Письма в ЖЭТФ, том 100, вып. 8, с. 555 – 560 © 2014 г. 25 октября

Дисперсия показателя преломления нейтрона в кристалле

В. В. Воронин[+*×], *Я. А. Бердников*[*], *А. Я. Бердников*[*], *Ю. П. Брагинец*[+*1)], *Е. О. Вежлев*[+*], *И. А. Кузнецов*[+], *М. В. Ласица*[+*], *С. Ю. Семенихин*[+], *В. В. Федоров*[+*×]

[+] *Петербургский институт ядерной физики им. Константинова, Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 188300 Гатчина, Россия*

[*] *С.-Петербургский государственный политехнический университет, 195251 С.-Петербург, Россия*

[×] *С.-Петербургский государственный университет, 199034 С.-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 25 августа 2014 г.

В работе исследуется дисперсионное (резонансное) поведение показателя преломления нейтрона при движении в кристалле с энергиями, близкими к брэгговским. Показано, что в этом случае малое изменение энергии нейтрона на величину порядка брэгговской ширины ($\Delta E/E \sim 10^{-5}$) приводит к существенному (на несколько десятков процентов) изменению потенциала взаимодействия нейтрона с кристаллом. При прохождении нейтроном совершенного кристалла, движущегося с переменной скоростью, обнаружено новое явление – ускорение нейтрона вблизи брэгговского резонанса. Эффект возникает в силу того, что за время пролета нейтрона через ускоренный кристалл изменяется величина параметра отклонения от условия Брэгга и, соответственно, величина потенциала взаимодействия нейтрона с кристаллом. В результате изменяется кинетическая энергия нейтрона при выходе из кристалла.

DOI: 10.7868/S0370274X14200041

1. Введение. При движении нейтрона в кристалле в условиях, близких к брэгговским, происходит существенная перестройка его волновой функции. В результате нейтроны концентрируются на "ядерных" плоскостях либо между ними. Под "ядерными" плоскостями мы подразумеваем положения максимумов периодического ядерного потенциала соответствующей системы кристаллографических плоскостей. Потенциал взаимодействия нейтрона с кристаллом можно представить в виде суммы потенциалов всевозможных ядерных плоскостей, характеризуемых вектором обратной решетки $\mathbf{g}$ ($|\mathbf{g}| = 2\pi/d$, где d – межплоскостное расстояние) [1, 2]:

$$V(\mathbf{r}) = \sum_g V_g e^{i\mathbf{gr}} = V_0 + \sum_{g>0} 2v_g \cos(\mathbf{gr} + \phi_g). \quad (1)$$

Здесь V_g – амплитуды g-гармоник ядерного потенциала кристалла, которые определяются амплитудами рассеяния элементарной ячейки кристалла (структурными амплитудами). В общем случае V_g комплексны, т.е. $V_g = v_g \exp \phi_g$. Однако если кристалл является непоглощающим и центросимметричным, то поместив начало координат в центр симметрии, можно все фазы одновременно обратить в нуль, т.е. сделать все V_g вещественными. При движении нейтрона в условиях, близких к брэгговским для какой-либо из систем плоскостей $\mathbf{g}$, существенную роль играет только соответствующая гармоника потенциала с амплитудой V_g. Это связано с очень малой шириной брэгговского рефлекса для нейтронов. Для одной гармоники всегда можно поместить начало координат в ее максимум и сделать амплитуду V_g вещественной. В случае нецентросимметричного кристалла максимумы электрического потенциала для некоторых плоскостей оказываются сдвинутыми относительно ядерных максимумов. Поскольку нейтроны концентрируются вблизи максимумов и минимумов ядерного потенциала, это приводит к гигантским электрическим полям [3–5], действующим на нейтрон в кристалле, и, соответственно, к целому классу новых нейтронооптических явлений (см. например, [6]).

2. Нейтронная оптика в кристаллах с учетом брэгговских отражений. Появившийся в настоящее время интерес к изучению особенностей нейтронной оптики в кристаллах вблизи брэгговских условий вызван в первую очередь новыми открывающимися возможностями в исследованиях фундаментальных свойств и взаимодействий нейтрона, например поиске CP-нарушающих "псевдомагнитных" сил, обусловленных обменом псевдоскалярной частицей типа аксиона [7], поиске электрического дипольного момента нейтрона [8–12].

