов множественного рождения, наблюдаемых при энергиях БАК. В отличие от обычных моделей, используемых для описания "мягких" процессов, в этой модели затравочный померон является "жестким" помероном КХД. Его развитие описывается несколько упрощенным уравнением БФКЛ и включает в себя диффузию в пространстве $\ln k_t$. Довольно большой интерсепт, $\Delta \sim 0.3$, находится в согласии с оценкой [3], полученной в результате суммирования поправок, вычисленных в приближении, которое следует за главным логарифмическим (NLL). Учет абсорбционных поправок (поглощения партонов с малыми k_t) приводит в мягкой области к "перенормировке" эффективного значения Δ. Это позволяет успешно описать экспериментально наблюдаемое энергетическое поведение полных и дифракционных сечений взаимодействия протонов, которое отвечает величине $\Delta \sim 0.1$.

Мягкие процессы с ограниченными и относительно малыми k_t обычно описываются в формализме РДТ, в то время как сечения жестких взаимодействий с большими k_t рассчитываются методами теории возмущений КХД. Настоящая модель позволяет проследить непрерывный переход между взаимодействиями в мягкой и жесткой областях. Действительно, уже тот факт, что генераторы Монте-Карло, построенные на базе уравнений главного логарифмического приближения (LO) ДГЛАП, начиная с жестких взаимодействий, достаточно хорошо воспроизводят распределения частиц с малыми k_t, говорит об отсутствии принципиальных различий между взаимодействиями частиц в этих областях. Включив в модель экранировки описываемые многопомеронными диаграммами РДТ, в ней удалось воспроизвести поведение полных и упругих сечений, а также сечений дифракционной диссоциации протона.

Для того чтобы воспроизвести наблюдаемые на коллайдерах спектры вторичных частиц, в монтекарловские генераторы приходится вводить дополнительное инфракрасное обрезание. Поперечный импульс партона в жестком подпроцессе $k_t > k_{\rm min}$. В области от теватрона до БАК $k_{\rm min} \sim (2{-}3)$ ГэВ и растет с энергией сталкивающихся протонов $\sqrt{s}$ как $k_{\rm min}^2 \propto s^a$, где $a \simeq 0.24$ [7]. В рассматриваемой модели [6] подобное эффективное обрезание возникает динамически за счет сильного поглощения партонов с малыми k_t. Вычисленные в рамках модели распределения глюонов при не слишком больших виртуальностях (масштабах) и x также удовлетворительно согласуются с данными по глубоко неупругому рассеянию как для инклюзивных, так и для дифракционных процессов.

Аналогичный эффект наблюдается и в распределениях партонов по прицельному параметру b. По мере эволюции положение партонов в плоскости прицельных параметров меняется: на каждом шаге партон сдвигается на $\delta b \sim 1/k_t$. В результате площадь, занимаемая партонным каскадом в плоскости прицельных параметров, и, соответственно, радиус взаимодействия растут. В рамках теории Редже это явление учитывается наклоном α'_P траектории померона: $\alpha(t) = 1 + \Delta + \alpha'_P t$. В случае БФКЛ-померона КХД величина $\alpha'_P \sim \delta b^2 \propto 1/k_t^2$ падает с ростом энергии из-за увеличения характерных импульсов k_t. Асимптотически при $s \to \infty$ наклон БФКЛ-померона $\alpha'_P \to 0$. Однако, как показывает анализ данных БАК [8], на опыте скорость сокращения дифракционного конуса (т.е. эффективная величина α'_P) не уменьшается, а растет с энергией. Последнее объясняется тем, что сильное поглощение в центре каскада, где плотность партонов особенно велика, как бы "выталкивает" новые партоны на периферию и вместо "диффузии" в b-пространстве при очень высоких энергиях происходит неуклонное увеличение радиуса взаимодействия. На рис. 3 (взятом из работы [9]) показаны сечения упругого рассеяния протонов, полученные в модели, которая учитывает все описанные выше эффекты. Несмотря на то что затравочная величина $\alpha'_P = 0.05$ ГэВ$^{-2}$ весьма мала, после учета абсорбци-

