Письма в ЖЭТФ, том 99, вып. 11, с. 735 – 742

Параметрический резонанс в системе длинных джозефсоновских переходов

И. Р. Рахмонов[+*1)], *Ю. М. Шукринов*[+×], *А. Ирие*[○2)]

[+] *Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия*

[*] *Физико-технический институт им. Умарова АН РТ, 734063 Душанбе, Таджикистан*

[×] *Международный университет природы общества и человека "Дубна", 141980 Дубна, Россия*

[○] *Университет Утсуномии, 321-8585 Утсуномия, Япония*

Поступила в редакцию 7 апреля 2014 г.

После переработки 25 апреля 2014 г.

На основе исследования фазовой динамики системы длинных джозефсоновских переходов, длина которых превышает джозефсоновскую глубину проникновения, показана возможность возникновения продольной плазменной волны и реализации параметрического резонанса. Расчеты проведены с учетом как индуктивной, так и емкостной связи между джозефсоновскими переходами. Рассчитаны вольт–амперные характеристики, пространственно-временные зависимости электрического заряда в сверхпроводящих слоях и магнитного поля во всех джозефсоновских переходах системы. В области параметрического резонанса, начиная с определенной длины джозефсоновского перехода, наблюдается сосуществование продольной плазменной волны и флюксонных состояний. Это свидетельствует о возникновении нового уникального коллективного возбуждения в системе связанных джозефсоновских переходов, а именно композитного состояния джозефсоновского тока, электрического поля и вихревого магнитного поля.

DOI: 10.7868/S0370274X14110058

В высокотемпературных сверхпроводниках, таких, как $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$, сверхпроводящие и диэлектрические слои образуют систему связанных джозефсоновских переходов (ДП), в которой наблюдается внутренний эффект Джозефсона [1]. Эта система является одним из перспективных объектов сверхпроводящей электроники [2, 3]. Широкие возможности для различных применений представляет когерентное электромагнитное излучение из данной системы в терагерцовой области частот [4]. Однако механизм этого излучения до настоящего времени остается неясным. Ведется интенсивный поиск новых возможностей для увеличения мощности излучения, которая по последним данным [5] составляет около 600 мкВт на частоте 0.5 ТГц при использовании нескольких последовательно соединенных стеков. Наиболее интенсивное когерентное излучение соответствует области вольт-амперной характеристики (ВАХ), в которой происходит переключение с верхней ветви на внутренние [3]. В работе [6] показано, что в этой области ВАХ в результате параметрического резонанса джозефсоновские осцилляции возбуждают продольную плазменную волну (ППВ). Резонанс приводит к увеличению амплитуды осцилляций электрического заряда в сверхпроводящих слоях [6, 7]. До настоящего времени параметрический резонанс в системе связанных ДП исследовался лишь в рамках одномерной модели, т.е. рассматривалась система коротких ДП, длина которых L меньше джозефсоновской глубины проникновения λ_J. Большинство же экспериментальных результатов связано именно с длинными ДП, в которых $L > \lambda_J$. Поскольку речь будет идти в основном, о длинных ДП, в дальнейшем изложении слово "длинный" опускается.

В случае одного ДП в отсутствие внешнего магнитного поля на ВАХ наблюдаются ступеньки нулевого поля [8–10], которые обусловлены наличием флюксонных состояний. В случае системы ДП флюксонные состояния могут возникать в каждом ДП стека. В связи с этим возникает вопрос о возможности сосуществования флюксонных состояний и ППВ. Следует отметить многообразие коллективных состояний [11] в системе связанных ДП. Джозефсоновский ток, текущий вдоль оси c, связывает-

[1)] e-mail: rahmonov@theor.jinr.ru, ilhom-tj@inbox.ru

[2)] A. Irie

ся с электромагнитным полем внутри диэлектрических слоев, образуя джозефсоновскую плазму. Джозефсоновские плазменные осцилляции коллективно возбуждаются во всех ДП стека. Стек реагирует на внешнее электромагнитное возбуждение как целое. (Впервые это было продемонстрировано в работе [12].) Экспериментально джозефсоновские плазменные возбуждения наблюдаются при исследовании оптического отражения и микроволнового резонансного поглощения [13, 14]. Джозефсоновская плазменная волна, возникающая в слоистых сверхпроводниках, является уникальным коллективным возбуждением и рассматривается как композитная волна джозефсоновского тока и электромагнитного поля [15]. В настоящей работе мы демонстрируем, что в длинных ДП возникает новое коллективное возбуждение, объединяющее свойства джозефсоновского тока, электрического поля и вихревого магнитного поля. Этот результат является естественным обобщением случая коротких ДП. Важность исследования системы связанных ДП заключается еще и в том, что она может служить лабораторией для исследования коллективных возбуждений в сверхпроводящих структурах. Следует отметить работы, в которых предлагается использовать свойства ППВ для синхронизации джозефсоновских осцилляций в разных ДП стека, а также в разных стеках на одной подложке из слоистого сверхпроводника с целью увеличения мощности когерентного электромагнитного излучения [16].

