Письма в ЖЭТФ, том 100, вып. 8, с. 583 – 590 © 2014 г. 25 октября

Темные солитоны в конденсате экситонных поляритонов в полупроводниковых микрорезонаторах при нерезонансной оптической накачке

А. А. Деменев[1], *С. С. Гаврилов, А. С. Бричкин, А. В. Ларионов, В. Д. Кулаковский*

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 17 сентября 2014 г.

Исследованы пространственная корреляционная функция первого порядка $g^{(1)}(r_{12})$ и распределение поляритонной плотности в конденсате квазидвумерных экситонных поляритонов в условиях нерезонансной оптической накачки высокодобротного полупроводникового микрорезонаторного столбика. Обнаружено, что для определенных областей микростолбика корреляционная функция демонстрирует резкий спад с ростом плотности конденсата. Показано, что такое поведение корреляционной функции связано с формированием в данных областях локализованного темного солитона. В области локализации солитона наблюдаются глубокий минимум поляритонной плотности и скачок на π фазы волновой функции конденсата.

DOI: 10.7868/S0370274X14200090

В настоящее время наряду с исследованием бозе-эйнштейновской конденсации в атомных газах большое внимание уделяется изучению конденсации квазичастиц – экситонов и экситонных поляритонов – в полупроводниковых гетероструктурах. Одной из наиболее перспективных систем является система экситонных поляритонов в планарных полупроводниковых микрорезонаторах (МР) [1]. Поляритон представляет собой смешанное состояние фотона и экситона в квантовой яме (КЯ) в активной области резонатора. Он формируется благодаря сильному экситон-фотонному взаимодействию. Данная система имеет ряд уникальных особенностей. Так, благодаря очень малой эффективной массе поляритона ($\sim 10^{-4} m_e$, где m_e – масса электрона) конденсация в основное поляритонное состояние может происходить при температурах, лежащих в области десятков и даже сотен градусов Кельвина [2–7]. Свойства поляритонной системы, включая распределение поляритонов в импульсном и координатном пространствах, их когерентность, статистику и т.д., можно определить непосредственно из оптических измерений благодаря наличию в поляритоне фотонной компоненты.

Ранее в исследованиях корреляционных свойств поляритонного конденсата было продемонстрировано формирование целого ряда топологических дефектов, таких как квантовые вихри, пары вихрей [8–11] и полувихри в спинорном бозе-конденсате поляритонов [12, 13]. В последнее время большой интерес представляет изучение динамики солитонов в поляритонной системе [14–20]. Большинство экспериментов в этом направлении было выполнено при резонансном лазерном возбуждении поляритонов на нижней поляритонной ветви. В работах [15, 16, 21] было обнаружено, что резонансно накачиваемая поляритонная мода в результате поляритон-поляритонного и поляритон-экситонного взаимодействия рассеивается с образованием сверхтекучего поляритонного состояния с ненулевой групповой скоростью, при движении которого в случае обтекания дефекта возможно образование косых темных солитонов. С другой стороны, при накачке МР в области точки перегиба нижней поляритонной ветви отрицательная эффективная масса возбуждаемых поляритонов в сочетании с отталкивательным межполяритонным взаимодействием может приводить к образованию стабильного светлого солитона [17, 18], а также двумерного брэгговского солитона [20].

Особый интерес представляет наблюдение темных солитонов при оптическом нерезонансном возбуждении, когда фазовая структура макроскопической поляритонной волновой функции не связана напрямую с фазой накачивающего лазерного поля, как в случае резонансного возбуждения, а формируется в результате неравновесной конденсации поляритонов. Недавно в теоретических работах [22, 23] была предсказана возможность формирования при нерезо-