1) e-mail: aiver@pnpi.spb.ru

Влияние отраженных кристаллографическими плоскостями нейтронных волн на прохождение нейтрона через кристалл имеет ярко выраженный резонансный характер с брэгговской (дарвиновской) шириной. Поэтому малое изменение энергии нейтрона в пределах этой ширины ($\Delta E/E \sim 10^{-5}$ для тепловых и холодных нейтронов) существенно меняет картину распространения нейтрона в кристалле. В частности, вблизи брэгговского резонанса проявляется аномальная дисперсия скорости, т.е. существенная зависимость времени пребывания нейтрона в кристалле от его энергии [13].

В настоящей работе обсуждается еще одно явление, связанное с перестройкой волновой функции нейтрона в кристалле, а именно резонансный характер изменения коэффициента преломления нейтрона (т.е. кинетической энергии в кристалле) в зависимости от отличия его начальной энергии от брэгговской. Если при прохождении нейтрона через непоглощающий идеальный кристалл условие Брэгга не выполнено ни для одной из кристаллографических плоскостей, то распространение нейтрона в кристалле можно описать коэффициентом преломления, который определяется амплитудой нулевой гармоники V_0 (средним потенциалом кристалла). (Под идеальным мы понимаем кристалл, в котором разброс межплоскостного расстояния много меньше, чем собственная ширина брэгговского отражения.) Однако при приближении энергии или направления нейтрона к брэгговским значениям начинают появляться отраженные плоскостями волны, амплитуды которых определяются соответствующими гармониками потенциала, что может быть учтено по теории возмущений [9, 14]. В случае падения на кристалл нейтрона с энергией E_0 и волновым вектором $\mathbf{k}_0$ ($E_0 = \hbar k_0^2/2m$) волновую функцию нейтрона внутри кристалла в первом порядке теории возмущений можно записать как

$$\psi = e^{i\mathbf{kr}} + \frac{V_g}{E_k - E_{k_g}} e^{i\mathbf{k_g r}} \equiv e^{i\mathbf{kr}} \left(1 - \frac{1}{\Delta_\mathrm{B}} e^{i\mathbf{gr}}\right), \quad (2)$$

где $\Delta_\mathrm{B} = (E_k - E_{k_g})/V_g = 2(E_k - E_\mathrm{B})/V_g$ – безразмерный параметр отклонения от условия Брэгга для системы плоскостей $\mathbf{g}$, $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k_g} = \mathbf{k}+\mathbf{g}$ – волновые вектора падающей и отраженной волн в кристалле с учетом среднего коэффициента преломления, E_k и E_{k_g} – "невозмущенные" кинетические энергии нейтрона в состояниях $|\mathbf{k}\rangle$ и $|\mathbf{k_g}\rangle$ ($E_k = \hbar^2 k^2/2m = \hbar^2 k_0^2/2m - V_0$, $E_{k_g} = \hbar^2 k_g^2/2m$), $E_\mathrm{B} = \hbar^2 g^2/(8m \sin^2\theta_\mathrm{B})$ – энергия нейтрона, соответствующая точному выполнению условия Брэгга. Наличие отраженной волны с амплитудой $1/\Delta_\mathrm{B}$ приводит к локализации нейтронной плотности в кристалле на отражающих плоскостях или между ними в зависимости от знака Δ_B:

$$|\psi(\mathbf{r})|^2 = 1 - \frac{2}{\Delta_\mathrm{B}} \cos(\mathbf{gr}). \quad (3)$$

Концентрация нейтронной плотности вблизи максимумов или минимумов ядерного потенциала, как и в случае дифракции по Лауэ, приводит к добавочному изменению кинетической энергии $\tilde{E}_k$ нейтронов в кристалле (соответственно, и величины волнового вектора и коэффициента преломления), зависящему от степени этой концентрации (т.е. от параметра отклонения от условия Брэгга Δ_B):

$$\tilde{E}_k = \frac{\hbar^2 \tilde{k}^2}{2m} = E_0 - V_0 + V_g \frac{1}{\Delta_\mathrm{B}}. \quad (4)$$

