Письма в ЖЭТФ, том 100, вып. 5, с. 349 – 356 © 2014 г. 10 сентября

# Сверхрешетка нового типа на основе бесщелевого графена с чередующейся скоростью Ферми

*П. В. Ратников*[1)], *А. П. Силин*

*Физический институт им. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 июля 2014 г.

Рассматривается сверхрешетка нового типа на основе графена, образующаяся за счет периодической модуляции скорости Ферми. Такая модуляция возможна в графене, осажденном на полосчатую подложку из материалов с существенно отличающимися значениями статической диэлектрической проницаемости. Подобные сверхрешетки возникают также в листах графена, нанесенных на подложку с периодически повторяющимися параллельными друг другу бороздками. Предложена модель, описывающая указанные сверхрешетки. С помощью метода матрицы переноса получено дисперсионное соотношение и рассчитан энергетический спектр сверхрешеток. Качественно рассмотрена вольт-амперная характеристика такой системы.

DOI: 10.7868/S0370274X14170056

**1. Введение.** В настоящее время интерес к сверхрешеткам (СР) на основе графена остается довольно высоким. В частности, исследовался графен со складками-“рипплами” (*rippled graphene*), который можно рассматривать как СР с одномерным периодическим потенциалом “рипплов” [1]. Аналитически исследовались СР, полученные при приложении к графену периодического электростатического потенциала [2] или периодически расположенных магнитных барьеров [3].

В работе [4] исследовалась СР на основе графена с периодической модуляцией запрещенной зоны. Эта модуляция возможна за счет взаимодействия графена с материалом подложки. Таким материалом был выбран гексагональный нитрид бора.

В статье [5] установлена аналогия между одномерной графеновой СР и графеном, находящимся в поле стоячей световой волны лазера. Были проведены первопринципные расчеты электронных свойств СР, образованной чередующимися полосками бесщелевого графена и графана [6].

В СР на основе графена и бесщелевого полупроводника HgTe исследованы осцилляции Блоха–Зенера [7]. Изучено расщепление уровней Ландау в графеновой СР в перпендикулярном ее поверхности магнитном поле [8]. Различные типы полупроводниковых наноструктур на основе графена подробно рассмотрены в обзоре [9].

Модель СР, предложенная в работе [4], была использована для получения условия возникновения дополнительных дираковских точек и таммовских минизон, которые появляются при пересечении дисперсионных кривых бесщелевого графена и его щелевой модификации [10]. Это условие согласуется с полученным ранее для узкощелевых полупроводниковых гетероструктур [11, 12]. Приграничные состояния в графеновых гетероструктурах были исследованы в работах [13, 14].

В данной статье предлагается СР нового типа на основе бесщелевого графена, полученная чередованием областей с различными значениями скорости Ферми. В нашем случае технология скорости Ферми (*Fermi velocity engineering*) связана с использованием окружающих графен веществ с различными диэлектрическими проницаемостями [15]. Идея управления силой кулоновского взаимодействия между носителями заряда в графене за счет подбора материала подложки с нужным значением статической диэлектрической проницаемости была впервые высказана в работе [16].

В подобных гетероструктурах можно добиться квантования энергии носителей заряда даже без потенциальных барьеров (областей с бо́льшими запрещенными зонами) и квантовых ям (областей с меньшими запрещенными зонами), а также без изменения работы выхода [17]. Отметим, что приграничные (таммовские) минизоны здесь отсутствуют, поскольку дисперсионные прямые не пересекаются нигде, кроме дираковской точки.

Такие структуры могут быть получены нанесением графена на полосчатые подложки, в которых периодически изменяются или состав (параметр $x$ в

[1)]e-mail: ratnikov@lpi.ru

сплаве) $SiO_{2-x}$, или концентрация некоторых (немагнитных) примесей, или статическая диэлектрическая проницаемость $\varepsilon$. Здесь мы более подробно рассматриваем третью возможность.

Согласно как теоретическим [18–22], так и экспериментальным [15, 23–27] работам скорость Ферми сильно перенормируется. Для оценки перенормированной скорости Ферми можно воспользоваться формулой [20]

$$\frac{v_{\rm F}}{v_{\rm F0}} = 1 - 3.28\alpha^* \left[1 + \frac{1}{4}\ln\left(1 + \frac{1}{4\alpha^*}\right) - 1.45\right],$$

где $\alpha^* = \widetilde{e}^2/\hbar v_{F0}$ – аналог постоянной тонкой структуры, затравочное значение скорости Ферми $v_{\rm F0} = 0.85 \cdot 10^8$ см/с [15, 26], $\widetilde{e}^2 = e^2/\varepsilon_{\rm eff}$, $\varepsilon_{\rm eff} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$ – эффективное значение статической диэлектрической проницаемости для носителей заряда в графене, зависящее от значений статических диэлектрических проницаемостей $\varepsilon_1$ и $\varepsilon_2$ окружающих графен материалов. При этом энергетическая щель не открывается, что подтверждено экспериментально с точностью до 0.1 мэВ [26].