Для описания системы ДП Сакаем, Бодиным и Педерсеном [17] была предложена модель, учитывающая индуктивную связь между ДП. Емкостная связь в предложенной модели не учитывалась. Обобщение модели на случай обеих типов связи было проведено Мачидой и Сакаем [18]. Однако ими не учитывался диффузионный ток [19], значение которого подчеркивалось в ряде работ [20–22]. Кроме того, исследование ВАХ в рамках обобщенной модели Мачиды и Сакая до настоящего времени не проводилось. Другой принципиальной проблемой, которая также до сих пор оставалась неисследованной, является возможность реализации параметрического резонанса и возбуждения ППВ вдоль стека длинных ДП. Было неясно, какую роль сыграет индуктивная связь: будет ли она способствовать или, наоборот, препятствовать реализации параметрического резонанса.

В настоящей работе впервые в рамках обобщенной модели, учитывающей как индуктивную, так и емкостную связь, а также диффузионный ток, проведено подробное исследование ВАХ и пространственно-временных зависимостей электрического заряда в сверхпроводящих слоях и магнитного поля во всех ДП. Показано, что в системе длинных ДП, как и в случае системы коротких ДП, возникает ППВ и реализуется параметрический резонанс. В области параметрического резонанса, начиная с определенной длины ДП, наблюдается сосуществование ППВ и флюксонных состояний.

Рассмотрим систему $N+1$ сверхпроводящих слоев, которые вместе с промежуточными диэлектрическими слоями образуют систему связанных ДП. Направим ось x вдоль длины L ДП, ось y вдоль ширины W ДП, а ось z перпендикулярно слоям. Сверхпроводящие слои с номерами l и $l-1$ образуют l-й ДП. Он описывается калибровочно-инвариантной разностью фаз $\varphi_l = \theta_l - \theta_{l-1} - \frac{2e}{\hbar c}\int\limits_{z_{l-1}}^{z_l} A_z dz$, где θ_l – фаза параметра порядка l-го сверхпроводящего слоя, e – заряд электрона, $\hbar$ – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме, A_z – векторный потенциал барьера. В рассматриваемом случае предполагается, что ширина ДП намного меньше джозефсоновской глубины проникновения магнитного поля ($W \ll \lambda_{\mathrm{J}}$).

Плотность заряда в сверхпроводящем слое определяется выражением [18]

$$Q_l = -\frac{\varepsilon}{4\pi\lambda_e^2}\left(\phi_l + \frac{\hbar}{2e}\frac{\partial\theta_l}{\partial t}\right), \tag{1}$$

где ε – диэлектрическая проницаемость изолирующего слоя, λ_e – дебаевская длина экранирования, ϕ_l – скалярный потенциал l-го сверхпроводящего слоя, t – время. Учитывая выражение (1), связь между напряженностью электрического поля и векторным потенциалом $E_z = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial A_z}{\partial t} - \dfrac{\partial \phi}{\partial z}$, уравнение Пуассона $\dfrac{\partial E_z}{\partial z} = \dfrac{4\pi}{\varepsilon}Q$, а также формулу $V = d_I E$, получаем обобщенное соотношение Джозефсона [18]:

$$\frac{\hbar}{2e}\frac{\partial\varphi_l}{\partial t} = D_c V_l + s_c V_{l+1} + s_c V_{l-1}, \tag{2}$$

где $D_c = 1 + (2\lambda_e/d_I)\coth(d_s/\lambda_e)$ – эффективная электрическая толщину ДП, нормированная на толщину диэлектрического слоя d_I, $s_c = -\lambda_e/[d_I \sinh(d_s/\lambda_e)]$ – параметр емкостной связи, V_l – напряжение в l-м ДП, d_s – толщина сверхпроводящего слоя. Поскольку d_s/λ_e мало, раскладывая $\coth(d_s/\lambda_e)$ и $\sinh(d_s/\lambda_e)$ в ряд Тейлора, можно записать выражения для эффективной электрической толщины ДП и параметра емкостной связи как $D_c = 1 + 2\lambda_e^2/(d_I d_s)$ и $s_c = -\lambda_e^2/(d_I d_s)$ соответственно.

Плотность поверхностного тока в сверхпроводящем слое определяется выражением [18]

$$j_{x,l} = -\frac{c}{4\pi\lambda_{\mathrm{L}}^2}\left(A_{x,l} - \frac{\hbar c}{2e}\frac{\partial\theta_l}{\partial x}\right), \qquad (3)$$

где λ_{L} – лондоновская глубина проникновения. С учетом (3) и соотношений $B_y = -\left(\frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z}\right)$, $\frac{\partial^2 B_{z,l}}{\partial z^2} = \frac{1}{\lambda_{\mathrm{L}}^2} B_{z,l}$ определяется производная разности фаз по координате:

$$\frac{\hbar c}{2eD_{\pounds}}\frac{\partial\varphi_l}{\partial x} = B_l + SB_{l+1} + SB_{l-1}, \qquad (4)$$

где $S = s_{\pounds}/D_{\pounds}$ – параметр индуктивной связи, $s_{\pounds} = -\lambda_{\mathrm{L}}/\sinh(d_s/\lambda_{\mathrm{L}})$, $D_{\pounds} = d_I + 2\lambda_{\mathrm{L}}\coth(d_s/\lambda_{\mathrm{L}})$ – эффективная магнитная толщина. Отметим, что параметр индуктивной связи S принимает значения в интервале $0 < |S| < 0.5$. Таким образом, система уравнений для разностей фаз и напряжений во всех ДП стека, которая определяет фазовую динамику системы ДП, записывается в виде