Последнее слагаемое в выражении (4) неограниченно возрастает при приближении к условию Брэгга ($E_k = E_{k_g}$). Поэтому пользоваться теорией возмущений оказывается нельзя уже при $E_k - E_{k_g} \sim V_g$. Точное выполнение условия Брэгга, $E_k - E_{k_g} = 0$, соответствует тому, что уровень с энергией нейтрона E_k становится двукратно вырожденным. Ему будут отвечать два состояния с импульсами $\hbar\mathbf{k}$ и $\hbar(\mathbf{k}+\mathbf{g})$. Амплитуды этих состояний становятся сравнимыми по величине. В результате нужно решать двухуровневую задачу, так называемое двухволновое приближение динамической теории дифракции. Более точное вычисление последнего слагаемого в уравнении (4) приводит к следующему выражению для кинетической энергии нейтрона внутри кристалла:

$$\tilde{E}_k = E_0 - V_0 + V_g \frac{\Delta_\mathrm{B}}{\Delta_\mathrm{B}^2 + 1}. \quad (5)$$

Как следует из (5), последнее слагаемое, характеризующее добавочную потенциальную энергию взаимодействия нейтрона с кристаллом из-за его локализации, существенно меняется при изменении энергии нейтрона в пределах брэгговской ширины отражения $\Delta_\mathrm{B} \simeq 1$, т.е. в узком диапазоне $E_\mathrm{B} - V_g < E_k < E_\mathrm{B} + V_g$. Для тепловых и холодных нейтронов $V_g/E_\mathrm{B} \simeq 10^{-5}$. Сама амплитуда V_g сравнима по величине со средним потенциалом кристалла, $V_g \sim V_0$. Таким образом, вблизи брэгговского отражения имеется резкая энергетическая зависимость резонансного типа с характерной шириной порядка брэгговской коэффициента преломления нейтрона в кристалле. Например, для плоскости (110) кристалла кварца $V_g = 4 \cdot 10^{-8}$ эВ, $V_0 = 10^{-7}$ эВ, а $E_\mathrm{B} = 3.2 \cdot 10^{-3}$ эВ для угла дифракции, близкого к $\pi/2$.

3. Экспериментальная установка. Эксперимент проводился на горизонтальном пучке реактора ВВР-М (ПИЯФ, Гатчина).

Измерялось изменение энергии нейтрона при его прохождении вблизи брэгговского условия сквозь кристалл, движущийся с ускорением.

Если нейтрон распространяется в ускоренно движущемся кристалле, то параметр отклонения от условия Брэгга и, соответственно, потенциал взаимодействия нейтрона с кристаллом (см. (5)), будут зависеть от времени. В итоге показатель преломления, и соответственно, изменение кинетической энергии нейтрона на входе в кристалл и на выходе из него окажутся разными по величине. В результате мы должны наблюдать ускорение или замедление нейтрона при прохождении такого кристалла. Следует отметить, что совершенно неважно, каким образом возникает изменение параметра отклонения от условия Брэгга за время прохождения нейтрона через кристалл. Например, вместо изменения скорости нейтрона относительно кристалла можно быстро менять температуру последнего или деформировать его сжатием. И то и другое приведет к изменению межплоскостного расстояния и смещению брэгговской энергии. Перемещение кристалла было выбрано исходя из удобства его реализации. Численные оценки показывают, что для плоскости (110) кварца брэгговская ширина в единицах скорости нейтрона составляет $\Delta v_{\rm B} \simeq 9$ мм/с. Таким образом, если за время пребывания нейтрона в кристалле скорость его относительно кристалла изменится на 9 мм/с, то отклонение от условия Брэгга изменится на одну брэгговскую ширину.