В области графена, которая находится над полоской с меньшей $\varepsilon$, $\alpha^*$ больше. Следовательно, и значение перенормированной скорости Ферми будет больше, чем над полоской с большей $\varepsilon$. Таким образом, оказывается возможной модуляция $v_{\rm F}$ за счет изменения диэлектрической проницаемости подложки. Отметим, что такая система также является и одномерным фотонным кристаллом.

Первый вариант предлагаемой системы – лист графена на полосчатой подложке из чередующихся слоев материалов с существенно различными диэлектрическими проницаемостями. Схематично такая система представлена на рис. 1a.

Можно также использовать подложку с периодически расположенными бороздками, полученными травлением. Лист графена, нанесенный на такую подложку, будет представлять собой периодически чередующиеся области подвешенного графена над бороздками и области графена, контактирующие с материалом подложки (см. рис. 1b). Именно в областях подвешенного графена перенормировка скорости Ферми должна быть наиболее сильной, поскольку там $\varepsilon_{\rm eff} = 1$. Согласно экспериментальным данным перенормированное значение скорости Ферми в подвешенном графене возрастает до $3 \cdot 10^8$ см/с [26].

В областях контакта графена с узкощелевым материалом подложки, где $\varepsilon_{\rm eff} \gg 1$, перенормированное значение скорости Ферми слабо отличается от затравочного. К тому же сама подложка представляет собой дифракционную решетку. Поэтому такая

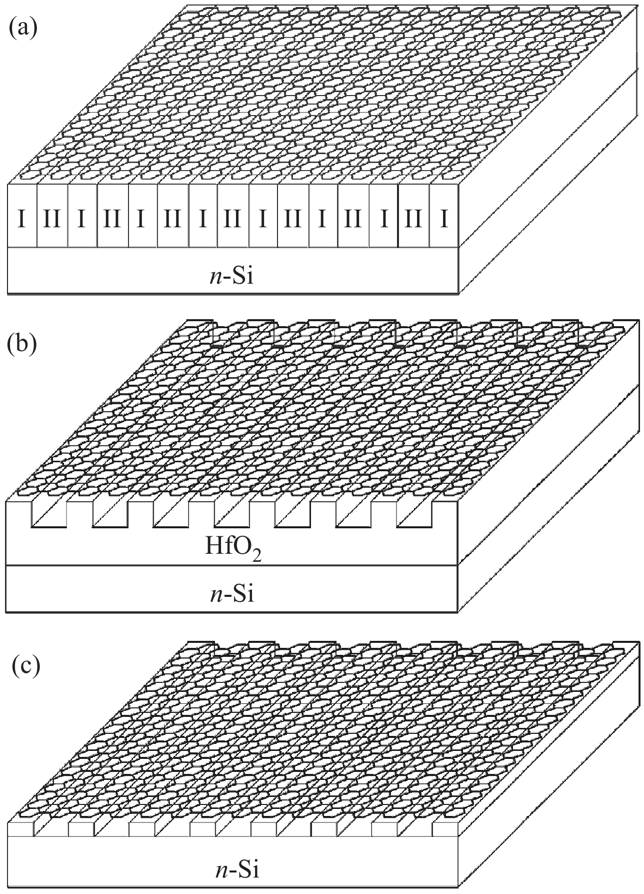


Рис. 1. Три варианта рассматриваемой СР: (a) – лист графена на полосчатой подложке из материалов с существенно различными диэлектрическими проницаемостями, например $SiO_2$ с $\varepsilon = 3.9$ (I) и $HfO_2$ с $\varepsilon = 25$ (II); (b) – лист графена на подложке $HfO_2$ с периодическими бороздками; (c) – лист графена на периодически расположенных металлических полосках. В качестве затвора используется пластинка сильно легированного кремния $n$–Si

система должна обладать очень интересными оптическими свойствами, что требует отдельного исследования.

Существует еще один вариант рассматриваемой системы. Можно нанести лист графена на периодически расположенные параллельные друг другу металлические полоски (рис. 1c). Этот вариант представляет собой предельный случай: в областях подвешенного графена $\varepsilon_{\rm eff} = 1$ (наибольшая перенормировка скорости Ферми), а в областях графена, контактирующих с металлическими полосками, $\varepsilon_{\rm eff} = \infty$ (нет перенормировки скорости Ферми [15]).

Мы видим, что возможен целый класс систем подобного типа, который ранее еще не рассматривался. Несомненно, исследование таких систем станет существенным продвижением в освоении технологии скорости Ферми.

**2. Модель.** Модель для описания предлагаемой СР аналогична модели, которая ранее применялась для исследования СР на полосчатой подложке с периодически меняющейся запрещенной зоной [4].

В нашем случае предполагается, что энергетическая щель не изменяется и равна нулю (бесщелевой графен), а работа выхода одинакова во всех областях СР (ее значение мы положим за начало отсчета энергии). При этом модулируется только скорость Ферми. Изменение работы выхода в бесщелевом графене приводит к пробою и рождению электронно-дырочных пар. Мы предполагаем также, что приграничная область постепенного изменения скорости Ферми много меньше периода СР. Поэтому профиль $v_{\mathrm{F}}$ можно считать достаточно резким (см. рис. 2).