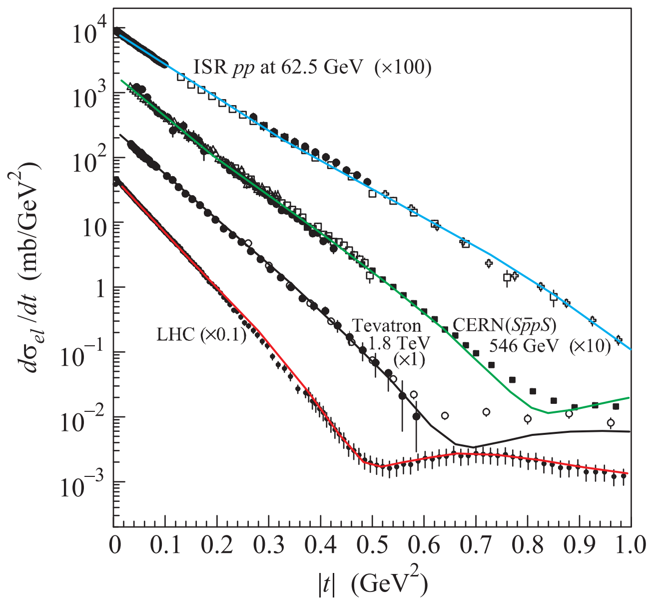

Рис. 3. Описание данных по pp (или $p\bar{p}$) упругому рассеянию

онных поправок в результате "выдавливания" партонов на периферию каскада в области энергий БАК получается $\alpha'_{\rm eff} \sim 0.5$ ГэВ$^{-2}$ в согласии с опытом [8].

Отметим еще одно интересное предсказание. Согласно правилам АГК [10] диаграммы с многопомеронными вершинами описывают не только поправки на экранирование, но и процессы дифракционной диссоциации и процессы с большей плотностью вторичных частиц. (Правила разрезания Абрамовского–Грибова–Канчели (АГК) задают соотношения между сечениями этих процессов.) Таким образом, в той же самой модели можно вычислить сечение диссоциации протона в состояние с массой M. В рамках классической РДТ, где предполагается, что все поперечные импульсы ограничены и многопомеронные вершины g_m^n не зависят ни от начальной энергии, ни от положения вершины на оси быстрот Y, следует ожидать, что при малом $\Delta \ll 1$ сечение $M^2 d\sigma/dM^2 = d\sigma/d\ln\xi \simeq \text{const}$ ($\xi = M^2/s$). С другой стороны, величина этого сечения пропорциональна константе взаимодействия померонов, $g_m^n \propto \lambda^{n+m-2}$. Напомним, что она имеет размерность $\lambda \propto 1/$ ГэВ. Поскольку же в безразмерной КХД-теории единственным размерным параметром является поперечный импульс, следует ожидать уменьшения $\lambda \sim 1/k_t$ с ростом k_t. Модель [6] включает в себя многопомеронные вершины g_m^n, поведение которых соответствует поведению трехпомеронной вершины БФКЛ. Отмеченная выше k_t-зависимость приводит к весьма нетривиальному виду сечения диссоциации $d\sigma/d\ln\xi$ (рис. 4). В отличие от плоского поведения, предсказываемого классической РДТ, в которой все поперечные импульсы ограничены и $g_m^n \simeq \text{const}$, теперь при уменьшении массы M сечение сначала довольно быстро растет, а затем, при совсем малых M, снова падает. Предварительные данные коллаборации TOTEM [11, 12] подтверждают эти предсказания. Действительно, в районе $\xi \sim 0.5 \cdot 10^{-6}$ величина $d\sigma/d\ln\xi$ оказалась почти в 2.5 раза больше, чем при $\xi \sim 10^{-4}$. В то же время сечение диссоциации в область совсем малых масс ($M < 3.4$ ГэВ) при 7 ТэВ близко по значению к сечению, наблюдавшемуся при гораздо меньших энергиях CERN-ISR ($\sqrt{s} \sim 50$ ГэВ). При этом оно составляет лишь около 5 % от упругого pp-сечения. Другими словами, вероятность диссоциации одного протона (отношение $\sigma^{\rm diss}/\sigma_{el}$) упала с 15 % при энергиях CERN-ISR до 5 % на БАК. Детальный анализ поведения дифракционных сечений в свете описанной выше модели можно найти в [9].

Несмотря на достигнутые в данной модели успешные описание и интерпретацию данных БАК, это всего лишь модель, построенная на базе главного логарифмического приближения КХД (еще и несколько упрощенного) и содержащая некоторое число подгоночных параметров. Поэтому было бы крайне желательно непосредственно "измерить" на БАК распределения партонов в области малых x и не слишком больших масштабов k_t. Ниже мы обсудим, как это лучше сделать.