Схема эксперимента приведена на рис. 1. Пучок

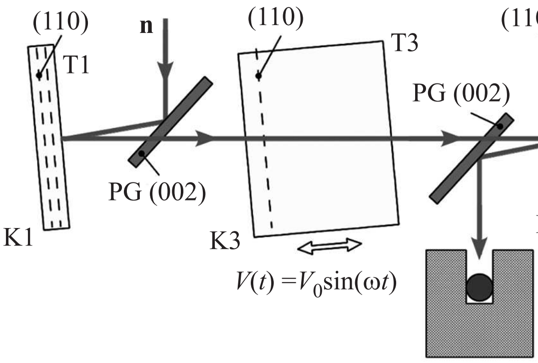

Рис. 1. Схема экспериментальной установки

нейтронов, сформированный внутриканальным нейтроноводом, отражается от мозаичного кристалла пиролитического графита PG (отражающая плоскость (002)) и попадает на совершенный кристалл кварца K1, служащий монохроматором. После отражения нейтрон проходит через рабочий кристалл K3 и попадает на кристалл-анализатор K2. Второй кристалл пиролитического графита служит для перенаправления нейтронного пучка в детектор. Кристаллы K1, K2 и K3, изготовленные из кварца (плоскость (110)), располагались в параллельном положении при угле дифракции $\theta_{\rm B} = 89^0$ ($\lambda = 4.9$ Å). Сканирование по углу Брэгга осуществлялось путем изменения разницы температур кристаллов K1 и K2 друг относительно друга и/или относительно кристалла T_3. Характерная кривая сканирования интенсивности по разности температур $T_2 - T_1$ показана на рис. 2 (кристалл K3 отсутствовал). Ширина кривой близ-

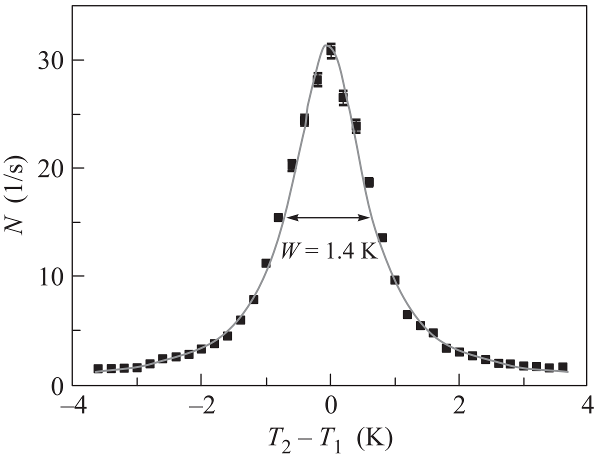

Рис. 2. Двухкристальная линия. Ширина линии в единицах межплоскостного расстояния составляет $\Delta d/d \simeq$ $\simeq 1.8 \cdot 10^{-5}$

ка к собственной ширине отражения для идеального кристалла.

Как уже отмечалось, рабочий кристалл K3 был размещен параллельно первым двум. Кроме возможности регулировки его температуры и, соответственно, межплоскостного расстояния относительно первых двух, имелась возможность перемещения его с переменной скоростью в направлении вектора обратной решетки для быстрого изменения отклонения от условия Брэгга. Перемещение кристалла осуществлялось по синусоидальному закону с помощью пьезоэлементов. Частота колебаний кристалла составляла $\nu_c = 4.5$ кГц ($T_c = 222$ мкс), а амплитуда достигала 0.15 мкм. Длина кристалла в направлении пучка нейтронов составляла $L = 5$ см, т.е. время пролета нейтрона через кристалл было примерно равным четверти периода колебаний кристалла, $\tau_n = 62$ мкс $\simeq T_c/4$.

Если скорость перемещения рабочего кристалла равна

$$v(t) = v_0 \sin \omega t, \tag{6}$$

то отклонение от условия Брэгга будет тоже зависеть от времени:

$$\Delta_{\rm B}(t) = \Delta_{{\rm B}_0} + 4\frac{1}{v_n}\frac{E_{\rm B}}{V_g}v(t), \tag{7}$$

где v_n – скорость налетающих нейтронов, а $\Delta_{{\rm B}_0}$ – отклонение от условия Брэгга при $v(t) = 0$.