Мы рассматриваем носители заряда, которые находятся вблизи $K$-точки зоны Бриллюэна (для носителей заряда вблизи $K'$-точки все результаты будут теми же). Направим ось $x$ перпендикулярно полоскам, как это показано на рис. 2. Огибающая вол-

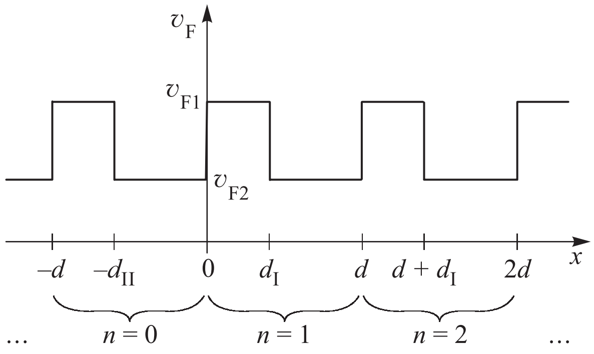


Рис. 2. Профиль скорости Ферми в рассматриваемой СР (случай $v_{\mathrm{F1}} > v_{\mathrm{F2}}$). Снизу приведены нумерация сверхъячеек рассматриваемой СР и размеры ее областей: $d_{\mathrm{I}}$ – ширина полоски графена со скоростью Ферми $v_{\mathrm{F1}}$, $d_{\mathrm{II}}$ – ширина полоски графена со скоростью Ферми $v_{\mathrm{F2}}$, период СР $d = d_I + d_{\mathrm{II}}$

новой функции носителей заряда $\Psi(x, y)$ удовлетворяет уравнению Дирака–Вейля с переменной скоростью Ферми[2)]

$$v_{\mathrm{F}}\boldsymbol{\sigma}\widehat{\mathbf{p}}\Psi(x, y) = E\Psi(x, y), \tag{1}$$

$$v_{\mathrm{F}} = \begin{cases} v_{\mathrm{F1}}, & d(n-1) < x < -d_{\mathrm{II}} + dn, \\ v_{\mathrm{F2}}, & -d_{\mathrm{II}} + dn < x < dn. \end{cases} \tag{2}$$

Оператор импульса $\widehat{\mathbf{p}} = -i\boldsymbol{\nabla}$ (здесь и далее $\hbar = 1$). Целые числа $n$ нумеруют сверхъячейки (см. рис. 2). Матрицы Паули $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y)$ действуют в пространстве двух подрешеток. Движение носителей заряда в СР вдоль оси $y$ свободное, поэтому решение уравнения (1) имеет вид $\Psi(x, y) = \psi(x)e^{ik_y y}$.

Аналогично работе [4] находим решение уравнения (1) относительно $\psi(x)$ для $n$-й сверхъячейки:

1) при $0 < x < d_{\mathrm{I}}$

$$\psi_n^{(1)}(x) = \Omega_{k_1}(x)\begin{pmatrix} a_n^{(1)} \\ c_n^{(1)} \end{pmatrix},$$

$$\Omega_{k_1}(x) = N_{k_1}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \lambda_+^{(1)} & -\lambda_-^{(1)} \end{pmatrix} e^{ik_1 x\sigma_z},$$

$$\lambda_\pm^{(1)} = \frac{v_{\mathrm{F1}}(k_1 \pm ik_y)}{E},\ k_1 = \frac{\sqrt{E^2 - v_{\mathrm{F1}}^2 k_y^2}}{v_{\mathrm{F1}}},$$

2) при $d_{\mathrm{I}} < x < d$

$$\psi_n^{(2)}(x) = \Omega_{k_2}(x)\begin{pmatrix} a_n^{(2)} \\ c_n^{(2)} \end{pmatrix},$$

$$\Omega_{k_2}(x) = N_{k_2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \lambda_+^{(2)} & -\lambda_-^{(2)} \end{pmatrix} e^{ik_2 x\sigma_z},$$

$$\lambda_\pm^{(2)} = \frac{v_{\mathrm{F2}}(k_2 \pm ik_y)}{E},\ k_2 = \frac{\sqrt{E^2 - v_{\mathrm{F2}}^2 k_y^2}}{v_{\mathrm{F2}}}.$$

Здесь $N_{k_1}$ и $N_{k_2}$ – нормировочные множители.

Условие существования осциллирующего во всех областях СР решения уравнения (1) для случая $v_{\mathrm{F1}} > v_{\mathrm{F2}}$ (схематично оно показано на рис. 3a) сводится к выполнению неравенства

$$k_2^2 > \left(\frac{v_{\mathrm{F1}}^2}{v_{\mathrm{F2}}^2} - 1\right)k_y^2. \tag{3}$$

Также возможно существование *решения смешанного типа* (см. рис. 3b), когда в одних областях решение является осциллирующим (эффективные квантовые ямы), а в других – оно экспоненциально затухает в глубь этих областей (эффективные потенциальные барьеры). Условие существования решения смешанного типа определяется неравенством, обратным к неравенству (3), и выполняется только для конечных значений $k_y$.