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\varphi_l}{\partial t} = D_c V_l + s_c V_{l+1} + s_c V_{l-1}, \\ \dfrac{\partial V_l}{\partial t} = \sum\limits_{n=1}^{N}\left(\pounds^{-1}_{l,n}\dfrac{\partial^2\varphi_n}{\partial x^2}\right) - \sin\varphi_l - \beta\dfrac{\partial\varphi_l}{\partial t} + I, \end{cases} \qquad (5)$$

где матрица индуктивной связи

$$\pounds = \begin{pmatrix} 1 & S & 0 & \dots & & & S \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & S & 1 & S & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S & & & \dots & 0 & S & 1 \end{pmatrix}.$$

В системе уравнений (5) время нормировано на плазменную частоту ДП $\omega_p = \sqrt{8\pi d_I e j_c/(\hbar\varepsilon)}$, напряжение – на $V_0 = \hbar\omega_p/(2e)$, координата x – на джозефсоновскую глубину проникновения $\lambda_{\mathrm{J}} = \sqrt{\hbar c^2/(8\pi e j_c D_{\pounds})}$, ток – на критический ток j_c, магнитное поле B – на $B_0 = \hbar c/(2eD_{\pounds}\lambda_{\mathrm{J}})$. Здесь $\beta = \sigma V_0/(d_I j_c)$ – параметр диссипации.

Система уравнений (5) решается численно с использованием метода Рунге–Кутта четвертого порядка. Для вычисления ВАХ проводится усреднение $V_l(x,t)$ по координате и времени. На каждом шаге по времени проводятся интегрирование напряжения по координате по методу Симпсона и усреднение $\bar{V}(t) = (1/L)\int_0^L V_l(x,t)dx$. Напряжение усредняется по времени с использованием формулы $V = 1/(T_{\max}-T_{\min})\int_{T_{\min}}^{T_{\max}}\bar{V}(t)dt$. При этом применяется метод прямоугольников. Величина внутреннего магнитного поля в ДП определяется производной разности фаз по координате:

$$\frac{\partial\varphi_l}{\partial x} = B_l + SB_{l+1} + SB_{l-1}. \qquad (6)$$

Плотность электрического заряда в сверхпроводящих слоях вычисляется как разность напряжений в соседних ДП:

$$Q_l = Q_0(V_{l+1} - V_l), \qquad (7)$$

где $Q_0 = \varepsilon V_0/(4\pi d_s d_I)$.

В настоящей работе расчеты проводятся для стека с 10 ДП при $\beta = 0.2$ и периодических граничных условиях в нулевом внешнем магнитном поле. При этом ток увеличивается от минимального значения $I_{\min} = 0.01$ до $I_{\max} = 1.1$ и затем уменьшается до нуля. К току добавляется шум с амплитудой $\delta I = \pm 10^{-8}$. Шаг по координате $\Delta x = 0.05$. Временной домен для усреднения составляет 200 с параметром дискретизации $\Delta t = \Delta x/4$. Шаг по току равен 0.005, а в интервале 0.1–0.95 составляет 0.0001.

Для выделения эффектов, обусловленных системой связанных ДП, мы вначале рассмотрим вкратце *свойства одиночного ДП*. На рис. 1a приведена однопетлевая ВАХ одиночного ДП длиной $L = 5$. Черными стрелками указано направление изменения тока при одном цикле его изменения от нуля до $I_{\max} = 1.1$ и обратно. Мы видим, что при уменьшении тока на ВАХ имеются три ступеньки нулевого поля (цифры *1*, *2*, *3*). Происхождение этих ступенек связано с образованием в ДП флюксонных состояний [23]. Скорость флюксона u определяется выражением [24] $u = [1 + (4\beta/\pi I)^2]^{-1/2}$. Она нормирована на скорость Свихарта $c_j = \omega_p\lambda_{\mathrm{J}}$. При выполнении условия $u = 1$ периодическое движение флюксона приводит к среднему значению напряжения

$$V_{\mathrm{ZFS}} = \frac{2\pi n u}{L} \qquad (8)$$

и образованию соответствующей ступеньки на ВАХ. Появление n флюксонов в ДП приводит к возникновению n ступенек на ВАХ [23–25, 11]. В рассчитанной нами ВАХ положение ступенек по напряжению хорошо согласуется с теоретическими оценками, проведенными по формуле (8).

Естественно, возникновение флюксонных состояний, являющихся вихрями сверхпроводящего тока, приводит к резкому возрастанию среднего значения сверхпроводящего тока и, соответственно, к резкому падению напряжения перед переходом на ступеньки. На рис. 1b двойными стрелками продемонстрировано