[1] e-mail: demenev@issp.ac.ru

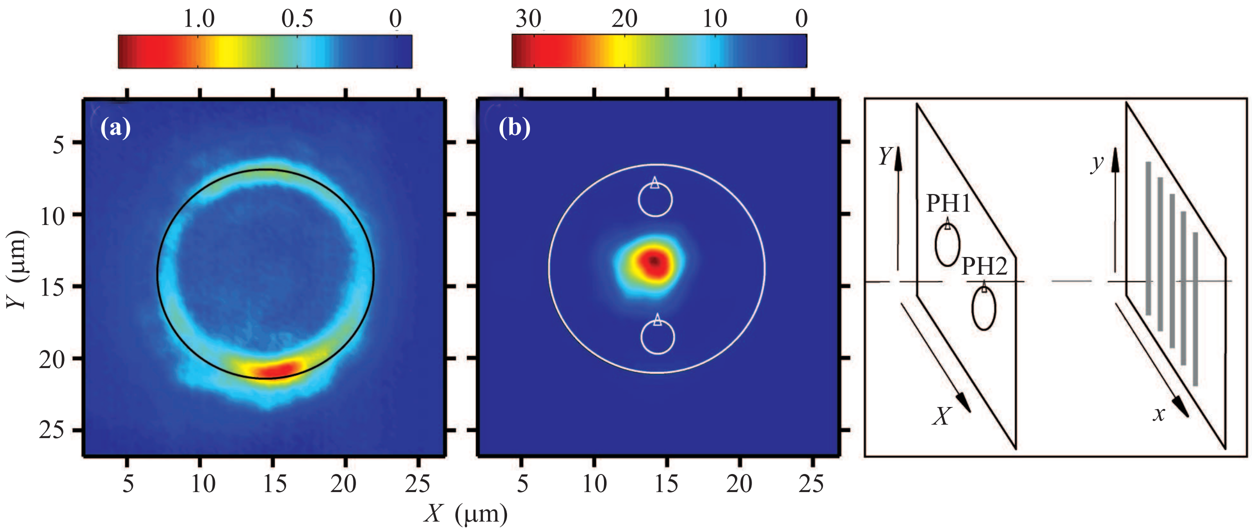

Рис. 1. Распределение поляритонной плотности в МР-столбике при нерезонансной лазерной накачке с $P = 3$ Вт/см^2 (a) и 9 Вт/см^2 (b). Белыми кружками на рис. 1b показаны области, вырезаемые пинхолами в двухщелевой интерференционной схеме Юнга. Правый график демонстрирует экспериментальную схему формирования интерференционной картины

нансном оптическом возбуждении квазистационарных темных солитонов на флуктуациях случайного потенциала или проходящего через МР поля накачки. В настоящей работе экспериментально исследуется возможность формирования темных солитонов в пространственно-ограниченной поляритонной системе, возбуждаемой нерезонансно в МР-столбиках с диаметром 10–15 мкм. Исследования пространственного распределения поляритонной плотности и корреляционной функции первого порядка подтверждают возможность формирования темных солитонов в МР-столбиках при наличии флуктуаций потенциала.

Были исследованы МР-столбики диаметром 10–15 мкм, изготовленные с помощью литографии и ионного травления из планарного микрорезонатора на основе GaAs. Исходный МР был выращен методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Он состоит из двух брэгговских зеркал с 32 (36) повторяющимися $\lambda/4$-слоями $Al_{0.2}Ga_{0.8}As/AlAs$ в переднем (заднем) зеркалах и активного $\lambda/2$-слоя, содержащего четыре GaAs/AlAs КЯ толщиной 7 нм в пучности электромагнитного поля. Величина расстройки экситонной и фотонной мод $E_C - E_X = -7$ мэВ. Раби-расщепление взаимодействующих фотонной и экситонной мод равно 10.5 мэВ. Добротность МР составляет $\sim 10^4$. Образец полностью аналогичен структуре, использованной в работе [24].

Исследуемые образцы располагались в проточном оптическом криостате. Измерения проводились при температуре 30 К. Возбуждение образца осуществлялось выше запрещенной зоны GaAs КЯ по нормали к МР импульсным лазером с длиной волны 532 нм, длительностью импульса 7 нс и частотой повторения 5 кГц. Диаметр пятна возбуждения составлял 30 мкм. Для исследования структуры поляритонной волновой функции применялась методика микрофотолюминесценции с высоким пространственным разрешением (≈ 1.5 мкм). Для исследования корреляционных свойств конденсатной поляритонной фазы была использована интерференционная методика на основе интерферометра Майкельсона, совмещенного с двухщелевой схемой Юнга. При этом размер каждого из двух пинхолов диаметром 100 мкм соответствовал области на образце диаметром 2.3 мкм. Излучение из МР-столбика детектировалось в интервале энергий фотона $\hbar\omega = E_{LP} \pm 1$ мэВ, где $E_{LP} = 1619.7$ мэВ – энергия поляритона с квазиимпульсом $k = 0$.