[2)] В общем случае следует писать антикоммутатор скорости Ферми $v_{\mathrm{F}}(x)$ с членом, содержащим оператор импульса $\widehat{p}_x$:

$$\frac{1}{2}\left\{v_{\mathrm{F}}(x), \boldsymbol{\sigma}\widehat{\mathbf{p}}\right\}\Psi(x, y) = E\Psi(x, y).$$

Такая симметризация гамильтониана необходима для того, чтобы он оставался эрмитовым. Подобные задачи рассмотрены в работах [28, 29]. В случае ступенчатого профиля скорости Ферми (2) мы получим уравнение на $\Psi(x, y)$ в форме (1). Это ограничение не является существенным: учет плавной зависимости $v_{\mathrm{F}}(x)$ затруднит расчеты, но не сильно изменит окончательные результаты.

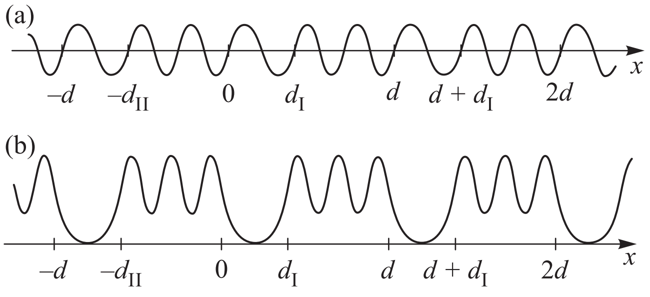


Рис. 3. Схематичное изображение поведения огибающей волновой функции носителей заряда в рассматриваемой СР: (a) – осциллирующее во всех областях решение; (b) – осциллирующее в одной области и экспоненциально затухающее в глубь другой области решение (случай $v_{\mathrm{F}1} > v_{\mathrm{F}2}$)

Эффективным квантовым барьером нового типа является область с большей скоростью Ферми, т.к. энергия носителей заряда для того же импульса $\mathbf{k}$ в ней больше, чем в эффективной квантовой яме с меньшей скоростью Ферми [17]. При этом в отличие от обычной квантовой ямы, образованной изменением ширины запрещенной зоны, в рассматриваемой нами СР при увеличении $k_y$ высота барьера увеличивается. При $k_y = 0$ барьер отсутствует и наша задача сводится к *модели пустой решетки* [30]. В этой модели отсутствует потенциал, но сохраняется периодичность. В результате возникают энергетические зоны, соответствующие симметрии задачи, но энергетические щели равны нулю.

**3. Дисперсионное соотношение.** Для вывода дисперсионного соотношения используем метод матрицы переноса ($T$-матрицы) аналогично тому, как это было сделано в работе [4].

Матрица переноса дает связь между коэффициентами, входящими в выражения для огибающей волновой функции для соседних сверхъячеек:

$$\begin{pmatrix} a_{n+1}^{(1)} \\ c_{n+1}^{(1)} \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} a_{n}^{(1)} \\ c_{n}^{(1)} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{pmatrix} a_{n+1}^{(2)} \\ c_{n+1}^{(2)} \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} a_{n}^{(2)} \\ c_{n}^{(2)} \end{pmatrix}.$$

Используем следующие граничные условия для сшивания огибающих волновой функции [14, 31]:

$$\sqrt{v_{\mathrm{F}1}}\psi_n^{(1)} = \sqrt{v_{\mathrm{F}2}}\psi_n^{(2)},$$

а также условия Блоха в виде

$$\psi_n^{(1)}(x+d) = \psi_n^{(1)}(x)e^{ik_x d} \quad \text{и} \quad \psi_n^{(2)}(x+d) = \psi_n^{(2)}(x)e^{ik_x d}.$$

Тогда выражение для $T$-матрицы имеет вид [4]

$$T = \Omega_{k_1}^{-1}(0)\Omega_{k_2}(d)\Omega_{k_2}^{-1}(d_{\mathrm{I}})\Omega_{k_1}(d_{\mathrm{I}}).$$

Дисперсионное соотношение получается из равенства

$$\mathrm{Tr}\, T = 2\cos(k_x d),$$

которое для осциллирующего типа решения запишется в виде

$$\frac{v_{\mathrm{F}1}v_{\mathrm{F}2}k_y^2 - E^2}{v_{\mathrm{F}1}v_{\mathrm{F}2}k_1k_2}\sin(k_1 d_{\mathrm{I}})\sin(k_2 d_{\mathrm{II}}) + \\ + \cos(k_1 d_{\mathrm{I}})\cos(k_2 d_{\mathrm{II}}) = \cos(k_x d). \tag{4}$$

Для смешанного типа решения дисперсионное соотношение получается из (4) формальной заменой $k_1 \to i\kappa_1$, где $\kappa_1 = \frac{1}{v_{\mathrm{F}1}}\sqrt{v_{\mathrm{F}1}^2 k_y^2 - E^2}$.

При $k_y = 0$ трансцендентное уравнение (4) имеет вид

$$\cos(k_1 d_{\mathrm{I}} + k_2 d_{\mathrm{II}}) = \cos(k_x d) \tag{5}$$

и точно решается:

$$E_l(k_x) = \pm v_{\mathrm{F}}^* \left(k_x + \frac{2\pi l}{d}\right), \quad l = 0, 1, 2, \ldots$$

Здесь введена эффективная скорость Ферми

$$v_{\mathrm{F}}^* = \frac{v_{\mathrm{F}1}v_{\mathrm{F}2}d}{v_{\mathrm{F}1}d_{\mathrm{II}} + v_{\mathrm{F}2}d_{\mathrm{I}}}. \tag{6}$$

Для $l$-й минизоны энергия в $K$-точке равна

$$E_l^0 = \pm\frac{2\pi l v_{\mathrm{F}}^*}{d}, \quad l = 0, 1, 2, \ldots$$

Видно, что в $K$-точке нижняя электронная минизона ($l = 0$) касается верхней дырочной минизоны и графен остается бесщелевым.