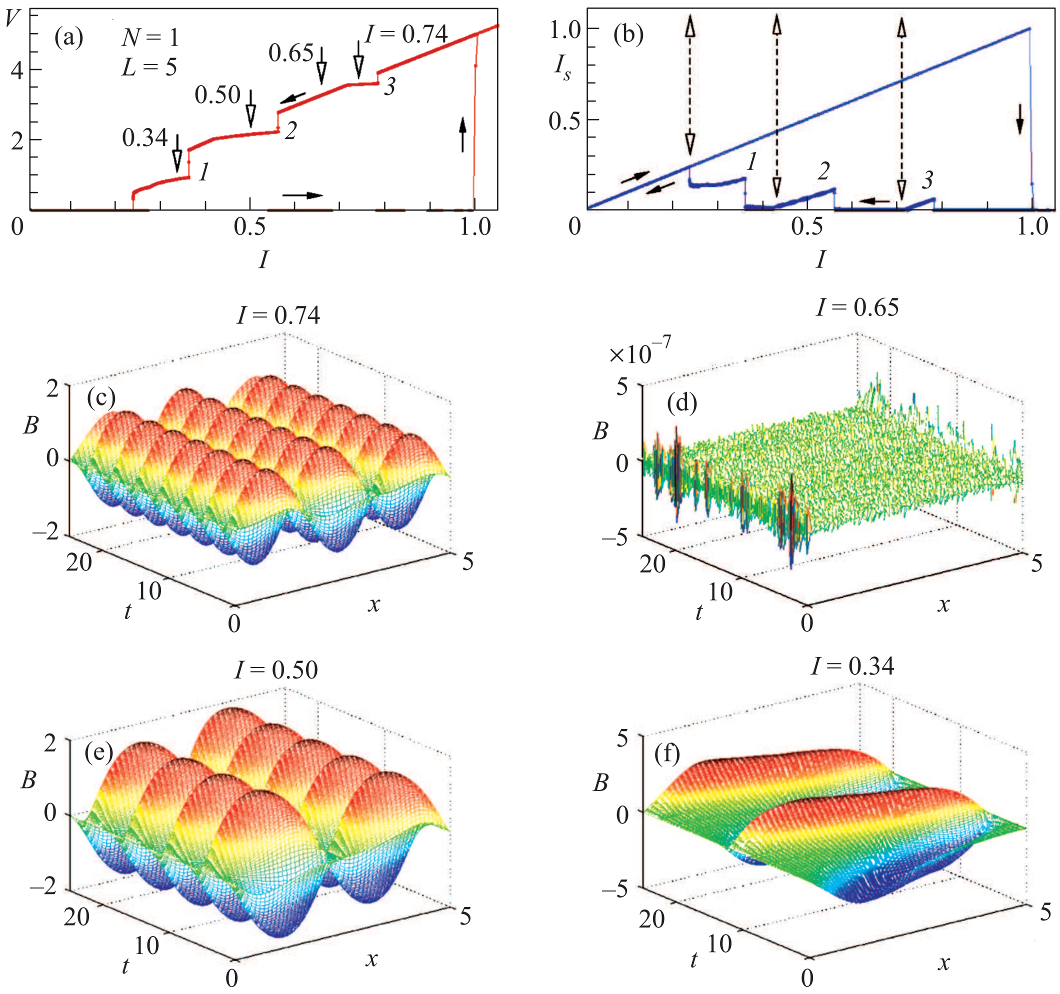

Рис. 1. (a) – ВАХ ДП длиной $L = 5$. (b) – Зависимость среднего значения сверхпроводящего тока I_s от полного тока I того же ДП. (c–f) – Пространственно-временные зависимости магнитного поля в ДП, соответствующие различным участкам ВАХ при $I = 0.74$ (c), 0.65 (d), 0.50 (e), 0.34 (f)

соответствие зависимости среднего значения сверхпроводящего тока от величины полного тока и ВАХ.

Для непосредственной демонстрации флюксонных состояний на рис. 1 приведены пространственно-временные зависимости магнитного поля в ДП при значениях полного тока, соответствующих ступенькам на ВАХ. Эта зависимость в области третьей ступеньки (при $I = 0.74$) показана на рис. 1c. Она демонстрирует образование трехфлюксонного состояния в интервале тока, отвечающего третьей ступеньке на ВАХ. Вне области ступенек, например при $I = 0.65$ (рис. 1d), магнитное поле в ДП флуктуирует на уровне шума. Двухфлюксонное состояние при $I = 0.5$, соответствующее второй ступеньке, показано на рис. 1e. На рис. 1f приведена пространственно-временная зависимость магнитного поля в области первой ступеньки (при $I = 0.45$), соответствующая состоянию с одним флюксоном.

Перейдем теперь к исследованию *системы* ДП *с учетом как емкостной, так и индуктивной связей между ними.* На рис. 2a приведена ВАХ десяти ДП длиной $L = 5$ с параметрами индуктивной связи $S = -0.05$ и емкостной связи $D_c = 1.1$, $s_c = -0.05$. Чтобы проследить детально влияние индуктивной связи, мы выбрали значение параметра $S = -0.05$, что соответствует слабой индуктивной связи между ДП.

Как и в случае одиночного ДП, на ВАХ наблюдаются три ступеньки нулевого поля. Они отмечены горизонтальными полыми стрелками и цифрами *1*, *2*, *3*. Известно [6], что фундаментальный параметрический резонанс в системе коротких ДП соответствует области точки излома на верхней ветви ВАХ (все ДП находятся во вращательном (R) состоянии, $\langle d\varphi/dt\rangle = \text{const}$). Затем происходит переключение одного или нескольких ДП в осциллирую-

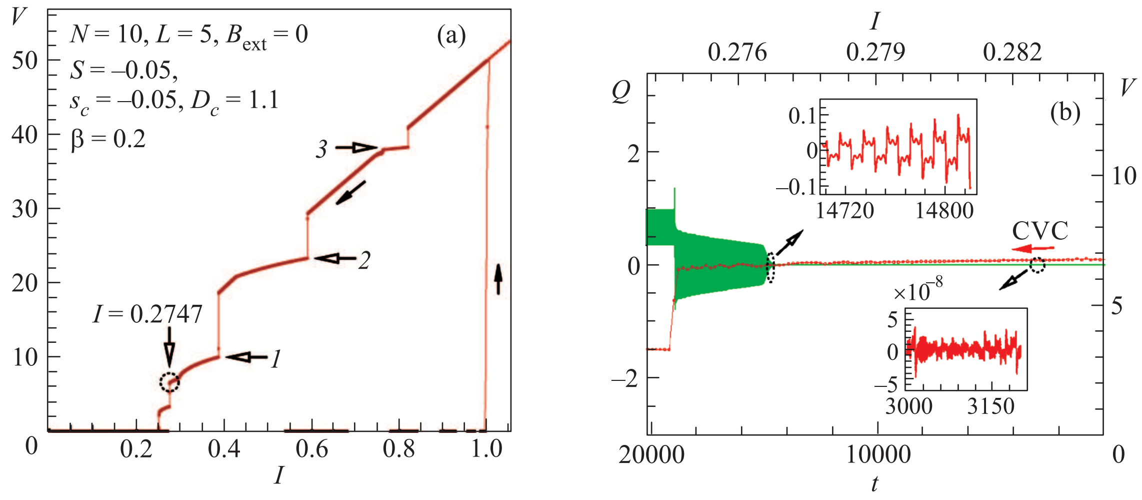

Рис. 2. (a) – ВАХ системы с десятью ДП длиной $L = 5$ при $s_c = -0.05$, $D_c = 1.1$, $S = -0.05$. (b) – Временная зависимость электрического заряда, усредненного по координате в первом сверхпроводящем слое, вместе с ВАХ в области параметрического резонанса при тех же значениях параметров модели. Вставки увеличивают части временной зависимости, демонстрирующие характер осцилляций заряда

щее (O) состояние ($\langle d\varphi/dt\rangle = 0$). Поэтому в первую очередь следует проанализировать временную зависимость электрического заряда в сверхпроводящих слоях именно в этой области переключения ДП. Ступеньки нулевого поля принадлежат верхней ветви ВАХ, так как они соответствуют R-состояниям ДП. Как показывает анализ распределения среднего значения производной по времени от разности фаз в каждом ДП (или вдоль стека), переключение с верхней ветви ВАХ происходит при $I = 0.2747$ (это указано вертикальной полой стрелкой на рис. 2a).

Временная зависимость усредненного по координате значения заряда в первом сверхпроводящем слое вместе с соответствующей частью ВАХ приведена на рис. 2b. Как и в случае коротких ДП, при приближении к точке переключения наблюдается рост амплитуды осцилляций электрического заряда в сверхпроводящих слоях. Это указывает на наличие резонанса. Детальный анализ расчетных данных подтверждает, что в этой области реализуется параметрический резонанс $\omega_{\text{J}} = 2\omega_{\text{LPW}}$ и происходит возбуждение ППВ вдоль стека ДП. Верхняя вставка к рис. 2b демонстрирует характер осцилляций в области параметрического резонанса. Нижняя вставка показывает, что вдали от области параметрического резонанса заряд осциллирует на уровне шума. В отличие от случая системы коротких ДП [6] область параметрического резонанса здесь значительно шире по току. Кроме того, параметрический резонанс реализуется при меньшем напряжении ($V_{\text{LPW}} = 6.6388$), т.е. частота возбуждаемой ППВ ниже, чем в случае коротких ДП.

Как отмечалось выше, одним из основных результатов настоящей работы является предсказание сосуществования флюксонного состояния и ППВ в стеке ДП. Для демонстрации этого факта нами рассчитаны пространственно-временные зависимости заряда в сверхпроводящих слоях и магнитного поля в ДП системы. Распределение заряда вдоль стека и вдоль пространственной координаты x при значении приложенного тока $I = 0.2750$ в фиксированный момент времени представлено на рис. 3a. Мы наблюдаем наличие вдоль стека ДП ППВ с длиной волны $\lambda = 2$ (λ нормирована на период решетки $d = d_I + d_s$). Распределение заряда вдоль координаты оказывается неоднородным во всех ДП системы. Последнее связано с возбуждением флюксонных (антифлюксонных) состояний. Этот вывод подтверждает распределение магнитного поля в ДП вдоль стека и вдоль координаты x, приведенное на рис. 3b при тех же параметрах модели. Данное распределение демонстрирует наличие флюксона (антифлюксона) в каждом ДП стека.

Рассмотрим более детально динамику ППВ и флюксонных состояний в системе длинных ДП. Рис. 4a демонстрирует одинаковое распределение заряда вдоль координаты x в фиксированный момент времени во всех четных и нечетных сверхпроводящих слоях. Вертикальные стрелки на рисунке указывают направление изменения значений заряда, а горизонтальные – направление движения флюксонов. Неоднородность заряда вдоль координаты x обусловлена возникновением в ДП флюксонных состояний. Рис. 4b иллюстрирует пространственно-временную зависимость заряда в первом сверхпро-

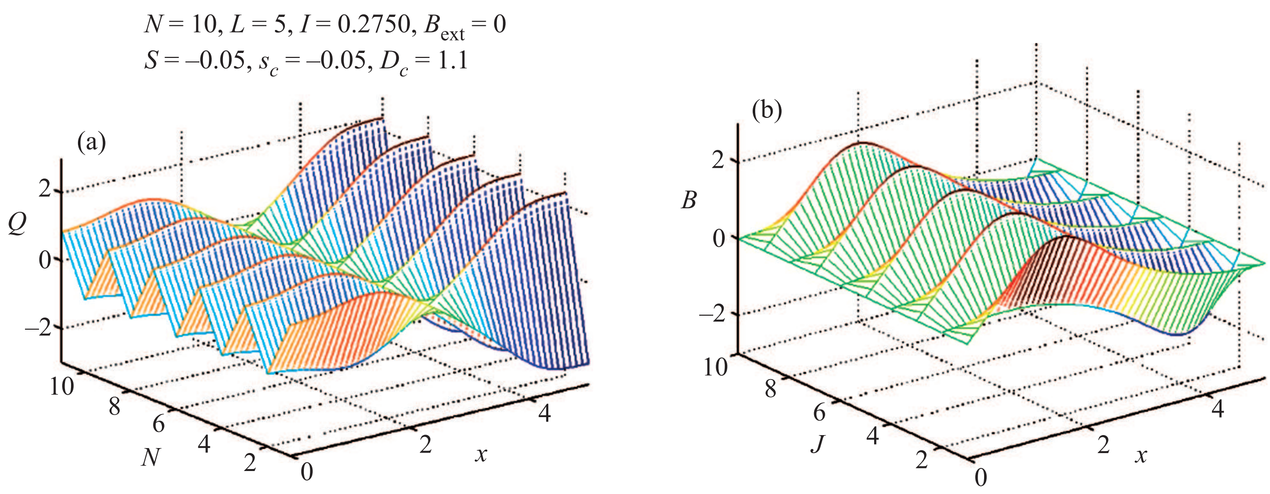

Рис. 3. (a) – Пространственное распределение электрического заряда в сверхпроводящих слоях (N – номер слоя) в фиксированный момент времени в области параметрического резонанса (при $I = 0.2750$) для стека с 10 ДП при тех же значениях параметров, что и на рис. 2. (b) – То же для магнитного поля в ДП стека (J – номер ДП)

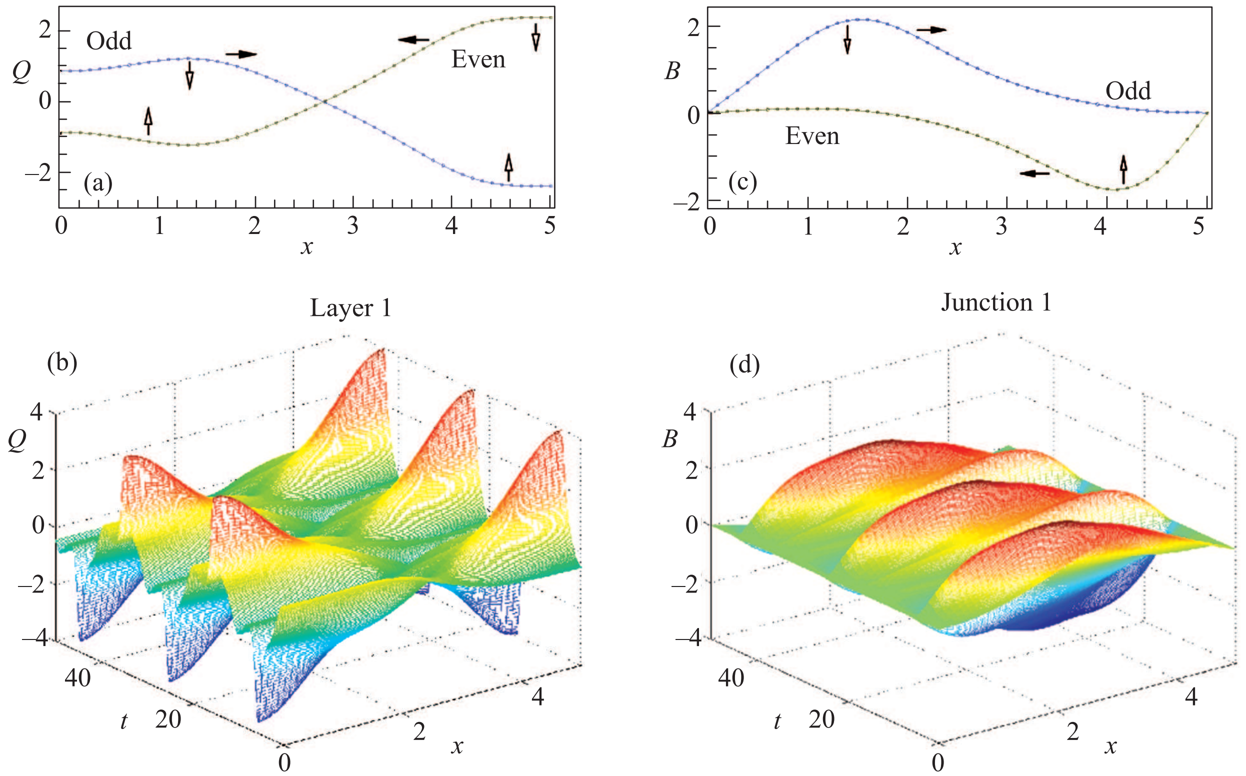

Рис. 4. (a) – Пространственное распределение электрического заряда в четных и нечетных сверхпроводящих слоях в фиксированный момент времени. Вертикальные стрелки указывают направление изменения заряда, а горизонтальные – направление движения флюксона. (b) – Динамика пространственного распределения заряда в первом сверхпроводящем слое. (c) – Пространственное распределение магнитного поля в четных и нечетных ДП в фиксированный момент времени. Роль стрелок аналогична (рис. a). (d) – Динамика пространственного распределения магнитного поля в первом ДП стека

водящем слое. Хорошо просматривается устойчивая динамика осцилляций заряда. Распределение внутреннего магнитного поля вдоль координаты x во всех ДП в фиксированный момент времени, демонстри-

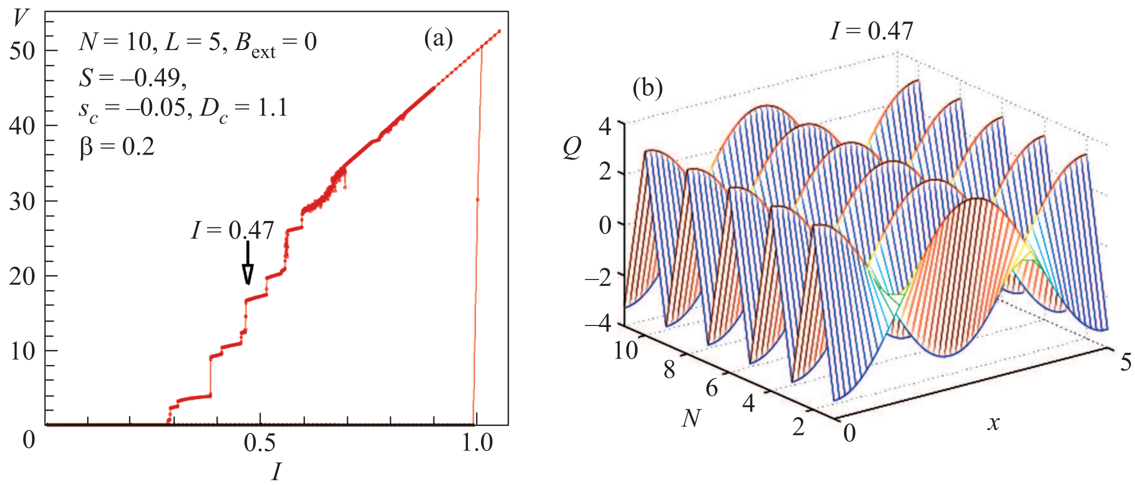

Рис. 5. (a) – ВАХ системы с десятью ДП длиной $L = 5$ при $s_c = -0.05$, $D_c = 1.1$, $S = -0.49$. (b) – Пространственное распределение электрического заряда в сверхпроводящих слоях при $I = 0.47$ в фиксированный момент времени в области параметрического резонанса для стека с 10 ДП при тех же значениях параметров, что и на рис. a

рующее однофлюксонные состояния, приведено на рис. 4c. Здесь горизонтальные стрелки по-прежнему указывают направление движения флюксонов, а вертикальные – изменение магнитного поля. Поскольку в этой области в системе образуется ППВ с волновым числом π/d (где π – мода), флюксонные состояния в соседних (четных и нечетных) ДП оказываются противоположными друг другу. На рис. 4d представлена пространственно-временная зависимость магнитного поля в первом ДП, демонстрирующая устойчивую динамику флюксонного состояния. В остальных ДП наблюдается аналогичное поведение. Приведенные результаты подтверждают возможность реализации в системе длинных ДП параметрического резонанса, который возникает в состоянии, соответствующем флюксонной ветви.

Обсудим вкратце возможность экспериментальной реализации исследованных эффектов. Для этого рассчитаем ВАХ и пространственное распределение электрического заряда при величине индуктивной связи, близкой к экспериментальному значению. Экспериментальное значение параметра индуктивной связи в слоистых сверхпроводниках типа BSCCO близко к величине $S = -0.49$ [26]. Значение параметра емкостной связи в этих материалах также соответствует выбранной нами величине $s_c = -0.05$ [18]. На рис. 5a приведена ВАХ при этих значениях параметров связи. В отличие от результата, представленного на рис. 2a, в данном случае ВАХ демонстрирует интенсивное ветвление в гистерезисной области. Сильная индуктивная связь приводит к тому, что в разных ДП образуется разное количество флюксонов. Это вызывает дополнительное ветвление ВАХ. Отметим, что в отсутствие индуктивной связи ВАХ системы соответствует ВАХ одиночного перехода: во всех ДП образуются одинаковые флюксонные состояния. При слабой индуктивной связи в каждом ДП образуется одинаковое количество флюксонов с разной динамикой, т.е. с противоположной фазой. Анализ среднего значения производной по времени от разности фаз во всех ДП и временной зависимости заряда во всех сверхпроводящих слоях показал, что переключение части ДП из R-состояния в O-состояние происходит при $I = 0.466$. Таким образом, ветвление ВАХ при значениях тока через стек ДП $I > 0.466$ связано с возникновением флюксонных состояний (ступеней нулевого поля). Ветви же на ВАХ при $I < 0.466$ обусловлены как переключениями ДП стека из вращательного состояния в осциллирующее, так и флюксонными состояниями.

Параметрический резонанс и связанный с ним рост амплитуды заряда в сверхпроводящих слоях начинаются при $I = 0.47$ (стрелка на рис. 5a). Пространственное распределение заряда в фиксированный момент времени, представленное на рис. 5b, демонстрирует наличие ППВ с $\lambda = 2$ вдоль стека ДП. Неоднородное распределение заряда вдоль координаты x обусловлено образованием двухфлюксонного (флюксон–антифлюксон) состояния. Таким образом, при значении параметра индуктивной связи, близком к экспериментальному, ситуация не отличается от представленной на рис. 3. Приведенные результаты демонстрируют возможность реализации в системе ДП состояния, отвечающего сосуществованию в ней как флюксонов, так и ППВ. Как уже отмечалось, сама по себе ППВ представляет собой композитное образование, состоящее из джозефсоновского тока и электрического поля [15]. Мы видим, что учет длины ДП приводит к возможности возникновения в системе связанных ДП нового коллективного возбуждения, объединяющего свойства джозефсоновского тока, электрического поля и вихревого магнитного поля.

В заключение отметим, что проведенные исследования фазовой динамики системы длинных джозефсоновских переходов с индуктивной и емкостной связью, ВАХ и пространственно-временных зависимостей заряда в сверхпроводящих слоях показывают возможность возникновения продольной плазменной волны, а также параметрического резонанса при условии $\omega_{\rm J} = 2\omega_{\rm LPW}$. Важным результатом является тот факт, что увеличение длины джозефсоновских переходов приводит к образованию продольной плазменной волны в интервале тока, соответствующем ступеньке нулевого поля. Этот факт можно интерпретировать как возможность образования нового коллективного возбуждения, представляющего собой композитное состояние продольной плазменной волны и вихревого магнитного поля. Частота продольной плазменной волны меняется в зависимости от положения на вольт-амперной характеристике ступеньки нулевого поля.

Результаты настоящей работы ставят ряд новых задач для экспериментальных исследований. В частности, к ним относятся обнаружение и исследование особенностей коллективного образования, объединяющего свойства джозефсоновского тока, электрического и магнитного полей в системе связанных джозефсоновских переходов. Детальные исследования коллективных возбуждений в слоистых сверхпроводниках будут способствовать решению проблемы синхронизации джозефсоновских осцилляций в разных джозефсоновских переходах стека, а также в разных стеках на одной подложке из слоистого сверхпроводника. Это является основной проблемой увеличения мощности когерентного электромагнитного излучения из стека внутренних джозефсоновских переходов в высокотемпературных сверхпроводниках [16].

Авторы признательны Е.В. Земляной, И. Сархадову, А. Херманну, К.В. Куликову и С.Ю. Медведевой за плодотворное обсуждение и ценные советы. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ # 13–02–90905.

1. R. Kleiner, F. Steinmeyer, G. Kunkel, and P. Muller, Phys. Rev. Lett. **68**, 2394 (1992).
2. A. A. Yurgens, Supercond. Sci. Technol. **13**, R85 (2000).
3. T. M. Benseman, A. E. Koshelev, K. E. Gray, W.-K. Kwok, U. Welp, K. Kadowaki, M. Tachiki, and T. Yamamoto, Phys. Rev. B **84**, 064523 (2011).
4. L. Ozyuzer, A. E. Koshelev, C. Kurter, N. Gopalsami, Q. Li, M. Tachiki, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H. Yamaguchi, T. Tachiki, K. E. Gray, W.-K. Kwok, and U. Welp, Science **318**, 1291 (2007).
5. U. Welp, K. Kadowaki, and R. Kleiner, Nat. Photon. **7**, 702 (2013).
6. Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi, Phys. Rev. Lett. **98**, 157001 (2007).
7. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and M. Suzuki, Phys. Rev. B **78**, 134521 (2008).
8. H. Kawamoto, Prog. Theor. Phys. **70**, 1171 (1983).
9. P. Barbara, R. Monaco, and A. V. Ustinov, J. Appl. Phys. **79**, 327 (1996).
10. I. R. Rahmonov, Yu. M. Shukrinov, E. V. Zemlyanaya, I. Sarhadov, and O. Andreeva, J. Phys.: Conf. Ser. **393**, 012022 (2012).
11. R. Kleiner, T. Gaber, and G. Hechtfischer, Phys. Rev. B **62**, 4086 (2000).
12. Yu. M. Shukrinov and H. Abdelhafiz, JETP Lett. **98**, 551 (2013).
13. Y. Matsuda, M. B. Gaifullin, K. Kumagai, K. Kadowaki, and T. Mochiku, Phys. Rev. Lett. **75**, 4512 (1995).
14. I. Kakeya, K. Kindo, K. Kadowaki, S. Takahashi, and T. Mochiku, Phys. Rev. B **57**, 3108 (1998).
15. M. Tachiki and M. Machida, Physica C **341-348**, 1493 (2000).
16. Sh.-Z. Lin and A. E. Koshelev, Physica C **491**, 24 (2012).
17. S. Sakai, P. Bodin, and N. F. Pedersen, J. Appl. Phys. **73**, 2411 (1993).
18. M. Machida and S. Sakai, Phys. Rev. B **70**, 144520 (2004).
19. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and P. Seidel, Physica C **449**, 62 (2006).
20. A. Irie, Yu. M. Shukrinov, and G. Oya, J. Phys.: Conf. Ser. **129**, 012029 (2008).
21. Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов, ЖЭТФ **142**, 323 (2012).
22. Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов, Письма в ЖЭТФ **92**, 364 (2010).
23. N. F. Pedersen and D. Welner, Phys. Rev. B **29**, 2551 (1984).
24. D. W. McLaughlin and A. C. Scott, Phys. Rev. A **18**, 1652 (1978).
25. S. Lin and X. Hu, Phys. Rev. Lett. **100**, 247006 (2008).
26. A. Irie and G. Oya, Supercond. Sci. Technol. **20**, S18 (2007).