В исследованных образцах пороговая плотность возбуждения $P_{\rm thr}$ для конденсации поляритонов при межзонном возбуждении лазером с длиной волны 532 нм составляла 4 Вт/см^2. Пространственное распределение поляритонной плотности в МР-столбике с диаметром 15 мкм показано на рис. 1. При $P = 3$ Вт/см^2 (рис. 1a) пространственное распределение поляритонов в плоскости МР-столбика относительно однородно. Неполяризованное излучение из кольца на границе обусловлено рассеянием на ней поляритонов с большими квазиимпульсами ($k > 1$ мкм$^{-1}$). Его интенсивность слабо зависит от плот-

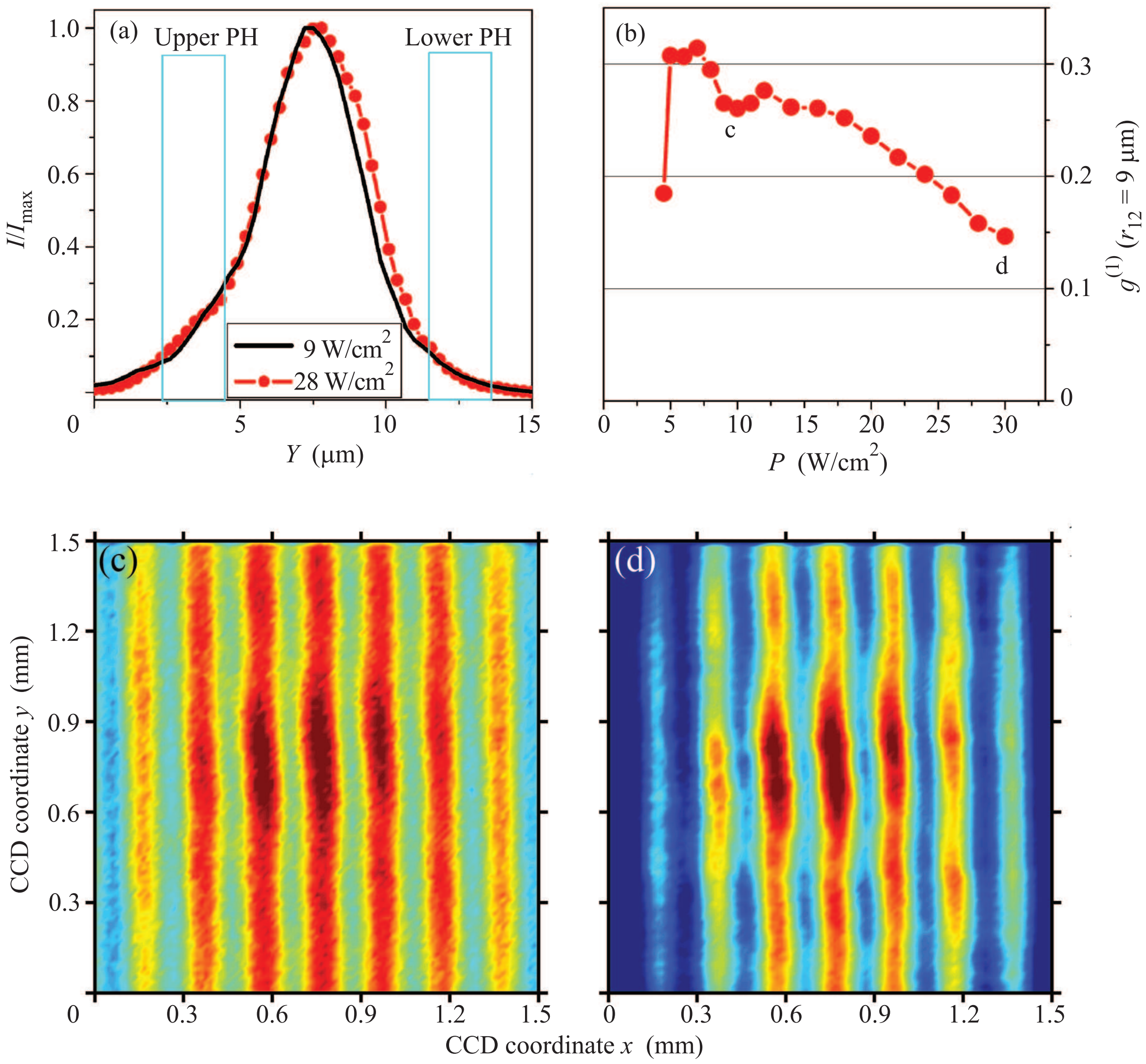

Рис. 2. (a) – Пространственный срез в направлении Y (вдоль прямой, соединяющей центры пинхолов) распределения поляритонной плотности в МР-столбике #1 при $P = 9$ и 28 Вт/см^2. (b) – Зависимость $g^{(1)}(P)$ при $r_{12} = 9$ мкм. (c, d) – Интерференционные картины, записанные с помощью двухщелевой схемы Юнга при $P = 9$ и 28 Вт/см^2. Прямоугольники на рис. 2a соответствуют срезам областей конденсата, вырезаемым верхним и нижним пинхолами