Из уравнения (5) получаем, что на краю $l$-й минизоны при $k_x = \pm\pi/d$ энергия равна

$$E_l\left(\pm\frac{\pi}{d}\right) = \pm\frac{\pi(2l+1)v_{\mathrm{F}}^*}{d}, \quad l = 0, 1, 2, \ldots$$

Минизоны разделены прямыми энергетическими щелями:

$$E_G = E_{l+1}\left(\pm\frac{\pi}{d}\right) - E_l\left(\pm\frac{\pi}{d}\right) = \frac{2\pi v_{\mathrm{F}}^*}{d}.$$

В случае $k_y = 0$ непрямые энергетические щели отсутствуют:

$$E_l\left(\frac{\pi}{d}\right) = E_{l+1}\left(-\frac{\pi}{d}\right),$$

что соответствует модели пустой решетки [30].

**4. Численный расчет энергетического спектра.** Проведем расчет нижней электронной минизоны в СР, представленной на рис. 1c. Согласно [26] для нее $v_{\mathrm{F}1} = 3 \cdot 10^8$ см/с (подвешенный графен) и

$v_{\rm F2} = 0.85 \cdot 10^8$ см/с (в областях контакта графена с металлом скорость Ферми совпадает с $v_{\rm F0}$).

В модели слабой связи вопрос о типе краев на границе раздела оказывается несущественным. Допустим, что типом границы раздела является зигзаг (см. рис. 1) и в каждой из двух областей сверхъячейки укладывается целое число элементарных ячеек решетки графена $N_{\rm I}$ и $N_{\rm II}$. Тогда $d_I = 3N_{\rm I}a$ и $d_{\rm II} = 3N_{\rm II}a$, где $a = 1.42$ Å – постоянная решетки графена. Для расчетов примем $N_{\rm I} = N_{\rm II} = 50$, т.е. $d_{\rm I} = d_{\rm II} = 21.3$ нм.

При расчетах минизон СР в рамках предлагаемой модели следует ввести ограничение сверху на величину компоненты вектора свободного движения носителей заряда: $|k_y| \ll k_c$. Импульсу $k_c$ соответствует энергия ультрафиолетового обрезания $\Lambda \approx 3$ эВ [26]. Отсюда получаем $k_c \approx 4.3\,{\rm нм}^{-1}$. Это, в свою очередь, накладывает ограничение на значение периода СР: $d \gg a$.

Результаты численных расчетов представлены в виде двух зависимостей $E(k_x, k_y)$ нижней электронной минизоны: 1) $E(k_x)$ при фиксированных значениях $k_y$ (рис. 4a); 2) $E(k_y)$ при фиксированных значениях $k_x$ (рис. 4b). Из рис. 4a, в частности, видно, что при $k_y$=0 имеет место линейный закон дисперсии, а эффективная скорость Ферми $v_{\rm F}^* \approx 1.325 \times \times 10^8$ см/с. Нижняя кривая на рис. 4b демонстрирует почти линейный рост. Это означает, что поверхность $E(k_x, k_y)$ имеет конусоподобную форму вблизи дираковской точки.

Итак, мы подтвердили численными расчетами, что в случае $k_y = 0$ фермиевская скорость электронов (дырок) постоянна, не обращается в нуль вплоть до границы минизон и определяется формулой (6) (это верно для всех минизон). В этом смысле частицы не "чувствуют" границ минизон. Отметим, что в случае $k_y \neq 0$ скорость частиц на границах минизон всегда обращается в нуль.

**5. Вольт-амперная характеристика (качественное рассмотрение).** Рассмотрим кратко на качественном уровне влияние потенциала СР на явления переноса.

В свете вышесказанного о качественном различии двух случаев, $k_y = 0$ и $k_y \neq 0$, вольт-амперные характеристики (ВАХ) рассматриваемой СР при этом также будут существенным образом различаться.

В случае $k_y = 0$ транспортные характеристики рассматриваемой СР будут такими же, как и у "эффективного" бесщелевого графена со "средней" скоростью Ферми $v_{\rm F}^*$, определяемой формулой (6). В частности, при сколь угодно малых концентрациях носителей заряда будет наблюдаться отличная от нуля минимальная проводимость $\sigma_{\rm min}$. По экспериментальным данным $\sigma_{\rm min} = 4e^2/h$ [32], что совпадает с баллистической проводимостью графена. Вольт-амперная характеристика будет линейно возрастающей, как у образцов графена с достаточно высокой подвижностью носителей заряда, $\mu \gtrsim 10^4\,{\rm см}^2/{\rm В{\cdot}с}$ [33].