4. Возможность прямого измерения распределения глюонов. До настоящего времени глобальный партонный анализ основывался преимущественно на данных глубоконеупругого рассеяния, которые позволяли непосредственно измерять лишь кварковые или антикварковые распределения. С глюоном, не несущим электрического заряда, фотон не взаимодействует. Глюонные распределения $xg(x,Q^2)$ находились по значениям производной структурной функции $dF_2(x,Q^2)/d\ln Q^2$, которая извлекалась из экспериментальных данных, с помощью теоретического уравнения эволюции ДГЛАП. Такой способ существенно снижал точность найденных распределений, особенно в области малых $x < 10^{-3}$, где доступный для измерения интервал $\ln Q^2$ невелик. В этой области распределение можно было найти только в рамках определенных предположений, экстраполируя экспериментальные данные, полученные при больших x. Соответственно неопределенности в значениях $xg(x,Q^2)$ оказались весьма существенными. На рис. 5а показаны распределения, полученные в главном (LO) и следующем (NLO) логарифмическом приближениях группами MSTW [13] и

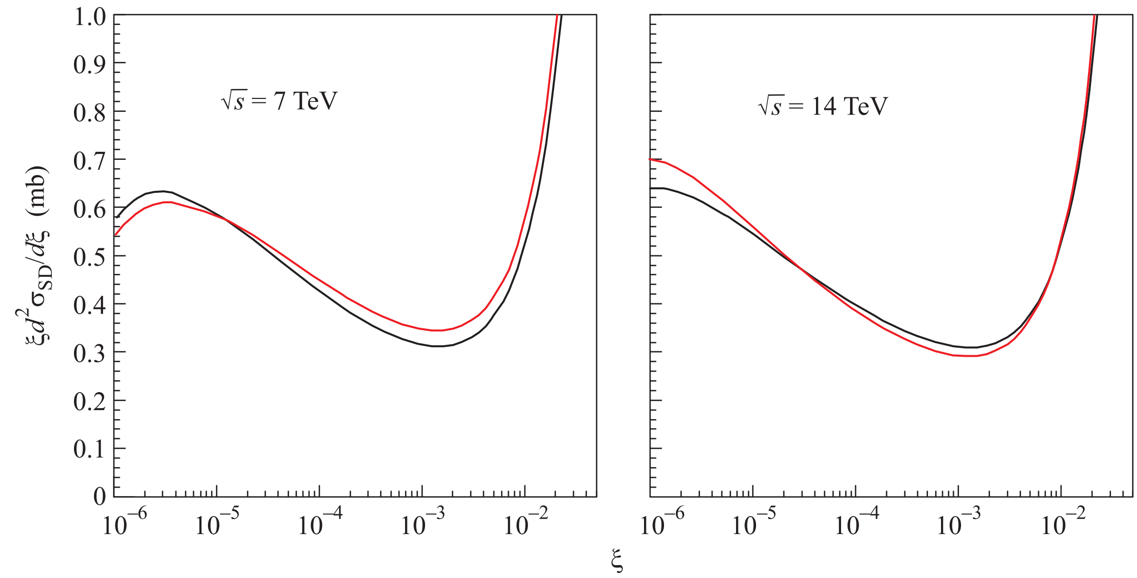

Рис. 4. Проинтегрированные по t сечения диссоциации протона $\xi d\sigma_{\rm SD}/d\xi$, $\xi = M^2/s$, при двух значениях энергии БАК. Различные кривые получены для разных наборов параметров [6]. Подъем при больших ξ обусловлен RRP-вкладом вторичных реджеонов