ности возбуждения. Однако при $P > P_{\rm thr} = 4$ Вт/см^2 интенсивность излучения увеличивается пороговым образом на 2–3 порядка. Она концентрируется в центре микростолбика (рис. 1b) и демонстрирует сильную линейную поляризацию (соотношение интенсивностей компонент линейного базиса составляет примерно 15 : 1). В дальнейшем обсуждается излучение только в доминирующей линейной поляризации.

На рис. 2a показано типичное сечение нормированного распределения плотности поляритонов вдоль оси $0Y$, полученное в МР-столбике #1 для двух плотностей лазерного возбуждения: $P = 2.2P_{\rm thr}$ и $7P_{\rm thr}$. Видно, что в обоих случаях плотность поляритонов монотонно спадает к границам столбика, а полуширина пространственного распределения составляет ≈ 4 мкм.

Для исследования пространственной когерентности краевых областей конденсата с помощью схемы Юнга пинхолами вырезались круговые области, отмеченные на рис. 1b (белые кружки) и рис. 2a. Излучение из области пинхолов проецировалось на ПЗС-матрицу. При этом величина волнового параметра была очень малой: $D^2/\lambda Z \approx 0.06 \ll 1$ (размер пинхола $D = 100$ мкм, расстояние от линзы до детектора $Z = 25$ см). Таким образом, для описания интерфе-