В дальнейшем рассмотрении в качестве характеристики отклонения от условия Брэгга будем использовать разницу температур $T_{13} = T_1 - T_3$ кристаллов К1 и К3 (рис. 1). Связь с параметром отклонения $\Delta_{{\rm B}_0}$ будет определятся следующим выражением:

$$\Delta_{{\rm B}_0} = 4\frac{E_{\rm B}}{V_g}\varkappa T_{13}, \tag{8}$$

где $\varkappa \simeq 1.3\cdot 10^{-5}$ – коэффициент теплового расширения кристалла кварца в направлении, перпендикулярном кристаллографическим плоскостям.

Искомый эффект изменения полной энергии нейтрона (см. выражения (4) и (5)) определяется изменением скорости нейтрона за время его пролета через кристалл:

$$\Delta\tilde{E}(t_0) = V_g\left[\frac{\Delta_{\rm B}(t_2)}{\Delta_{\rm B}^2(t_2)+1} - \frac{\Delta_{\rm B}(t_1)}{\Delta_{\rm B}^2(t_1)+1}\right] = \\ = \frac{1-\Delta_{{\rm B}_0}^2}{(1+\Delta_{{\rm B}_0}^2)^2}\frac{4E_{\rm B}}{v_n}\Delta v(t_0), \tag{9}$$

где $\Delta v(t_0) = v(t_0) - v(t_0+\tau)$, t_0 – момент влета нейтрона в кристалл, τ – время пролета нейтроном кристалла.

Основной проблемой при проведении эксперимента явилось то обстоятельство, что пропускание кристалла К3 зависит от отклонения от условия Брэгга. В результате кристалл К3 искажает спектр проходящих через него нейтронов и даже при отсутствии искомого эффекта положение линии после прохождения рабочего кристалла меняется. Примеры распределения интенсивности после прохождения нейтроном кристалла с различным отклонением от условия Брэгга представлены на рис. 3. Видно, что изменяется не только интенсивность прошедших нейтронов, но и положение линии.

Вместе с тем в отличие от искомого эффекта (9) искажение линии рабочим кристаллом определяется отклонением от точного условия Брэгга, т.е. скоростью относительного движения в момент влета нейтрона в кристалл, а не ее изменением.

Пусть положение и интенсивность линии в отсутствие искомого эффекта представляют собой некие гладкие функции от $\Delta_{\rm B}(t_0)$:

$$\Delta\tilde{E}_s(t_0) = F[\Delta_{\rm B}(t_0)], \tag{10}$$

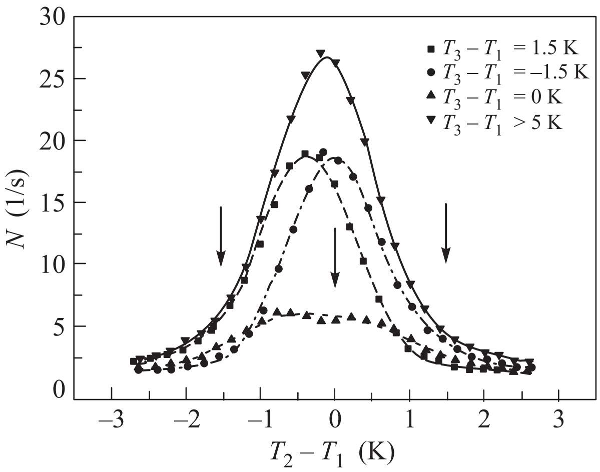

Рис. 3. Двухкристальная линия после прохождения через рабочий кристалл. Положение точного выполнения условия Брэгга для рабочего кристалла отмечено стрелками. Кристалл неподвижен

$$N(t_0) = G[\Delta_{\rm B}(t_0)]. \tag{11}$$

Для дальнейшего рассмотрения и сравнения с экспериментальными результатами выражения (10) и (11) можно разложить в ряд Тейлора в окрестности $\Delta_{{\rm B}_0}$. Поскольку скорость перемещения кристалла была существенно меньше характерных брэгговских ширин, достаточно записать это разложение с точностью до второго порядка:

$$\Delta\tilde{E}_s(t_0) = A + Bv(t_0) + Cv(t_0)^2, \tag{12}$$

$$N(t_0) = N_0 + N_1 v(t_0) + N_2 v(t_0)^2, \tag{13}$$

где A, B, C, N_0, N_1 и N_2 – свободные параметры, зависящие от $\Delta_{{\rm B}_0}$ и определяемые из эксперимента.

Из данных выражений следует, что искомый эффект (9) сдвинут по фазе относительно ложного эффекта (12) на величину $\omega\tau/2$. Для наших условий эксперимента этот сдвиг равен $\pi/4$. Кроме того, наличие искомого эффекта приводит не к изменению интенсивности линии, а только к дополнительному ее смещению. Таким образом, возникает сдвиг фазы между временными зависимостями $N_{exp}(t_0) = N(t_0)$ и $\Delta\tilde{E}_{\rm exp}(t_0) = \Delta\tilde{E}_s(t_0) + \Delta\tilde{E}(t_0)$.

4. Результаты. Пример зависимости положения линии от ее интенсивности приведен на рис. 4. В отсутствие искомого эффекта должно наблюдаться взаимно однозначное соответствие между положением и интенсивностью рефлекса (штриховая линия). Наличие эффекта изменения энергии нейтронов при прохождении ускоряющегося кристалла приводит к возникновению зависимостей, похожих по форме на кривую гистерезиса, где величина “гистерезиса” и

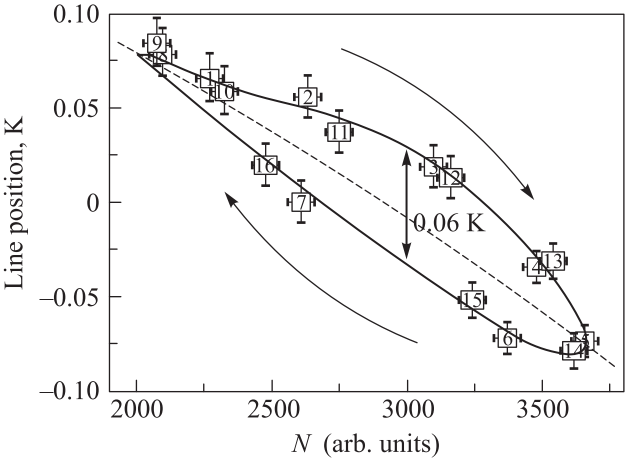

Рис. 4. Зависимость положения линии от ее интенсивности. Начальное отклонение от условия Брэгга рабочего кристалла $T_{13} = +1.5$ К. Цифры соответствуют номеру канала временной развертки. Сплошная кривая – результат фитирования

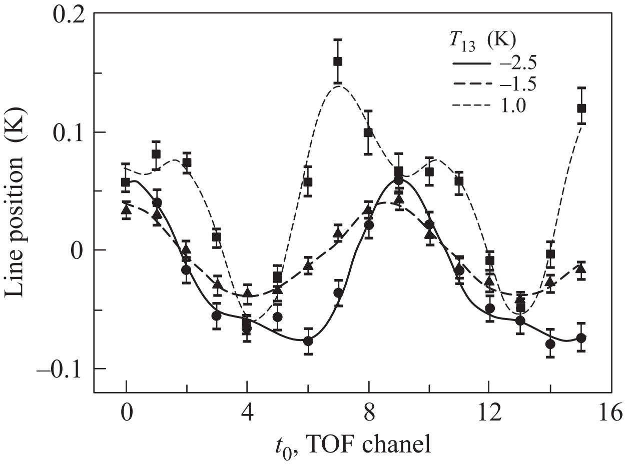

Рис. 5. Смещение положения линии в зависимости от времени при различных начальных отклонениях от условия Брэгга. Один канал времяпролетного тракта равен 25.6 мкс. Частота колебаний кристалла 4.5 кГц