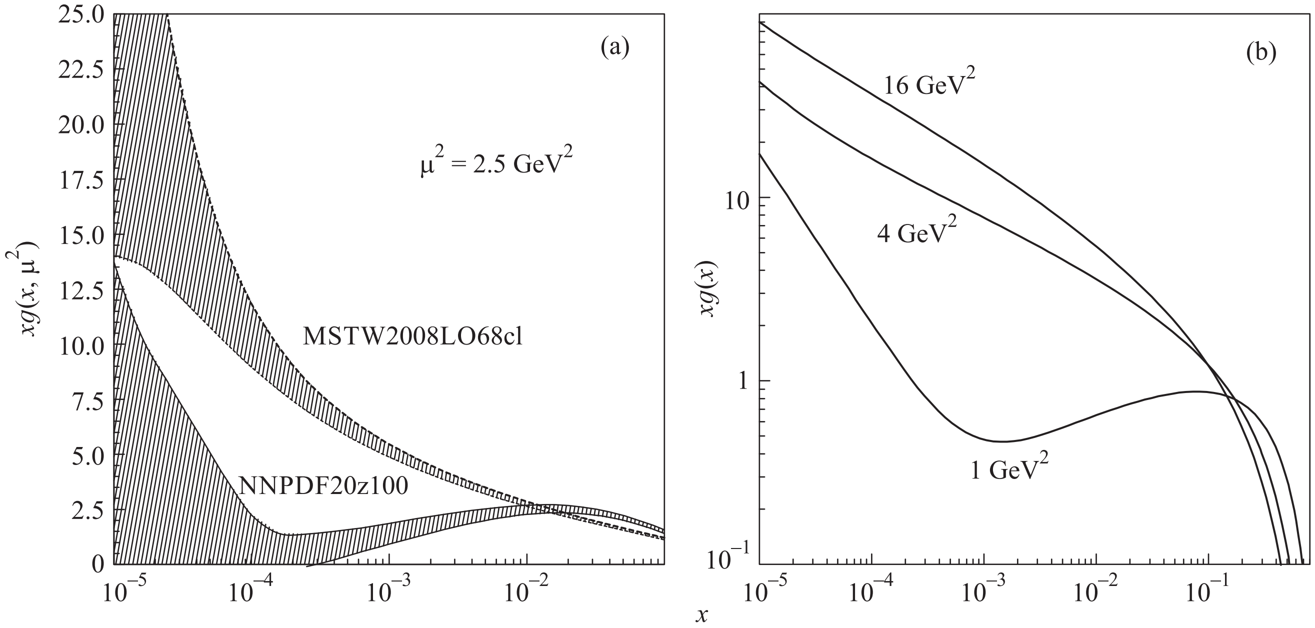

Рис. 5. (a) – Распределения глюонов, полученные группами MSTW [13] (LO) и NNPDF [14] (NLO). (b) – Плотность MSTW2008LO [14] глюонов на масштабах $\mu_F = 2$, $2/2 = 1$ и $2 \cdot 2 = 4$ ГэВ

NNPDF [14] (рисунок выполнен с помощью Hepdata PDF plotter(a) [3]).

Высокие энергии БАК дают возможность прямого измерения партонных распределений при очень малых x. Действительно, инклюзивное сечение рождения относительно тяжелого объекта X (пары μ-мезонов в случае процесса Дрелла–Яна или C-четного кварkония) в pp-рассеянии в лидирующем порядке теории возмущений выражается через элементарное сечение жесткого подпроцесса $\hat\sigma$ и функции распределения партонов $\mathrm{PDF}(x, \mu) = xq, xg$:

$$\frac{d\sigma(pp \to X + ...)}{dY} = \mathrm{PDF}(x_1, \mu_F)\, \hat\sigma\, \mathrm{PDF}(x_2, \mu_F). \quad (3)$$

[3] `hppt://hepdata.cedar.ac.uk/pdf/pdf3.html`

Значения x в (3) равны

$$x_{1,2} = \frac{M_X}{\sqrt{s}}\, e^{\pm Y}.$$

Для того чтобы достичь наименьших x, выгодно работать при относительно больших быстротах, $Y = 2-5$, типичных для эксперимента LHCb.

Сечение жесткого подпроцесса $\hat{\sigma}$ вычисляется в рамках теории возмущений КХД. Таким образом, из эксперимента можно извлечь произведение партонных распределений $x_1\bar{q}(x_1,\mu_F)\ x_2 q(x_2,\mu_F)$ в случае процесса Дрелла–Яна либо $x_1\, g(x_1,\mu_F)\ x_2\, g(x_2,\mu_F)$ в случае рождения C-четного кваркон   ия, η_c- или χ_c-мезонов, которые могут рождаться в реакции глюон-глюонного слияния, в лидирующем порядке теории возмущений.

Величина μ_F в выражении (3) представляет собой факторизационный масштаб. Глюоны (партоны) с виртуальностями $Q^2 < \mu_F^2$ включаются в распределение партонов в протоне, глюоны с $Q^2 > \mu_F^2$ должны быть отнесены к жесткому подпроцессу $\hat{\sigma}$. Очень важным является вопрос о том, какому именно значению μ_F отвечают функции $g(x,\mu_F)$, извлеченные из данных по сечениям рождения C-четных кварткониев.

Строго говоря, если просуммировать все порядки теории возмущений, то сечение не должно зависеть от μ_F. Однако если оборвать ряд теории возмущений, то в каждом конечном порядке зависимость от μ_F может получиться достаточно сильной. Обычно для оценки возможной неопределенности величину μ_F меняют в два раза в ту или иную сторону. На рис. 5b представлены распределения глюонов, полученные в LO группой MSTW в результате "глобального анализа" при значениях $\mu_F = 2$, $2/2 = 1$ и $2\cdot 2 = 4$ ГэВ. В области малых x наблюдается очень сильная зависимость $xg(x)$, обусловленная тем, что при малых x вероятность излучения нового глюона резко возрастает из-за большой величины $\ln(1/x)$. Действительно, среднее число глюонов $\langle n\rangle$, испускаемых в интервале $\Delta\ln\mu_F$, равно

$$\langle n\rangle \simeq \frac{\alpha_s N_c}{\pi}\ln\left(\frac{1}{x}\right)\Delta\ln\mu_F^2. \quad (4)$$

В обычном интервале, $\mu/2 < \mu_F < 2\mu$, при $\ln(1/x) = 8$ это дает $\langle n\rangle \simeq 8$. Чтобы компенсировать столь сильный эффект, в матричном элементе жесткого подпроцесса $\hat{\sigma}$ пришлось бы учитывать не менее 8 порядков теории возмущений, что выглядит практически нереальным.