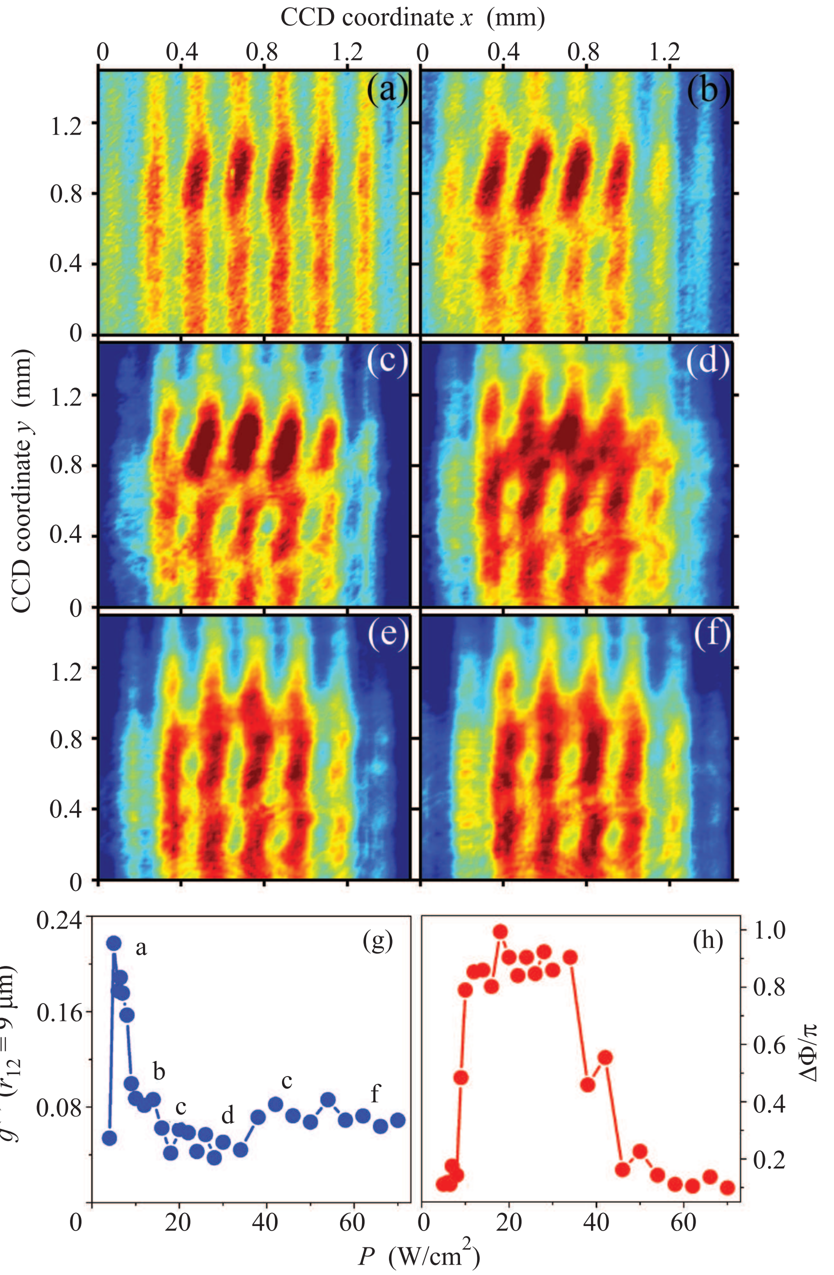

Рис. 3. Интерференционные картины в МР-столбике # 2, записанные с помощью двухщелевой схемы Юнга при различных значениях P (в Вт/см^2) 6: (a), 9 (b), 20 (c), 30 (d), 46 (e) и 65 (f). (g) – Зависимость $g^{(1)}(P)$ при $r_{12} = 9$ мкм. (h) – Зависимость амплитуды скачка относительной фазы поляритонной волновой функции в областях, вырезаемых пинхолами, от плотности внешней лазерной накачки

ренционной картины можно использовать приближение дальней зоны.

В экспериментах были обнаружены два качественно различных вида интерференционных картин излучения конденсата из МР-столбиков. С одной стороны, в большинстве столбиков наблюдается типичная для однородного бозе-конденсата интерференционная картина с вертикальными интерференционными полосами, свидетельствующими о постоянстве разности фаз конденсата в областях, вырезаемых пинхолами (рис. 2). С другой стороны, в ряде столбиков наблюдается специфичная картина, в которой вертикальность интерференционных полос нарушается, что свидетельствует о наличии в конденсате возмущений (рис. 3a–f).

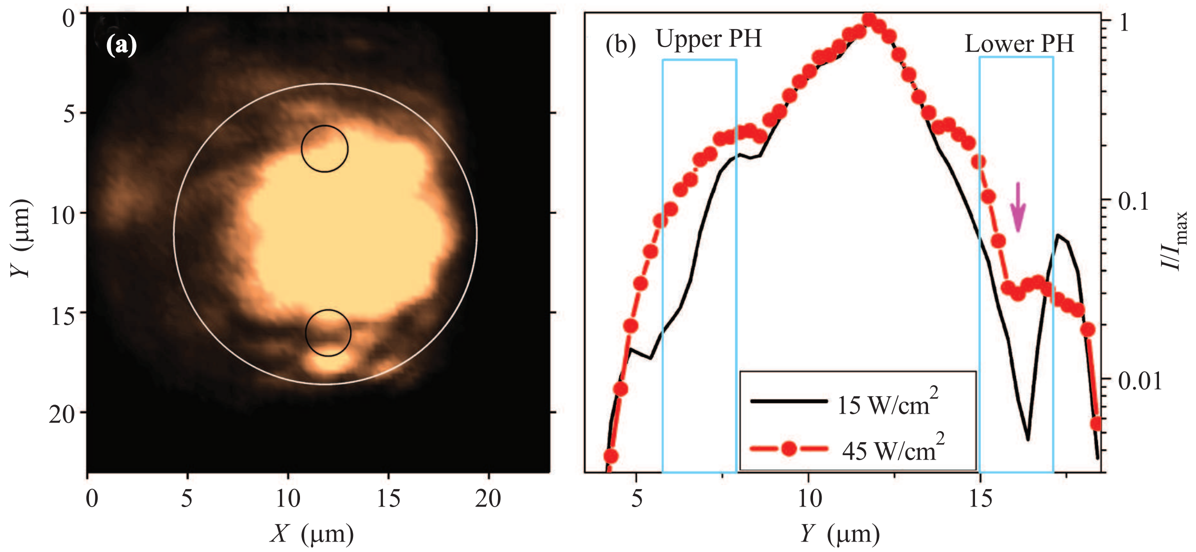

Рис. 4. (a) – Распределение поляритонной плотности в МР-столбике # 2 при $P = 15$ Вт/см^2. (b) – Пространственный срез распределения поляритонной плотности в направлении Y при $X = 12$ мкм в МР-столбике # 2 для плотностей накачки $P = 15$ и 45 Вт/см^2

Типичные интерференционные картины излучения конденсата в МР-столбике # 1 при $P = 9$ и 28 Вт/см^2 приведены на рис. 2c и d. Расстояние между центрами областей, вырезаемых пинхолами, составляет 9 мкм. Ось $0x$, вдоль которой происходит периодическое изменение интенсивности поля, соответствует направлению, соединяющему центры пинхолов. Схема формирования интерференционных полос показана на правом графике рис. 1. Согласно этой схеме направление $0y$ в плоскости детектора соответствует направлению $0Y$ на образце. Положение интерференционных полос определяется разностью фаз Φ поляритонной волновой функции в областях, вырезаемых пинхолами. Изменение положения полос вдоль оси $0y$ отражает пространственную зависимость разности фаз поляритонной волновой функции в областях, вырезаемых пинхолами в направлении $0Y$. В простейшем случае однородно засвеченных пинхолов с постоянной разностью фаз распределение интенсивности поля на детекторе можно описать с помощью формулы

$$I_0(x,y) = I_1^p + I_2^p + 2\sqrt{I_1^p \cdot I_2^p}\, g_{12} \cos\left(\frac{2k\delta}{Z}x\right), \quad (1)$$

где I_1^p (I_2^p) – интенсивность излучения на детекторе при закрытом втором (первом) пинхоле, $g_{12} = g^{(1)}(r_{12})$ – нормированная корреляционная функция первого порядка между областями конденсата, вырезаемыми пинхолами, находящимися на расстоянии r_{12}, $2\delta = 1000$ мкм – расстояние между центрами пинхолов. Зная видность и соотношение интенсивностей поля от первого и второго пинхолов в центре интерференционной картины, можно легко найти функцию пространственной когерентности $g^{(1)} = V(I_1^p + I_2^p)/2\sqrt{I_1^p \cdot I_2^p}$. Видность V определялась из соотношения центральных максимума и минимума интерференционной картины при усреднении по области 0.75 ± 0.15 мм в направлении $0y$ в плоскости детектора. Зависимость $g^{(1)}$ от плотности возбуждения показана на рис. 2b. Видно, что $g^{(1)}$ резко возрастает в области порога конденсации поляритонов. При $P \sim 1.5P_{\mathrm{thr}}$ она достигает значения 0.32. Это значение соответствует радиусу когерентности $r_c \approx 8.5$ мкм, который существенно превышает длину волны де Бройля поляритона в исследуемой структуре ($\lambda_T \approx 1.6$ мкм при $T = 30$ K). Дальнейшее увеличение плотности возбуждения приводит к плавному уменьшению величины пространственного коррелятора и, следовательно, длины когерентности вследствие дефазировки поляритонной волновой функции из-за рассеяния на экситонах в фотовозбужденном экситонном резервуаре [25, 26]. Вертикальность интерференционных полос на рис. 2c и d свидетельствует о том, что разность фаз между областями волновой функции конденсата, вырезаемыми пинхолами, постоянна вдоль координаты Y во всей вырезаемой области, как и следовало ожидать в случае пространственно-однородного конденсата.

Специфичные интерференционные картины, наблюдаемые в излучении конденсата из МР-столбика

2 для $r_{12} = 9$ мкм, приведены на рис. 3. Из показанных на рис. 3a–f интерференционных картин, записанных в широком интервале плотностей возбуждения (от 6 до 70 Вт/см^2), видно, что отклонение от вертикальности интерференционных полос относительно мало только вблизи порога конденсации ($P \sim \sim 1.5P_{\rm thr}$) и при очень больших плотностях возбуждения ($P > 10P_{\rm thr}$). С увеличением P (> 6 Вт/см^2) в интерференционной картине сначала происходит нарушение вертикальности интерференционных полос, свидетельствующее о появлении зависимости величины Φ от координаты Y. Затем в широкой области P (от ~ 9 до 40 Вт/см^2) вблизи $y \approx 0.75$ мм наблюдается ярко выраженный скачок положения полос, близкий к половине периода (рис. 3b–d).

Нарушение вертикальности полос приводит к уменьшению видности интерференционной картины и, как следует из рис. 3g, к нетипичному мощностному поведению функции $g^{(1)}$. При превышении порога конденсации величина $g^{(1)}$ резко возрастает и достигает значения 0.22. Однако при $P > 9$ Вт/см^2 $g^{(1)}$ быстро уменьшается до 0.06. Вертикальность интерференционных полос восстанавливается только при плотностях накачки $P > 40$ Вт/см$^2 \approx 10P_{\rm thr}$, когда система переходит в обычный лазерный режим из-за ионизации экситонного газа (оценка показывает, что средняя концентрация поляритонов в микростолбике составляет $n_p \approx 5 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$ при $P = 40$ Вт/см^2). Подобные специфичные интерференционные картины наблюдались лишь для $r_{12} = 9$ мкм. Для меньших значений относительного расстояния (проверялись $r_{12} = 3$ и 6 мкм) вертикальность интерференционных полос сохранялась во всем диапазоне изменения плотности возбуждения.

Наблюдаемый сдвиг положения интерференционных полос возникает вследствие скачка разности фаз поляритонной волновой функции в пинхолах в направлении Y. Для определения величины скачка $\Delta\Phi$ было проанализировано изменение положения полос в области $y = 0.75$ мм. Для анализа была выбрана центральная вертикальная интерференционная полоса. Величина фазы определялась по отклонению максимума интенсивности полосы от его положения на краях интерференционной картины. Из рис. 3h видно, что при $P > 9$ Вт/см^2 амплитуда скачка фазы $\Delta\Phi$ резко возрастает и при $P = 15$ Вт/см^2 достигает $\approx 0.9\pi$. Далее вплоть до $P \sim 40$ Вт/см^2 величина скачка фазы остается постоянной.

Одной из наиболее вероятных причин возникновения скачка фазы $\Delta\Phi \approx \pi$ в конденсате в направлении Y является формирование в области пинхола локализованного темного солитона. Причиной локализации темного солитона может служить наличие крупномасштабной флуктуации случайного потенциала в вырезаемой пинхолом области [22]. Вследствие отталкивательного межполяритонного взаимодействия формирование темного солитона должно сопровождаться резким спадом поляритонной плотности n_p на масштабе длины залечивания $\xi = \hbar/\sqrt{2m_p(\alpha_c n_p)}$ [23]. Для оценки величины ξ воспользуемся результатами работы [24], где для аналогичных структур была найдена величина константы межчастичного взаимодействия, $\alpha_c \approx \approx 7 \cdot 10^{-13}$ мэВ/см^2. Поскольку в нашем случае эффективная масса поляритона $m_p \approx 7 \cdot 10^{-32}$ г, а средняя концентрация поляритонов при $P = 10$ Вт/см^2 составляет $n_p \approx 1.2 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$, находим $\xi \approx 2.5$ мкм. Следовательно, размер локализованного темного солитона при $P = 10$ Вт/см^2 должен быть сравним с размером вырезаемой пинхолом области, $d = = 2.3$ мкм. Это и позволяет визуализировать скачок фазы волновой функции на интерференционной картине.

Для проверки наличия "истощения" в конденсате в одной из областей, вырезаемых пинхолом, нами было измерено пространственное распределение интенсивности излучения в плоскости МР, $I(X,Y) \sim |\psi(X,Y)|^2$. На рис. 4a показано двумерное распределение $|\psi(X,Y)|^2$ при $P = 15$ Вт/см^2, а на рис. 4b – пространственные срезы распределения $I(X,Y)$ вдоль прямой, соединяющей центры пинхолов ($X = 12$ мкм), для $P = 15$ и 45 Вт/см^2. Видно, что при $P = 15$ Вт/см^2 $I(Y)$ демонстрирует провал, расположение которого совпадает с нижней из двух областей поляритонной волновой функции, вырезаемых пинхолами. Характерный размер провала составляет ≈ 2.4 мкм, что согласуется с оценкой величины ξ, приведенной выше. Дальнейшее увеличение мощности накачки должно приводить к уменьшению ξ и, соответственно, к уменьшению размера солитона до ≈ 1.5 мкм при $P = 40$ Вт/см^2. Реализованного в эксперименте пространственного разрешения в 1.5 мкм недостаточно для надежного наблюдения этого уменьшения. Величина же фазового скачка практически не должна меняться вследствие локализованной природы темного солитона. При $P > 40$ Вт/см^2 провал концентрации быстро исчезает, что иллюстрируется распределением поляритонов при $P = 45$ Вт/см^2 (рис. 4b).

Рисунок 5 демонстрирует рассчитанные в рамках двухщелевой схемы Юнга интерференционные картины. В расчете предполагалось, что в одном из двух пинхолов фаза поля постоянна и равна нулю, а интенсивность в направлении Y уменьшается в 10 раз

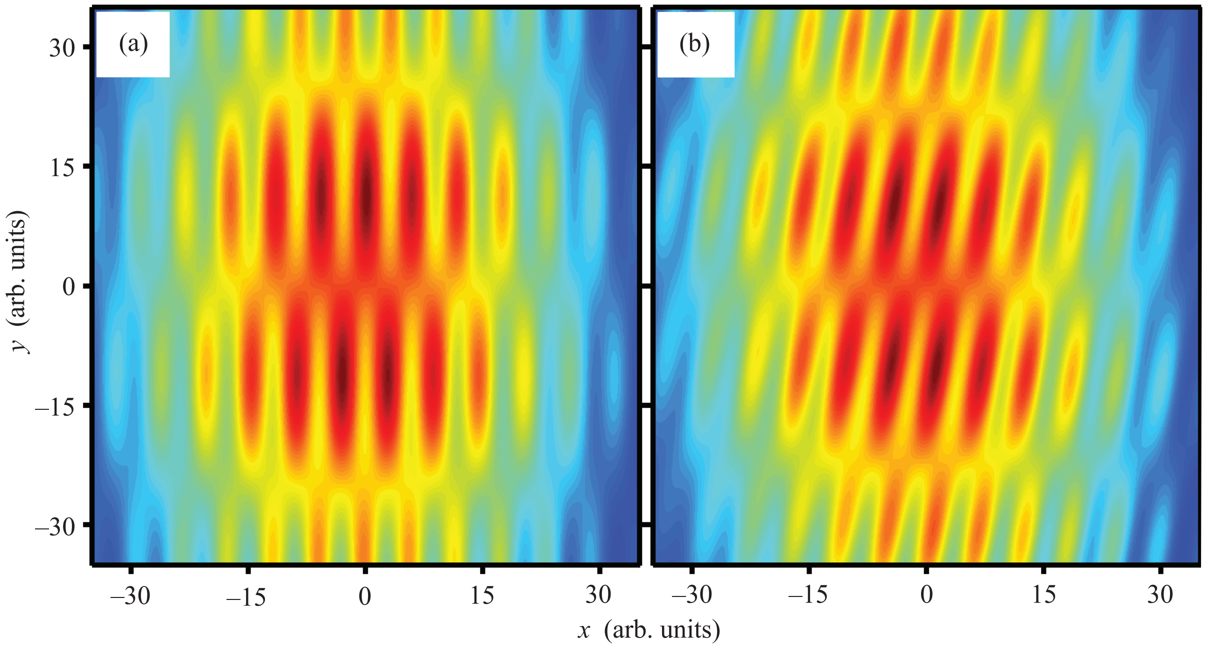

Рис. 5. Картина интерференции в двухщелевой схеме Юнга, рассчитанная в предположении, что область вблизи одного из пинхолов содержит локализованный темный солитон. (a) – Фазовая плоскость солитона горизонтальна. (b) – Фазовая плоскость повернута на угол $\sim 5^0$ относительно горизонтали

по аналогии с экспериментально измеренным распределением интенсивности поля на рис. 4b. В другом пинхоле интенсивность и фаза поля предполагались однородными в направлении X. При этом в направлении Y в центре пинхола фаза испытывала скачок на π, а интенсивность занулялась по аналогии с рис. 4b. Переход от вертикальных интерференционных полос (рис. 5a) к наклонным (рис. 5b) связан с малым наклоном фазовой плоскости солитона относительно горизонтали ($\sim 5^0$). Как видно из графика, рассчитанная с учетом наклона фазовой плоскости картина интерференции качественно совпадает с экспериментально измеренными в интервале мощностей от 9 до 40 Вт/см^2. В центре картины положение интерференционных полос испытывает скачок на половину периода.

Таким образом, на основе исследования распределения поляритонной плотности в МР-столбике и анализа пространственной корреляционной функции первого порядка $g^{(1)}$ при нерезонансном лазерном возбуждении установлено, что в условиях неравновесной конденсации в поляритонной системе возможно формирование локализованного темного солитона. В области формирования солитона фаза поляритонной волновой функции испытывает скачок на π. Величина скачка фазы практически не меняется в широком интервале мощности накачки. