Письма в ЖЭТФ, том 100, вып. 8, с. 577 – 582 © 2014 г. 25 октября

О роли двумерных фононов в возможности наблюдения квантового эффекта Холла в графене при комнатной температуре

А. А. Грешнов[1)]

Физико-технический институт им. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

С.-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. Ульянова (Ленина), 197376 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 29 июля 2014 г.

После переработки 11 сентября 2014 г.

Предложено объяснение возможности наблюдения квантового эффекта Холла в графене при комнатной температуре, принимающее во внимание двумерную природу как электронных, так и фононных возбуждений. Показано, что двумерный характер электрон-фононного взаимодействия в условиях сильного магнитного поля устанавливает порог для энергии излучаемого или поглощаемого фонона, тем самым уменьшая долю электронных состояний, вовлеченных в процесс перколяции. Число смешивающихся состояний оказывается пропорциональным корню из магнитного поля, а не температуре. Поэтому в достаточно сильном магнитном поле перколяционный порог перестает зависеть от температуры и при учете исключительно двумерных фононов ограничение на максимальную температуру наблюдения возникает из-за расплывания с температурой фермиевской функции распределения. Также обсуждаются величина вклада трехмерных фононов и количественное соответствие с экспериментом.

DOI: 10.7868/S0370274X14200089

Введение. Обнаружение "аномального" квантового эффекта Холла в графене явилось рубежом, после которого возможность получения моноатомных углеродных пленок перестала вызывать сомнения. Пионеры графена А.К. Гейм и К.С. Новоселов были удостоены за него Нобелевской премии 2010 г. [1]. Первые впечатляющие результаты были получены на образцах, изготовленных методом механического расщепления графита [2–4]. Однако в настоящее время все больше развиваются эпитаксиальные технологии, пригодные для массового производства графена. При этом наибольшие надежды связываются с методом осаждения из газовой фазы (CVD) [5, 6]. В таких образцах "аномальный" эффект практически столь же хорошо выражен [7]. Заметим, что первоначально авторами работ [3, 4] в отношении квантового эффекта Холла в графене использовался термин "полуцелый". На самом же деле холловская проводимость σ_{xy} квантуется в целых единицах e^2/h. Действительно интригующей является последовательность плато, соответствующая удвоенным нечетным числам, а именно $\sigma_{xy} = 2(2n+1)e^2/h$. Понять происхождение такого закона несложно, если принять во внимание вид спектра уровней Ландау в этом материале, $E_n = \mathrm{sgn}(n)\sqrt{2|n|}\hbar v_0 l_B^{-1}$, четырехкратное (спиновое и долинное) вырождение и симметричность основного уровня Ландау ($n=0$) относительно дираковской точки $E_0 = 0$ (здесь $v_0 \approx 10^8$ см/с – эффективная скорость, фигурирующая в линейном законе дисперсии, а $l_B = \sqrt{\hbar c/eB}$ – магнитная длина). В действительности "полуцелое" правило квантования не является чем-то фундаментальным. При понижении температуры и усилении магнитного поля наблюдаются дополнительные плато [8], причем не только четные ($\sigma_{xy} = 0, \pm 4e^2/h$), но и нечетные ($\sigma_{xy} = \pm 1e^2/h$). В результате в пределе нулевой температуры в графене реализуется стандартная картина целочисленного квантового эффекта Холла. Причинам появления дополнительных плато посвящена обширная литература, цитируемая в обзорах [9–11].

На наш взгляд, гораздо более впечатляющим является устойчивость квантового эффекта Холла в графене к температуре, проявляющаяся вплоть до 300 K [12]. Это значение более чем на порядок превышает рекорды измерений на традиционных структурах с квантовыми ямами [13, 14]. Данный факт был недооценен большинством исследователей, считающих его всего лишь проявлением большой величины энергетической щели между основным ($n=0$) и первыми возбужденными ($n=\pm 1$) уровнями Ландау в условиях сильного магнитного поля, так что $|E_1 - E_0| \gg T$. Такое условие является необходи-

[1)]e-mail: a_greshnov@hotmail.com

мым, но не достаточным. В частности, при $B = 30$ Тл и $T = 50$ К оно с запасом выполнено в квантовых ямах на основе узкозонных материалов InSb и HgTe, исследовавшихся в работах [13, 14]. Реальная физика, определяющая температурный порог наблюдения квантового эффекта Холла, существенно менее тривиальна. Она связана с неупругими взаимодействиями, нарушающими когерентность внутри электронной подсистемы, или, как это принято говорить в теории слабой локализации, с процессами сбоя фазы.