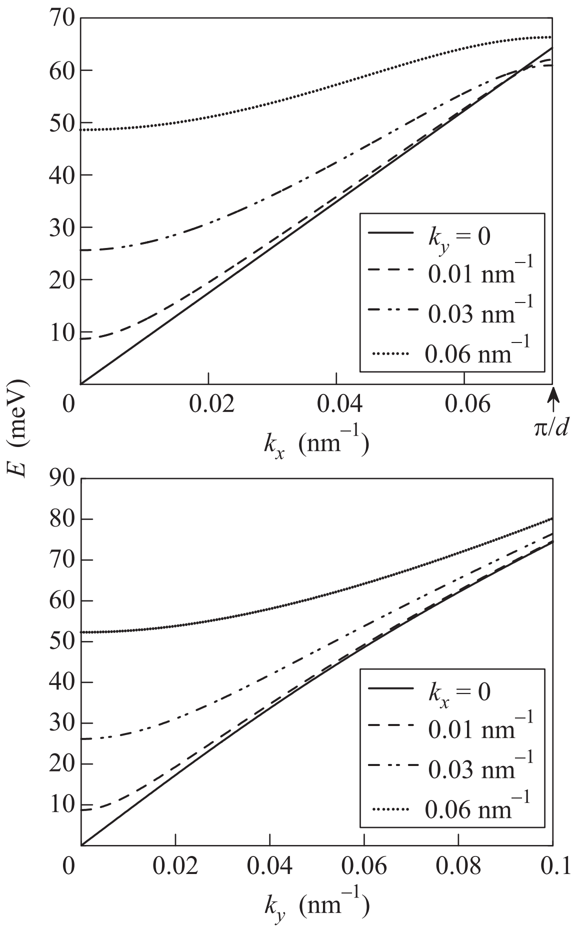


Рис. 4. Численный расчет дисперсионных кривых нижней электронной минизоны: (a) – в зависимости от $k_x$ при фиксированных значениях $k_y$; (b) – в зависимости от $k_y$ при фиксированных значениях $k_x$

В случае $k_y \neq 0$ ситуация сложнее. При ненулевом поперечном поле $V_y$ и при достаточно малом продольном поле $V_x$ ВАХ будет возрастающей, а дифференциальная проводимость при малых $V_x$ составит порядка и более минимальной проводимости:

$$\sigma_{\rm dif}(V_x \approx 0) \gtrsim \sigma_{\rm min}.$$

Вычислим скорость электронов при постоянной продольной ($E_x$) и ненулевой поперечной ($E_y$) напряженности электрического поля. Для соответствующей экспериментальной реализации можно использовать обычную холловскую схему.

Для простоты предположим, что транспорт является баллистическим: длина свободного пробега $\lambda$ достаточно велика для того, чтобы электрон, разгоняемый электрическим полем, доходил до границы минизоны, ни разу не рассеявшись. Чтобы спектр, созданный потенциалом СР, был различим, длина свободного пробега должна быть велика по сравнению с периодом СР [34]:

$$\lambda \gg d. \tag{7}$$

Для достаточно чистых образцов графена $\lambda \simeq 1$ мкм [35].

Полярный угол направления движения электрона $\phi = \mathrm{arctg}(k_y/k_x)$. Его значение остается постоянным при всех значениях $-\pi/d \le k_x \le \pi/d$. Вклад в проводимость переходов внутри минизоны определяется искомой скоростью электронов:

$$v_\phi = \left.\frac{\partial E}{\partial k}\right|_{k_y = k_x \,\mathrm{tg}\,\phi}.$$

На рис. 5 приведены результаты расчетов зависимости скорости электронов от $k_x$ для значений угла

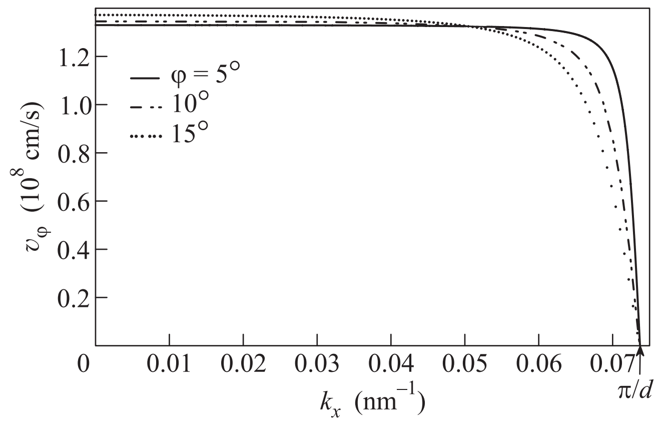


Рис. 5. Численный расчет скорости электронов в пределах нижней минизоны вдоль постоянного направления с заданным полярным углом $\phi$

$\phi = 5°$, $10°$ и $15°$ в СР с теми же значениями параметров, что и выше. Видно, что на границе минизоны скорость действительно обращается в нуль, причем резкий спад имеет место в достаточно узкой области вблизи границы минизоны, а в области малых импульсов $v_\phi \approx v_\mathrm{F}^*$.