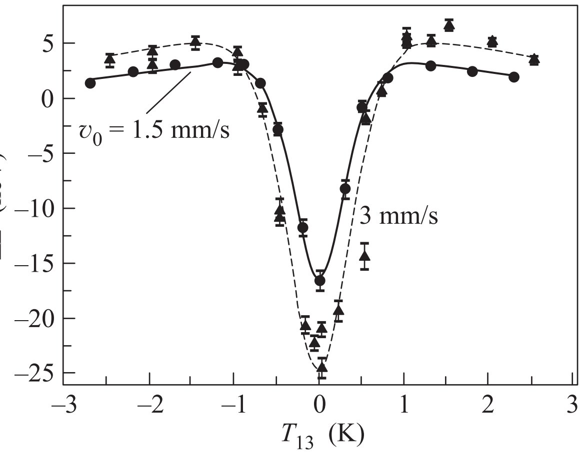

Рис. 6. Изменение энергии нейтрона при прохождении ускоренно движущегося кристалла в зависимости от отклонения от условия Брэгга

есть искомый эффект. Стрелками на рисунке показано направление обхода данной фигуры, т.е. направление развертки по времени. Связь между смещениями линии (в единицах температуры кристалла) и энергии нейтрона задается следующим выражением:

$$\Delta E = 2E_{\mathrm{B}}\varkappa\Delta T. \tag{14}$$

Величина расщепления, изображенного на рис. 4, соответствует $\Delta E_{\mathrm{exp}} \simeq 5$ нэВ.

В эксперименте измерялась временная зависимость положения линии при различных отклонениях от условия Брэгга. Примеры таких зависимостей приведены на рис. 5. Кривыми показаны результаты фитирования экспериментальных зависимостей в предположении, что они являются суммой двух эффектов, (12) и (9).

Зависимость амплитуды компоненты (9), ответственной за искомый эффект, от разницы температур рабочего и опорного кристаллов T_{13} приведена на рис. 6. Измерения проводились при двух амплитудах колебаний кристалла (6): $v_1 \simeq 3$ мм/с и $v_2 \simeq 1.5$ мм/с. Кривыми показан результат аппроксимации теоретической зависимостью (9). Свободными параметрами здесь являлись ширина и амплитуда зависимости. Видно, что изменение энергии нейтрона при прохождении кристалла может достигать нескольких десятков нэВ.

Из кривой, изображенной на рис. 6, можно с точностью до константы восстановить функцию (5), т.к. эта кривая фактически описывает производную от (5) (см. выражение (9)). Поскольку с удалением от условия Брэгга поправка к среднему потенциалу взаимодействия, обусловленная наличием g-гармоники V_g, стремится к нулю (см. (4)) и все определяется средним потенциалом V_0, восстановленный экспериментально потенциал взаимодействия нейтрона с кристаллом вблизи условия Брэгга будет выглядеть так, как это показано на рис. 7. Из рисунка следует, что небольшая относительная вариация энергии нейтрона в несколько единиц на $\sim 10^{-5}$ приводит к изменению потенциала взаимодействия нейтрона с кристаллом на 20 %.

5. Заключение. В настоящей работе исследованы особенности преломления нейтронной волны в кристалле вблизи брэгговского отражения. Показано, что зависимость коэффициента преломления от параметра отклонения от условия Брэгга характери-

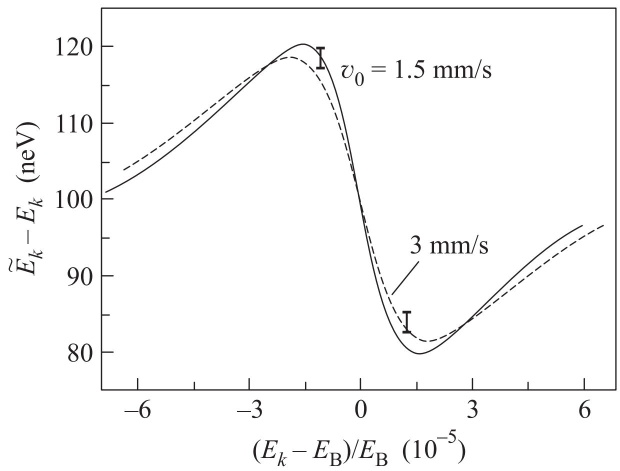

Рис. 7. Поведение потенциала взаимодействия нейтрона с кристаллом вблизи брэгговского отражения. Вертикальные отрезки показывают масштаб экспериментальной погрешности