Если схематически переписать формулу (3) как свертку партонных распределений $\mathrm{PDF}(\mu_F)$ и сечения элементарного процесса слияния C^{LO}:

$$\sigma(\mu_F) = \mathrm{PDF}(\mu_F)\otimes C^{\mathrm{LO}}\otimes \mathrm{PDF}(\mu_F),$$

то после учета дополнительного взаимодействия партонов она перейдет в выражение

$$\sigma(\mu_F) = \mathrm{PDF}(\mu_F)\otimes (C^{\mathrm{LO}} + \alpha_S C^{\mathrm{NLO}}_{\mathrm{corr}})\otimes \mathrm{PDF}(\mu_F).$$

В первом порядке по константе связи α_S поправки к элементарному слиянию обусловлены подпроцессами с испусканием одного глюона, например $gg \to \eta_c(\chi_c) + g$, или кварка, $qg \to \eta_c(\chi_c) + q$. Их вклад достаточно велик в области малых x, так как он содержит члены, пропорциональные $\ln 1/x$.

С другой стороны эти же подпроцессы ответственны за эволюцию партонных распределений. При изменении масштаба факторизации от m к μ_F полное сечение можно представить как

$$\sigma(\mu_F) = \mathrm{PDF}(m)\otimes\left[C^{\mathrm{LO}} + \frac{\alpha_S}{2\pi}\ln\left(\frac{\mu_F^2}{m^2}\right)(P_{\mathrm{left}}C^{\mathrm{LO}} + C^{\mathrm{LO}}P_{\mathrm{right}})\right]\otimes \mathrm{PDF}(m).$$

Здесь функции P_{left} и P_{right} обозначают ядра уравнений эволюции (уравнений ДГЛАП) в лидирующем порядке, действующие на партонные распределения слева или справа. Эти уравнения описывают зависимость партонных распределений от масштаба факторизации.

Полный вклад порядка α_S перераспределяется между ответом в лидирующем порядке $\mathrm{PDF}\otimes C^{\mathrm{LO}}\otimes\mathrm{PDF}$, определяя в нем зависимость партонных распределений от μ_F, и собственно поправкой к жесткому подпроцессу $\mathrm{PDF}\otimes\alpha_S C^{\mathrm{NLO}}_{\mathrm{cor}}\otimes\mathrm{PDF}$, которая, таким образом, тоже зависит от μ_F.

Масштаб факторизации $\mu_F = \mu_0$ в глюонном распределении $g(x,\mu_F)$ выбирается так, чтобы минимизировать $C^{\mathrm{NLO}}_{\mathrm{cor}}(\mu_F)$, включив тем самым в партонные распределения как можно большую часть поправок, значительных при малых x. Точнее, мы выбираем такое $\mu_F = \mu_0$, чтобы по возможности все поправки, обусловленные испусканием относительно мягких глюонов и усиленные большой величиной $\ln(1/x)$, оказались включенными в партонные распределения и пересуммированными там. Тогда оставшаяся зависимость сечения $\sigma(pp\to X + ...)$ от μ_F становится достаточно слабой.

4.1. Рождение $\mu^+\mu^-$-пар в процессе Дрелла–Яна. Чтобы продемонстрировать, насколько выбор правильного факторизационного масштаба $\mu_F = \mu_0$

улучшает стабильность теоретических предсказаний, рассмотрим процесс Дрелла–Яна, в котором известны не только NLO, но и NNLO (*next-to-next*) поправки к сечению.

На рис. 6a, позаимствованном из работы [15], показаны ожидаемые на БАК сечения образования па-

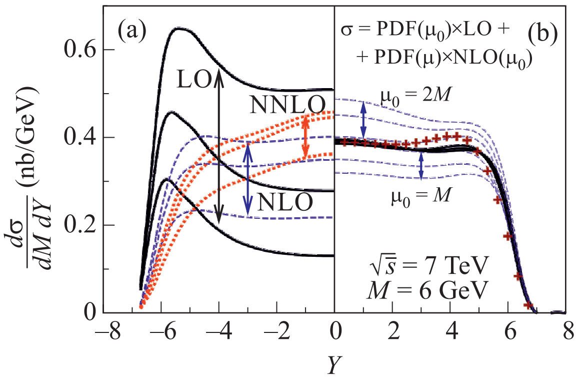

Рис. 6. (a) – Сечение процесса Дрелла–Яна рождения пары $\mu^+\mu^-$ при энергии БАК 7 ТэВ как функция быстроты Y в зависимости от выбора факторизационного масштаба ($\mu_F = M/2,\ M,\ 2M$) в LO, NLO и NNLO. (b) – Толстые линии отвечают выбору $\mu_F = \mu_0 = 1.4M$, который минимизирует $C_{\rm cor}^{\rm NLO}$ и демонстрирует стабильность по отношению к вариациям $\mu = M/2,\ M,\ 2M$ факторизационного масштаба, штриховые показывают, что стабильность пропадает при другом выборе μ_0. Крестиками обозначены NNLO-результаты для $\mu = \mu_0 = 1.4M$. Чтобы показать влияние только NNLO-поправок, как для NLO, так и для NNLO-вычислений использовалась NLO MSTW-параметризация партонных распределений (для NNLO-кривых на рис. a использовалась NNLO-параметризация)

ры мюонов с массой $M = 6$ ГэВ, вычисленные в лидирующем порядке с использованием факторизационного масштаба μ_F, взятого равным $M/2$, M и $2M$. Как видно из рисунка, в случае NLO-приближения при изменении μ_F от $M/2$ до $2M$ результат меняется почти в два раза. Если же выбрать для главного (LO) вклада значение $\mu_F = \mu_0$ (в данном процессе $\mu_0 = 1.4M$) и менять μ_F только в той части, которая описывает NLO-поправки, то стабильность результата (рис. 6b), резко возрастает. Более того, уже в рамках NLO мы получаем сечение, очень близкое к ожидаемому в следующем (NNLO) приближении.

При рождении тяжелых $\mu^+\mu^-$-пар масштаб $\mu_0 = 1.4M$ оказывается сравнительно большим, а наибольший интерес представляют распределения при относительно малых $\mu \sim (1{-}2)$ ГэВ. Поэтому мы рассмотрели ситуацию, когда отбираются события, в которых поперечный импульс пары мюонов ограничен, $k_t(\mu^+\mu^-) < k_0$. В этом случае значения μ_0 оказываются существенно меньше: $\mu_0 = 0.39M$ при $k_0 = M/4$ и $\mu_0 = 0.7M$ при $k_0 = M/2$ [16].

4.2. Образование кварккониев. К сожалению, в процессе Дрела–Яна, так же как и в случае глубоко неупругого рассеяния, непосредственно измеряются лишь распределения кварков. Чтобы определить распределения глюонов с малыми x, рассмотрим инклюзивное сечение образования кварккониев [17]. Напомним, что η_c-мезоны со спином 0 и χ_c-мезоны со спинами $J = 0, 2$, имеющие положительную зарядовую четность, могут сразу рождаться в реакции глюон-глюонного слияния в лидирующем порядке теории возмущений. Этот процесс, однако, запрещен правилами отбора Ландау–Янга [18] для мезонов со спином 1, например для J/Ψ или χ_{c1}. Таким образом, мезоны $\eta_c(0^{-+}, 2980)$, $\chi_{c0}(0^{++}, 3415)$ и $\chi_{c2}(2^{++}, 3556)$ выглядят предпочтительными.

Сечение рождения C-четного кварккония в pp-соударении в лидирующем порядке выражается через элементарное сечение глюон-глюонного слияния $\hat\sigma(gg \to C\text{-even quarkonium})$ и распределение глюонов в протоне $g(x, \mu_F)$ [19]:

$$\frac{d\sigma(pp \to \chi_c + ...)}{dY} = x_1\, g(x_1, \mu_F)\ x_2\, g(x_2, \mu_F) \times \\ \times \hat\sigma(gg \to C\text{-even quarkonium}). \qquad (5)$$

Величина элементарного (жесткого) сечения $\hat\sigma(gg \to C\text{-even quarkonium})$ вычисляется из значения волновой функции кварккония для η_c (ее производной в 0 для χ_c) либо выражается через ширину его распада:

$$\begin{aligned} \hat\sigma(gg \to \eta_c) &\simeq \frac{\pi^2\, \Gamma(\eta_c \to gg)}{8M_{\eta_c}^3} \simeq 539\,\text{нб}, \\ \hat\sigma(gg \to \chi_{c0}) &\simeq \frac{\pi^2\, \Gamma(\chi_{c0} \to gg)}{8M_{\chi_{c0}}^3} \simeq 124\,\text{нб}, \qquad (6) \\ \hat\sigma(gg \to \chi_{c2}) &\simeq \frac{5\pi^2\, \Gamma(\chi_{c2} \to gg)}{8M_{\chi_{c2}}^3} \simeq 85\,\text{нб}. \end{aligned}$$

В случае энергии БАК $\sqrt{s} = 8$ ТэВ в интервале быстрот $Y = 2{-}5$ эксперимент LHCb обеспечивает возможность измерения глюонных распределений вплоть до $x_2 \sim 2.5 \cdot 10^{-6}$, если брать данные по сечению рождения легчайшего η_c-мезона. При этом значение $x_1 \sim 0.03$ оказывается сравнительно большим и попадает в область, где плотность глюонов $g(x_1, \mu_F)$ уже достаточно хорошо известна.

Наиболее реалистической величиной масштаба факторизации в этих процессах, по нашим оценкам, является $\mu_F^2 = (2{-}3)$ ГэВ^2. Чтобы наиболее полно просуммировать поправки, усиленные большим логарифмом $\ln(1/x)$, и включить их в партонные распределения, мы рассмотрели подпроцесс $gq \to M + q$, где $M = \eta_c,\ \chi_c$.

Строго говоря, оптимальное значение $\mu_F = \mu_0$ зависит от поведения плотности глюонов в соответствующей области x и μ. Однако, как видно из таблицы, где значения $\mu_F = \mu_0$ вычислены в предположении $xg(x) \propto x^{-\Delta}$, оставшаяся неопределенность

Оптимальные значения μ_0^2 (в ГэВ^2), вычисленные в зависимости от показателя Δ в глюонном распределении

M	$\Delta = 0$ ($\hat{s} \to \infty$)	$\Delta = 0.1$	$\Delta = 0.2$	$\Delta = 0.3$
η_c	3.3	3.1	2.9	2.75
$\chi_c(0)$	2.4	2.3	2.2	2.1
$\chi_c(2)$	2.9	2.8	2.6	2.5

μ_F составляет менее 10–20 %, а отнюдь не фактор 2. Более того, по результатам измерений можно уточнить величину Δ и тем самым еще сильнее уменьшить неопределенность.

Наблюдать рождение чармониев можно по модам распада на фотон и J/ψ-мезон либо протон–антипротон или $\Lambda\bar{\Lambda}$: $Br(\chi_{c2} \to \gamma J/\psi) = 0.195 \pm 0.008$, $Br(\eta_c \to p\bar{p}) = (1.41 \pm 0.17) \cdot 10^{-3}$, $Br(\eta_c \to \Lambda\bar{\Lambda}) = (0.94 \pm 0.32) \cdot 10^{-3}$.

Данные по инклюзивному рождению боттомиев $\chi_{b2}(2^{++}, 9912)$ позволяют определить $g(x, Q^2)$ при $x \geq 8.3 \cdot 10^{-6}$, но на большем масштабе, $Q^2 = (15–20)$ ГэВ^2.

4.3. Эксклюзивное рождение J/ψ-мезонов. Рассмотрим еще один процесс: $pp \to p\ +\ J/\psi\ +\ p$. В силу отрицательной C-четности J/ψ-мезон нельзя получить при слиянии двух глюонов. Основным источником его образования является фоторождение (слияние фотона и двух глюонов в J/ψ-мезон), сечение которого в главном логарифмическом приближении имеет вид [20]

$$\left.\frac{d\sigma(\gamma p \to J/\psi\ +\ p)}{dt}\right|_{t=0} = \frac{\Gamma_{ee} M_{J/\psi}^3 \pi^3}{48\,\alpha_{em}} \times \left[\frac{\alpha_s(\mu^2)}{\mu^4} xg(x,\mu)\right]^2, \qquad (7)$$

где Γ_{ee} – ширина распада $J/\psi \to ll$ на два лептона, а масштаб $\mu = M_{J/\psi}/2$.

Поток эквивалентных фотонов, испускаемых одним из протонов, хорошо известен. Таким образом, с помощью уравнения (7) можно из данных по эксклюзивному образованию J/ψ определять плотность глюонов.

С экспериментальной точки зрения это наиболее удобный способ измерения $xg(x,\mu)$ на достаточно низком масштабе, $\mu^2 = 2.4$ ГэВ^2, позволяющий в условиях установки LHCb при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ дойти до $x \approx 5.6 \cdot 10^{-6}$. Соответствующие данные уже были опубликованы и проанализированы в работе [21]. Однако, строго говоря, сечение этого процесса при $t \neq 0$ описывается не обычными (диагональными) распределениями партонов (глюонов), а так называемыми обобщенными распределениями (GPDF). Поэтому в работе [21] использовалось специальное преобразование [22], позволяющее при малых x выразить обобщенные распределения глюонов через обычные функции $xg(x,\mu)$ с точностью порядка $O(x)$.

Кроме того, в отличие от инклюзивных сечений в случае эксклюзивного рождения приходится учитывать не слишком малые при pp-взаимодействиях абсорбционные поправки. Они зависят от быстроты Y, достигая 40 % при $Y = 5$. Поскольку их приходится вычислять в рамках отдельной модели мягкого взаимодействия, результат оказывается хотя и слабо, но модельно-зависимым. По этой причине измерение плотности глюонов по инклюзивному рождению кваркониев кажется более предпочтительным.

1. V. S. Fadin, E. A. Kuraev, and L. N. Lipatov, Phys. Lett. B **60**, 50 (1975); Э. А. Кураев, Л. Н. Липатов, В. С. Фадин, ЖЭТФ **71**, 840 (1976) [Sov. Phys. JETP **44**, 443 (1976)]; ЖЭТФ **72**, 377 (1977) [Sov. Phys. JETP **45**, 199 (1977)]; Я. Я. Балицкий, Л. Н. Липатов, ЯФ **28**, 1597 (1978) [Sov. J. Nucl. Phys. **28**, 822 (1978)]; V. S. Fadin, B. L. Ioffe, and L. N. Lipatov, *Quantum Chromodynamics: Perturbative and Nonperturbative Aspects*, Camb. Univ. Press (2010).
2. G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B **126**, 298 (1977)l; В. Н. Грибов, Л. Н. Липатов, ЯФ **15**, 781 (1972) [Sov. J. Nucl. Phys. **15**, 438 (1972)]; ЯФ **15**, 1218 (1972) [Sov. J. Nucl. Phys. **15**, 675 (1972)]; Ю. Л. Докшицер, ЖЭТФ **71**, 1216 (1977) [Sov. Phys. JETP **46**, 641 (1977)]; препринт ЛИЯФ # 330 (1977).
3. M. Ciafaloni, D. Colferai, and G. P. Salam, Phys. Rev. D **60**, 114036 (1999); hep-ph/9905566; G. P. Salam, JHEP **9807**, 019 (1998); hep-ph/9806482; V. A. Khoze, A. D. Martin, M. G. Ryskin, and W. J. Stirling, Phys. Rev. D **70**, 074013 (2004); hep-ph/0406135.
4. В. Н. Грибов, ЖЭТФ **26**, 414 (1968).
5. Л. Н. Липатов, ЖЭТФ **63**, 904 (1986).
6. M. G. Ryskin, A. D. Martin, and V. A. Khoze, Eur. Phys. J. C **71**, 1617 (2011); arXiv:1102.2844.
7. T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Z. Skands, Comput. Phys. Commun. **178**, 852 (2008); arXiv:0710.3820.
8. V. A. Schegelsky and M. G. Ryskin, Phys. Rev. D **85**, 094024 (2012); arXiv:1112.3243.

9. V. A. Khoze, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, Eur. Phys. J. C **74**, 2756 (2014); arXiv:1312.3851; V. A. Khoze, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, arXiv:1402.2778.
10. В. А. Абрамовский, В. Н. Грибов, О. В. Канчели, ЯФ **18**, 308 (1973).
11. G. Antchev, P. Asppel, I. Atanassov et al. (TOTEM Collaboration), Europhys. Lett. **101**, 21002 (2013).
12. G. Antchev, P. Asppel, I. Atanassov et al. (TOTEM Collaboration), Europhys. Lett. **95**, 41001 (2011); arXiv:1110.1385.
13. A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne, and G. Watt, Eur. Phys. J. C **63**, 189 (2009); arXiv:0901.0002.
14. R. D. Ball, V. Bertone, F. Cerutti et al. (NNPDF Collaboration), Nucl. Phys. B **855**, 153 (2012); arXiv:1107.2652.
15. E. G. de Oliveira, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, Eur. Phys. J. C **72**, 2069 (2012).
16. E. G. de Oliveira, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, Eur. Phys. J. C **73**, 2361 (2013); arXiv:1212.3135.
17. D. Diakonov, M. G. Ryskin, and A. G. Shuvaev, JHEP **1302**, 069 (2013); arXiv:1211.1578.
18. V. B. Berestetskii, E. M. Lifshits, and L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics*, Reed Publishing (2002).
19. Y. L. Dokshitzer, D. Diakonov, and S. I. Troian, Phys. Rept. **58**, 269 (1980).
20. M. Ryskin, Z. Phys. C **57**, 89 (1993).
21. S. P. Jones, A. D. Martin, M. G. Ryskin, and T. Teubner, JHEP **1311**, 085 (2013); arXiv:1307.7099.
22. A. G. Shuvaev, K. J. Golec-Biernat, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, Phys. Rev. D **60**, 014015 (1999); hep-ph/9902410; A. Shuvaev, Phys. Rev. D **60**, 116005 (1999); hep-ph/9902318.