Применение СР при конечных температурах $T$ требует достаточно заметного профиля скорости Ферми, т.е. использования достаточно больших $\phi$ и $\delta v_\mathrm{F} = |v_{\mathrm{F}1} - v_{\mathrm{F}2}|$:

$$\pi \frac{\delta v_\mathrm{F}}{d} \sin\phi \gg T.$$

Однако при больших $\phi$, близких к $\pi/2$, может нарушаться условие прохождения носителями заряда большого числа сверхъячеек на длине свободного пробега. Тогда условие (7) окажется несущественным (должно выполняться условие $l\cos\phi \gg d$).

Аналогично полупроводниковым СР в достаточно сильном электрическом поле $\mathcal{E}_x$ движение носителей заряда является финитным. Они совершают колебания со штарковской частотой [7, 34]

$$\Omega = e\mathcal{E}_x d.$$

Этим обусловлена нелинейность ВАХ – появление в ней участка с отрицательной дифференциальной проводимостью. При этом в нелинейном режиме за время свободного пробега $\tau$ носители заряда испытывают большое число блоховских осцилляций:

$$\Omega\tau \gg 1. \tag{8}$$

Оценим время свободного пробега, $\tau \approx \lambda/v_\mathrm{F}^*$ (за исключением узкой области вблизи границ минизон скорость носителей заряда $v_\phi \approx v_\mathrm{F}^*$). Тогда условие (8) можно переписать в следующем виде:

$$\mathcal{E}_x \gg \frac{v_\mathrm{F}^*}{ed\lambda}. \tag{9}$$

Из условия (9) автоматически следует оценка минимального продольного напряжения, выше которого становится возможным появление участка с отрицательной дифференциальной проводимостью:

$$V_{x\,\mathrm{min}} \simeq \frac{v_\mathrm{F}^*}{ed}\frac{L_x}{\lambda},$$

где $L_x$ – размер системы вдоль оси $x$. Считая размер системы $L_x \simeq \lambda$, для СР с теми же параметрами, что и выше, получим оценку $V_{x\,\mathrm{min}} \simeq 0.02$ В.

На рис. 6 качественно представлена ВАХ рассматриваемой СР. При $k_y = 0$ (напряжение в поперечном направлении не приложено, $V_y = 0$) наблюдается ее линейный рост. При $k_y \ne 0$ (когда приложено поперечное напряжение, $V_y \ne 0$) появляется участок с отрицательной дифференциальной проводимостью. При этом чем больше $V_y$, тем он оказывается более четко выраженным и сильнее смещенным в сторону меньших $V_x$. Однако, как отмечалось выше, этот участок может возникнуть только при достаточно больших продольных напряжениях:

$$V_x \gg V_{x\,\mathrm{min}}.$$

Наконец, отметим, что характеристики рассматриваемой системы могут различаться для разных

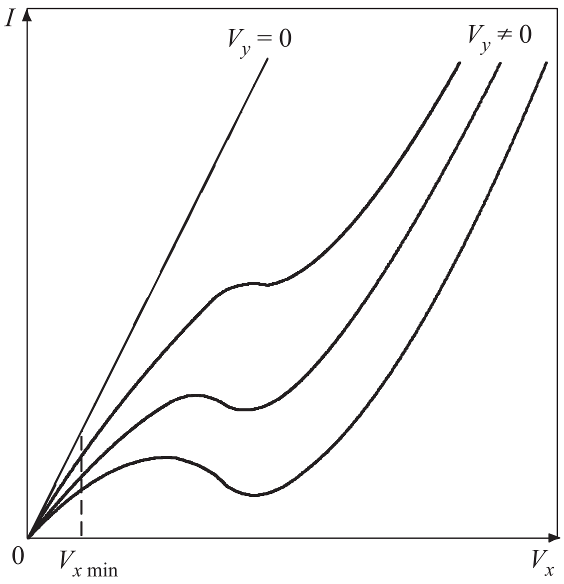


Рис. 6. Качественный вид ВАХ рассматриваемой СР. Представлены три кривые $I(V_x)$ под линейной ВАХ, соответствующие увеличению поперечного напряжения $V_y$ (от верхней к нижней кривой)

значений напряжения на затворе $V_g$ (при различных концентрациях носителей заряда $n_{2D}$) вследствие зависимости перенормированной скорости Ферми от $n_{2D}$ [26, 27]. В таком случае важным фактором является заполнение электронами (дырками) минизон. Для экспериментальных наблюдений удобно, чтобы была частично заполнена только нижняя электронная или верхняя дырочная минизона (в таком случае различимы более высокие электронные или более низкие дырочные минизоны). Это имеет место, если $n_{2D} \ll n^*_{2D} = 4/d^2$. Данное условие можно переписать в виде ограничения на потенциал на затворе:

$$|V_g| \ll 4\pi e n^*_{2D} L_g / \varepsilon^*_s,$$

где $L_g$ – толщина затвора, $\varepsilon^*_s$ – эффективная статическая диэлектрическая проницаемость подложки. Для слоистой структуры подложки (см. рис. 1а)

$$\varepsilon^*_s = \frac{\varepsilon_{s1} d_{\mathrm{I}} + \varepsilon_{s2} d_{\mathrm{II}}}{d}.$$

**6. Заключение.** Нами предложен новый класс систем на основе графена, которые одновременно являются и фотонными кристаллами, и графеновыми СР с периодически меняющейся скоростью Ферми. Такая модуляция оказывается возможной из-за перенормировки скорости Ферми в энергетическом спектре графена. Открывается новая возможность для освоения технологии скорости Ферми в графене. Мы указали на некоторые особенности явлений переноса в подобных системах, в частности на появление участка отрицательной дифференциальной проводимости в ВАХ. Очевидно, что такие системы подобно фотонным кристаллам должны обладать интересными оптическими свойствами.