зуется резонансной формой с шириной порядка брэгговской ширины отражения (для тепловых и холодных нейтронов $\Delta E/E \simeq 10^{-5}$). При этом вариации потенциала взаимодействия нейтрона с кристаллом в указанном диапазоне энергий достигают 20 %. Данное обстоятельство открывает новые перспективы по развитию нейтронной оптики рекордно высокого разрешения и созданию новых устройств по управлению нейтронными пучками.

В заключение хочется выразить благодарность персоналу реактора ВВР-М (ПИЯФ, Гатчина) за усилия по поддержанию работоспособности данного аппарата. Работа поддержана РФФИ (грант # 12-02-00446-а).

1. П. Хирш, А. Хови, Р. Николсон, Д. Пэшли, М. Уэлан, *Электронная микроскопия тонких кристаллов*, Мир, М. (1968), 575 с. [P. Hirsch, A. Howie, R. Nicholson, D. W. Pashley, and M. J. Whelan, *Electron microscopy of thin crystals*, Butterworths, London (1965)].
2. H. Rauch and D. Petrachek, *Dynamical Neutron Diffraction and its Application*, in *Neutron diffraction*, ed. by H. Duchs, Springer, Berlin (1978), p. 303.
3. V. L. Alexeev, V. V. Fedorov, E. G. Lapin, E. K. Leushkin, V. L. Rumiantsev, O. I. Sumbaev, and V. V. Voronin, Nucl. Instr. and Meth. A **284**, 181 (1989).
4. В. Л. Алексеев, В. В. Воронин, Е. Г. Лапин, Е. К. Леушкин, В. Л. Румянцев, О. И. Сумбаев, В. В. Федоров, ЖЭТФ **96**, 1921 (1989).
5. V. V. Fedorov, I. A. Kuznetsov, E. G. Lapin, S. Yu. Semenikhin, and V. V. Voronin, Nucl. Instr. and Meth. B **252**, 131 (2006).
6. V. V. Fedorov and V. V. Voronin, Nucl. Instr. and Meth. B **201**, 230 (2003).
7. V. V. Voronin, V. V. Fedorov, and I. A. Kuznetsov, Письма в ЖЭТФ **90**, 7 (2009).
8. В. В. Федоров, В. В. Воронин, Е. Г. Лапин, Препринт ЛИЯФ-1644, Л. (1990), 36 с.
9. В. В. Федоров, *О возможности поиска ЭДМ нейтрона при дифракции в нецентросимметричном кристалле*, Материалы XXVI зимней школы ЛИЯФ (ФЭЧ), Л. (1991), с. 65.
10. V. V. Fedorov, V. V. Voronin, and E. G. Lapin, J. Phys. G **18**, 1133 (1992).
11. V. V. Fedorov, M. Jentschel, I. A. Kuznetsov, E. G. Lapin, E. Leli‘evre-Berna, V. Nesvizhevsky, A. Petoukhov, S. Yu. Semenikhin, T. Soldner, V. V. Voronin, Yu. P. Braginetz, Phys. Lett. B **694**, 22 (2010).
12. V. V. Fedorov, I. A. Kuznetsov, E. G. Lapin, E. Leli‘evre-Berna, V. Nesvizhevsky, A. Petoukhov, S. Yu. Semenikhin, T. Soldner, F. Tasset, V. V. Voronin, and Yu. P. Braginetz, Nucl. Inst. and Meth. A **611**, 124 (2009).
13. В. В. Воронин, Ю. В. Борисов, А. В. Иванюта, И. А. Кузнецов, С. Ю. Семенихин, В. В. Федоров, Письма в ЖЭТФ **96**, 681 (2012).
14. В. В. Федоров, В. В. Воронин, *Физика ат. ядра и элементарных частиц*, Материалы Юбилейной XXX зимней школы ПИЯФ, ч. 1, СПб (1996), с. 123.