Основываясь на классических результатах [15], мы будем предполагать, что при рассматриваемых температурах электрон-фононное взаимодействие доминирует над электрон-электронным. Однако саму концепцию "сбоя фазы" напрямую применить к режиму квантового эффекта Холла, как это сделано для углеродных наноструктур в нулевом магнитном поле в работе [16], нельзя. Дело в том, что все одноэлектронные состояния на уровнях Ландау (за исключением множества меры нуль) являются локализованными благодаря случайному потенциалу примесей и/или структурных несовершенств. При строго нулевой температуре продольная проводимость σ_{xx} квантово-холловской системы равна нулю при всех факторах заполнения (соотношениях индукции магнитного поля B и концентрации носителей n_s), кроме избранных (обычно полуцелых), определяющих критические точки (металлические фазы нулевой ширины). Исходя из скейлинговых соображений можно утверждать, что длина локализации электронных состояний ξ зависит от расстояния до критической точки $\mathcal{E}$ как $\xi(\mathcal{E}) \propto \mathcal{E}^{-\nu}$, где значение показателя $\nu \approx 2.3$ определено из численных расчетов и подтверждено экспериментами на мезоскопических образцах [17]. Естественно, что электронные состояния, лежащие в малой окрестности критической точки, являются локализованными лишь формально. Даже при низких температурах они будут смешаны электрон-фононным взаимодействием, образуя пути протекания электрического тока. Насколько широка энергетическая полоса, внутри которой возможна перколяция при заданной температуре T, – вопрос, требующий микроскопического расчета [18]. Вместе с тем качественный ответ на него следует из тех же скейлинговых соображений, $\Delta\mathcal{E} \propto T^{\kappa}$, где показатель $\kappa \approx 0.42$ хорошо известен из эксперимента, по крайней мере для структур с резким случайным потенциалом [17, 19]. Здесь мы будем использовать тот факт, что смешивание электронных состояний внутри энергетических полосок ширины $\mathcal{T}$ приводит к образованию перколяционных зон ширины

$$\Delta E = c\mathcal{T}^{\kappa} \tag{1}$$

вблизи каждой из критических точек (центров уровней Ландау). При этом подразумевается, что $\Delta E \gg \gg T$.

С феноменологической точки зрения электронный транспорт в условиях низких температур и сильных магнитных полей в традиционных полупроводниковых структурах и графене не должен сильно различаться. В обоих случаях мы стартуем с электронных состояний, локализованных на уровнях Ландау (которые можно считать хорошо разъединенными, но с шириной, существенно меньшей температуры), добавляем взаимодействие с продольными акустическими фононами и рассчитываем компоненты тензора проводимости σ_{xx} и σ_{xy}. Хотя константа электрон-фононного взаимодействия Ξ в графене варьируется в различных работах от 3 до 30 мэВ (см. обсуждение в работе [20]), она имеет тот же порядок величины, что и для традиционных полупроводниковых материалов. Поэтому объяснить колоссальную разницу в максимальной температуре наблюдения квантового эффекта Холла исключительно за счет величины Ξ не удается. Мы полагаем, что различие более принципиально. Оно заключается в существенно двумерном характере фононов в графене. Некоторое время назад в работе [21] было предсказано, что двумерные фононы существенно меняют характер температурной зависимости собственной (фононной) части сопротивления в температурном режиме Блоха-Грюнайзена. В результате $\rho(T) \propto T^4$ вместо $\rho \propto T^5$. Это предсказание было экспериментально подтверждено в работе [22]. Таким образом, в литературе имеются экспериментальные факты, подтверждающие превалирование двумерных фононов в графене на подложке над трехмерными. Последнее лишний раз указывает на выдающиеся свойства данного материала, его истинно двумерные свойства.

В настоящей работе развита теория электрон-фононного взаимодействия в режиме целочисленного квантового эффекта Холла с учетом специфики графена, заключающейся в двумерном характере как электронных, так и фононных возбуждений. Мы показываем, что благодаря отсутствию третьей компоненты волнового вектора фонона сильное магнитное поле устанавливает порог для максимальной энергии, передаваемой в процессах излучения или поглощения, равный $\hbar s l_B^{-1}$, где $s \approx 2 \cdot 10^6$ см/с – скорость продольного звука в графене. В результате эта величина играет роль $\mathcal{T}$ в формуле (1) и ширина переходных областей между соседними плато перестает зависеть от температуры до тех пор, пока она не становится сравнимой с полушириной уровня Ландау Г. Также мы обсуждаем возможность пренебрежения вкладом трехмерных фононов, используя экспериментальные данные работы [8].

Теория. Наблюдение квантового эффекта Холла в графене при комнатной температуре ограничено двумя фундаментальными плато, соответствующими переходам с основного уровня Ландау ($n = 0$) на первые возбужденные уровни Ландау электронов и дырок ($n = \pm 1$), локализация на которых существенно затруднена по сравнению с $n = 0$ [23]. Поэтому мы ограничимся рассмотрением исключительно основного уровня Ландау. Без учета зеемановского расщепления, описываемого ввиду слабой спин-орбиты практически вакуумным значением g-фактора, ($|g^*| \approx 2$), и других не слишком существенных при комнатной температуре эффектов он является четырехкратно вырожденным (по спину и долинам). При этом состояния в различных долинах (K и K$'$) локализованы исключительно на одной из треугольных подрешеток, т.е. волновые функции на основном уровне Ландау сводятся к скалярным [9]. Будем считать, что случайные поля не являются достаточно резкими для того, чтобы связывать долины K и K$'$, что привело бы к подмешиванию описанных состояний и нарушению скалярной модели. В скалярном приближении при условии хорошо разъединенных уровней Ландау ($\Gamma \ll |E_1 - E_0|$) для описания электронных состояний можно ограничиться стандартным базисом "полосок Ландау" $\Psi_{nk}(\mathbf{r})$ с $n = 0$ [23], так что $\Psi_\alpha(\mathbf{r}) = \sum_k C_{\alpha k}\Psi_{0k}(\mathbf{r})$. Характеристикой силы электрон-фононного взаимодействия по отношению к данному одноэлектронному состоянию α является время жизни, обратно пропорциональное суммарному темпу переходов W_α, который можно найти с помощью золотого правила Ферми. Для анализа удобно выделить вклады, связанные со спонтанным излучением $W_\alpha^{(1)}$, вынужденным излучением $W_\alpha^{(2)}$ и поглощением $W_\alpha^{(3)}$ акустических фононов. Выражения для них имеют вид

$$W_\alpha^{(i)} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\beta\mathbf{Q}}(1 - f_\beta)|V_{\beta\alpha}^{\mathbf{Q}}|^2[n_Q]^{a_i}\delta(E_\alpha - E_\beta - b_i\hbar s Q). \tag{2}$$

Здесь $\beta \neq \alpha$ нумерует электронные состояния с основного уровня Ландау, на которые происходит переход из состояния α, $f_\beta = f_0(E_\beta)$ и $n_Q = n_0(\hbar s Q)$ – фермиевская и бозевская функции распределения электронов и фононов соответственно, $a_1 = 0$, $a_2 = a_3 = 1$, $b_1 = b_2 = 1$, $b_3 = -1$, $V_{\beta\alpha}^{\mathbf{Q}}$ – матричный элемент электрон-фононного взаимодействия:

$$\hat{V}^{\mathbf{Q}} = \sum_{\alpha\beta} i\Xi\sqrt{\frac{\hbar Q}{2s\rho_d\mathcal{V}_d}}P_{\beta\alpha}^{\mathbf{Q}}\hat{a}_\beta^+\hat{a}_\alpha, \tag{3}$$

$$P_{\beta\alpha}^{\mathbf{Q}} = \int d^3r\Psi_\beta^*(\mathbf{r})e^{i\mathbf{Q}\mathbf{r}}\Psi_\alpha(\mathbf{r}), \tag{4}$$

где Ξ – деформационный потенциал, s – скорость звука, ρ_d – двумерная или трехмерная плотность, $\mathcal{V}_d$ – нормировочная площадь или объем в зависимости от размерности фононов ($d = 2$ или 3). Принципиальная разница между случаями двумерных и трехмерных фононов содержится в сумме в правой части (2), которая превращается в интеграл соответствующей размерности по импульсу фонона $\mathbf{Q}$. Для оценки времени жизни мы используем модель случайных и некоррелированных коэффициентов $C_{\alpha k}$. Она, разумеется, не учитывает поправок, связанных с локализацией электронных состояний, но оказывается достаточно точной при расчете плотности состояний и даже пиковых величин продольной проводимости [23]. В таком приближении зависимость $W_\alpha^{(i)}$ от номера состояния α превращается в зависимость от энергии состояния ε. Поэтому удобно ввести усредненные темпы переходов:

$$W^{(i)}(\varepsilon) = \overline{W_\alpha^{(i)}} = \frac{\sum_\alpha W_\alpha^{(i)}\delta(\varepsilon - E_\alpha)}{\sum_\alpha \delta(\varepsilon - E_\alpha)}, \tag{5}$$

где суммирование производится по всем состояниям бесконечной системы, или, что то же самое, выполнено усреднение по беспорядку. Для нахождения величин $W^{(i)}$ необходимо вычислить средние значения $|P_{\alpha\beta}^{\mathbf{Q}}|^2$. Используем для этого соотношения [23]

$$\langle\Psi_{0k_1}^*|e^{i\mathbf{Q}\mathbf{r}}|\Psi_{0k_2}\rangle = \\ = \delta_{q_x,k_1-k_2}\exp\left(i\frac{k_1+k_2}{2}q_y l_B^2\right)\exp\left(-\frac{q^2 l_B^2}{4}\right), \tag{6}$$

$$\sum_{k_1,k_2}\overline{C_{\alpha,k_1-k}^*C_{\alpha,k_2-k}C_{\beta,k_1}C_{\beta,k_2}^*}\exp\left[i\gamma(k_1-k_2)\right] = N_L^{-1}. \tag{7}$$

В результате получим

$$\overline{|P_{\alpha\beta}^{\mathbf{Q}}|^2} = N_L^{-1}\exp\left(-\frac{q^2 l_B^2}{2}\right), \tag{8}$$

где $N_L = S/2\pi l_B^2$ – число электронных состояний на одном уровне Ландау в образце площади S, $\mathbf{q}$ – компонента полного волнового вектора фонона $\mathbf{Q}$ в плоскости графена. Формула (8) показывает, что в условиях сильного магнитного поля переходы между электронными состояниями с основного уровня Ландау ($n = 0$) за счет фононов с q, превышающими l_B^{-1}, являются экспоненциально слабыми. Таким образом, в описанном приближении, пренебрегающем локализационными поправками получаем

$$W^{(i)}(\varepsilon) = \frac{\pi\Xi^2}{\hbar s^2\rho_d}\int\frac{d^dQ}{(2\pi)^d}[1-f_0(\varepsilon-b_i\hbar sQ)]\times \\ \times\mathcal{D}(\varepsilon-b_i\hbar sQ)[n_0(\hbar sQ)]^{a_i}\hbar sQ\exp\left(-\frac{q^2l_B^2}{2}\right), \quad (9)$$

где $\mathcal{D}(\varepsilon)$ – плотность электронных состояний, точное значение которой в случае резкого случайного потенциала дано в работе [24]. Рассмотрим случай достаточно высоких температур, когда $\hbar s l_B^{-1}/T \ll 1$. Типичное значение этого параметра в сильных магнитных полях ($B \sim 40$ Тл), необходимых для наблюдения квантового эффекта Холла в графене при комнатной температуре, составляет 0.1. В то же время будем считать, что $T \ll |E_1 - E_0|$, Γ, и рассматривать электронные состояния, лежащие в окрестности перехода между проводящей и изолирующей фазами, с типичными энергиями $\varepsilon \propto T^\kappa \ll T$. Тогда плотность состояний в уравнении (9) можно вынести за знак интеграла, взяв ее в точке $E = 0$: $\mathcal{D}_0 = \mathcal{D}(E=0) \approx 0.36\Gamma^{-1}$ [24].

Для двумерных фононов время жизни при указанных предположениях вычисляется полностью аналитически, поскольку из-за резкого обрезания интеграла по Q в формуле (9) на масштабе l_B^{-1} функция распределения f_0 может быть взята при $Q = 0$, а $n_0(E)$ заменено на T/E. В результате имеем

$$W_{d=2}^{(i)} = [1-f_0(\varepsilon)]\frac{\Xi^2\mathcal{D}_0 T}{2\rho_2\hbar s^2 l_B^2}\left(\frac{\sqrt{\pi}\hbar s l_B^{-1}}{\sqrt{2}T}\right)^{1-a_i}, \quad (10)$$

т.е. процессы вынужденного излучения и поглощения фононов дают равные вклады в общий темп переходов, а вклад спонтанного излучения является малым. Такое соотношение вкладов связано с тем, что в процессе участвуют исключительно "холодные" фононы, для которых $n_0(\hbar sQ) \approx T/\hbar sQ \gg 1$.

В случае трехмерных фононов ограничение на продольную компоненту волнового вектора q не приводит к подавлению процессов с полным волновым вектором Q, превышающим l_B^{-1}, из-за растущей с Q плотности фононных мод. При интегрировании в правой части формулы (9) удобно перейти к сферическим координатам и вначале проинтегрировать по углам φ и ϑ, используя $q = Q\sin\vartheta$. Интеграл по ϑ сводится к функции ошибок от мнимого аргумента с хорошо известными асимптотиками:

$$\frac{1}{2}\int_0^\pi\exp\left(-\frac{t^2\sin^2\vartheta}{2}\right)\sin\vartheta d\vartheta \sim \begin{cases} 1-\frac{1}{3}t^2, & t\ll 1, \\ t^{-2}, & t\gg 1. \end{cases} \quad (11)$$

Квадратичный спад этого выражения при $t = Ql_B \gg \gg 1$ оказывается недостаточным для того, чтобы скомпенсировать трехмерную плотность фононных состояний, и обрезание по Q определяется температурой. Поэтому можно пренебречь вкладом от малых t и использовать асимптотику $\sim t^{-2}$ во всей области интегрирования по Q. Таким образом, остается единственный безразмерный параметр $\delta = (\varepsilon - \mu)/T$. В результате все вклады в суммарный темп переходов можно записать в виде

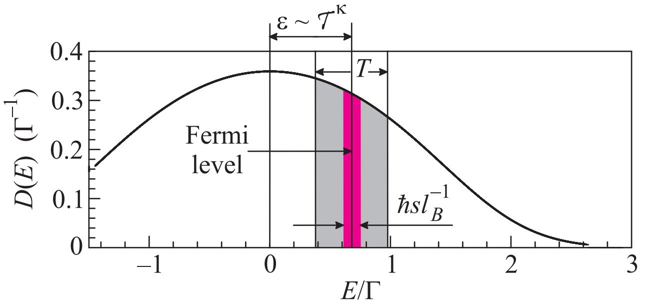
$$W_{d=3}^{(i)} = \mathcal{C}_i(\delta)\frac{\Xi^2\mathcal{D}_0T^2}{2\pi\rho_3\hbar^2 s^3 l_B^2}, \quad (12)$$

где коэффициенты $\mathcal{C}_i$ представляют собой интегралы по энергии от комбинаций функций распределения f_0 и n_0. Поскольку для наших целей точный вид зависимостей от δ непринципиален, в дальнейшем мы ограничимся наиболее естественным случаем $\delta = 0$, когда эти коэффициенты вычисляются аналитически: $\mathcal{C}_1 = \pi^2/12$, $\mathcal{C}_2 = \pi^2/24$, $\mathcal{C}_3 = \pi^2/8$. Хотя отношение полных темпов переходов при $\varepsilon = \mu$ для двумерного и трехмерного случаев

$$w = \frac{W_{d=3}}{W_{d=2}} = \frac{\pi}{4}\frac{Ta}{\hbar s} \quad (13)$$

(где $a = \rho_2/\rho_3 \approx 0.34$ нм – межслоевое расстояние в графите) растет с температурой, при $T = 300$ К оно составляет всего 0.5, т.е. время жизни в случае двумерных фононов в 2 раза меньше, чем в случае трехмерных.

Обсуждение и выводы. В соответствии с формулой (13) сила суммарного воздействия, оказываемого двумерными фононами на выбранное электронное состояние, даже больше, чем для трехмерных. Вместе с тем необходимо проанализировать, насколько эффективно это воздействие в смысле образования перколяционного кластера, по которому возможно протекание существенного электрического тока, из электронных состояний, локализованных на длине $\xi \propto \varepsilon^{-\nu}$ (где $\nu \approx 2.3$ [17]). Как и в любой перколяционной задаче, первостепенным здесь является количество электронных состояний, с которыми данное состояние смешивается в результате процессов излучения и поглощения фононов (аналог процента разрешенных связей в решеточных задачах). Сила же смешивания, характеризуемая величинами $W_{\alpha\beta}$, определяемыми формулой (2) с опущенным суммированием по β, второстепенна. Учитывая описанную ранее иерархию энергий и условие $\hbar s l_B^{-1} \ll T$, приходим к физической картине, проиллюстрированной на рисунке. Согласно ей двумерные фононы смешива-



Электронные состояния на основном уровне Ландау графена, принимающие участие в образовании фундаментальных плато целочисленного квантового эффекта Холла ($\sigma_{xy} = \pm 2$). Активное смешивание состояний двумерными фононами имеет место внутри энергетической полосы шириной $\hbar s l_B^{-1}$, гораздо более узкой, чем полоса шириной T, относящаяся к случаю трехмерных фононов

ют локализованные электронные состояния в существенно более узкой области энергий, чем трехмерные. Рассчитать величину продольной проводимости σ_{xx} в такой ситуации (по крайней мере там, где она мала) можно с помощью сетки случайных сопротивлений, в которой узлами являются локализованные электронные состояния (α, β и т.д.), а (обратные) сопротивления определяются величинами $W_{\alpha\beta}$ [18]. Действительно, электрон в начальном состоянии α через время порядка $\tau_\alpha = W(\varepsilon_\alpha)^{-1}$ окажется равномерно "размазанным" по всем состояниям β, переход на которые возможен с неэкспоненциально малой вероятностью $W_{\alpha\beta}$, тем самым формируя проводящий кластер из этих состояний. В случае двумерных фононов разрешенные конечные состояния β лежат внутри энергетической полосы шириной $\hbar s l_B^{-1}$ (темно-серая область на рисунке), а не T (светло-серая область). Поэтому их количество, играющее роль числа связей в соответствующей перколяционной задаче, уменьшено в $\hbar s l_B^{-1}/T$ раз и не зависит от температуры. В результате при $T \gtrsim \hbar s l_B^{-1}$ ширина проводящей области ΔE вблизи критической точки определяется с помощью формулы (1), в которой $\mathcal{T} = \hbar s l_B^{-1}$. В достаточно сильных магнитных полях величина $\Delta E(\mathcal{T} = \hbar s l_B^{-1})$ оказывается существенно меньшей расстояния $|E_1 - E_0|$ между уровнями Ландау в графене и их ширины Γ. Поэтому в интервале температур

$$\hbar s l_B^{-1} \lesssim T \lesssim \Gamma \qquad (14)$$

ширина переходной области между соседними плато квантового эффекта Холла при учете исключительно двумерных фононов должна практически не зависеть от температуры. В случае же $T \gtrsim \Gamma$ размытие плато будет сильным и связанным уже не с электрон-фононным взаимодействием, а просто с уширением фермиевской функции распределения f_0.

Разумеется, в такой ситуации встает вопрос о законности пренебрежения трехмерными фононами с учетом того, что эксперименты, в которых квантовый эффект Холла наблюдался при комнатной температуре, относятся к графену на подложке [12, 8]. Оказывается, что их влияние, которое можно оценить из низкотемпературных измерений, мало (причиной этого, видимо, является слабость межслоевых химических связей). Используя максимальную величину производной $d\sigma_{xy}/d\nu \approx 12$ (в единицах e^2/h) [8] на переходе между основным и первым возбужденным уровнями Ландау при $T = 1.6$ К и $B = 8$ Тл и формулу (1) с $\kappa = 0.42$, при $T = 300$ К получаем $d\sigma_{xy}/d\nu \approx 1.3$. Это значение лишь слегка больше 1. Поэтому при магнитном поле $B = 8$ Тл выраженной картины квантования не наблюдается. Однако ясно, что если увеличить индукцию магнитного поля еще в несколько раз, то квантовый эффект Холла проявится в полную силу, что и происходит в эксперименте. В заключение отметим, что наши выводы о существовании в условиях сильных магнитных полей достаточно широкого интервала температур (14), в котором энергетическая ширина проводящей области ΔE внутри основного уровня Ландау ($n = 0$) крайне слабо растет с температурой, хорошо согласуются с экспериментальными данными работы [25].

Настоящая работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых # МК-718.2014.2.

1. А.К. Гейм, УФН **181**, 1284 (2011); К.С. Новоселов, УФН **181**, 1299 (2011).
2. K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, and A.A. Firsov, Science **306**, 666 (2004).
3. K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, M.I. Katsnelson, I.V. Grigorieva, S.V. Dubonos, and A.A. Firsov, Nature **438**, 197 (2005).
4. Y. Zhang, Y.-W. Tan, H.L. Stormer, and P. Kim, Nature **438**, 201 (2005).
5. А.В. Елецкий, И.М. Искандарова, А.А. Книжник, Д.Н. Красиков, УФН **181**, 233 (2011).

6. E. Y. Andrei, G. Li, and X. Du, Rep. Prog. Phys. **75**, 056501 (2012).
7. T. Shen, W. Wu, Q. Yu, C. A. Richter, R. Elmquist, D. Newell, and Y. P. Chen, Appl. Phys. Lett. **99**, 232110 (2011).
8. Z. Jiang, Y. Zhang, Y.-W. Tan, H. L. Stormer, and P. Kim, Sol. State Comm. **143**, 14 (2007).
9. A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, Rev. Mod. Phys. **81**, 109 (2009).
10. M. O. Goerbig, Rev. Mod. Phys. **83**, 1193 (2011).
11. S. Das Sarma, Sh. Adam, E. H. Hwang, and E. Rossi, Rev. Mod. Phys. **83**, 407 (2011).
12. K. S. Novoselov, Z. Jiang, Y. Zhang, S. V. Morozov, H. L. Stormer, U. Zeitler, J. C. Maan, G. S. Boebinger, P. Kim, and A. K. Geim, Science **315**, 1379 (2007).
13. S. Q. Murphy, J. L. Hicks, W. K. Liu, S. J. Chung, K. J. Goldammer, and M. B. Santos, Physica E **6**, 293 (2000).
14. G. Landwehr, J. Gerschütz, S. Oehling, A. Pfeuffer-Jeschke, V. Latussek, and C. R. Becker, Physica E **6**, 713 (2000).
15. B. L. Altshuler, A. G. Aronov, and D. E. Khmelnitsky, J. Phys. C **15**, 7367 (1982).
16. Д. С. Мисерев, М. В. Энтин, Письма ЖЭТФ **99**, 478 (2014).
17. B. Huckestein, Rev. Mod. Phys. **67**, 357 (1995).
18. A. A. Greshnov and Y. M. Beltukov, Semiconductors **48**, 228 (2014).
19. W. Li, C. L. Vicente, J. S. Xia, W. Pan, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **102**, 216801 (2009).
20. K. Kaasbjerg, K. S. Thygesen, and K. W. Jacobsen, Phys. Rev. B **85**, 165440 (2012).
21. E. H. Hwang and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **77**, 115449 (2008).
22. D. K. Efetov and P. Kim, Phys. Rev. Lett. **105**, 256805 (2010).
23. A. A. Greshnov, G. G. Zegrya, and E. N. Kolesnikova, JETP **107**, 491 (2008).
24. F. Wegner, Z. Phys. B **51**, 279 (1983).
25. A. J. M. Giesbers, U. Zeitler, L. A. Ponomarenko, R. Yang, K. S. Novoselov, A. K. Geim, and J. C. Maan, Phys. Rev. B **80**, 241411 (2009).