---


1. A. Isacsson, L. M. Jonsson, J. M. Kinaret, and M. Jonson, Phys. Rev. B **77**, 035423 (2008).
2. C. Bai and X. Zhang, Phys. Rev. B **76**, 075430 (2007).
3. M. R. Masir, P. Vasilopoulos, A. Matulis, and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **77**, 235443 (2008).
4. П. В. Ратников, Письма в ЖЭТФ **90**, 515 (2009).
5. S. E. Savel?ev and A. S. Alexandrov, Phys. Rev. B **84**, 035428 (2011).
6. J.-H. Lee and J. C. Grossman, Phys. Rev. B **84**, 113413 (2011).
7. V. Krueckl and K. Richter, Phys. Rev. B **85**, 115433 (2012).
8. G. Pal, W. Apel, and L. Schweitzer, Phys. Rev. B **85**, 235457 (2012).
9. П. Б. Сорокин, Л. А. Чернозатонский, УФН **183**, 113 (2013).
10. G. M. Maksimova, E. S. Azarova, A. V. Telezhnikov, and V. A. Burdov, Phys. Rev. B **86**, 205422 (2012).
11. A. V. Kolesnikov, R. Lipperheide, A. P. Silin, and V. Wille, Europhys. Lett. **43**, 331 (1998).
12. E. A. Andryushin, A. P. Silin, and S. A. Vereshchagin, Phys. Low-Dim. Struct. **314**, 79 (2000).
13. П. В. Ратников, А. П. Силин, ФТТ **52**, 1639 (2010).
14. П. В. Ратников, А. П. Силин, ЖЭТФ **141**, 582 (2012).
15. C. Hwang, D. A. Siegel, S.-K. Mo, W. Regan, A. Ismach, Y. Zhang, A. Zettl, and A. Lanzara, Sci. Rep. **2**, 590 (2012).
16. П. В. Ратников, Письма в ЖЭТФ **87**, 343 (2008).
17. А. В. Колесников, А. П. Силин, ЖЭТФ **109**, 2125 (1996).
18. J. Gonzalez, F. Guinea, and M. A. H. Vozmediano, Nucl. Phys. B **424**, 595 (1994).
19. J. Gonzalez, F. Guinea, and M. A. H. Vozmediano, Phys. Rev. B **59**, 2474 (1999).
20. S. Das Sarma, E. H. Hwang, and W.-K. Tse, Phys. Rev. B **75**, 121406(R) (2007).
21. M. S. Foster and I. L. Aleiner, Phys. Rev. B **77**, 195413 (2008).
22. F. de Juan, A. G. Grushin, and M. A. H. Vozmediano, Phys. Rev. B **82**, 125409 (2010).
23. A. Bostwick, T. Ohta, J. L. McChesney, T. Seyller, K. Horn, and E. Rotenberg, Sol. State Comm. **143**, 63 (2007).
24. Z. Q. Li, E. A. Henriksen, Z. Jiang, Z. Hao, M. C. Martin, P. Kim, H. L. Stormer, and D. N. Basov, Nat. Phys. **4**, 532 (2008).
25. G. Li, A. Luican, and E. Y. Andrei, Phys. Rev. Lett. **102**, 176804 (2009).

26. D. C. Elias, R. V. Gorbachev, A. S. Mayorov, S. V. Morozov, A. A. Zhukov, P. Blake, L. A. Ponomarenko, I. V. Grigorieva, K. S. Novoselov, F. Guinea, and A. K. Geim, Nat. Phys. **7**, 701 (2011).
27. J. Chae, S. Jung, A. F. Young, C. R. Dean, L. Wang, Yu. Gao, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Hone, K. L. Shepard, Ph. Kim, N. B. Zhitenev, and J. A. Stroscio, Phys. Rev. Lett. **109**, 116802 (2012).
28. M. R. Geller and W. Kohn, Phys. Rev. Lett. **20**, 3103 (1993).
29. A. V. Kolesnikov and A. P. Silin, Phys. Rev. B **95**, 7596 (1999).
30. Дж. Каллуэй, *Теория энергетической зонной структуры*, Мир, М. (1969).
31. А. П. Силин, С. В. Шубенков, ФТТ **40**, 1345 (1998).
32. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos, and A. A. Firsov, Nature **438**, 197 (2005).
33. N. Vandecasteele, A. Barreiro, M. Lazzeri, A. Bachtold, and F. Mauri, Phys. Rev. B **82**, 045416 (2010).
34. А. П. Силин, УФН **147**, 485 (1985).
35. K. I. Bolotin, K. J. Sikes, Z. Jiang, M. Klima, G. Fudenberg, J. Hone, P. Kim, and H. L. Stormer, Sol. State Comm. **146**, 351 (2008).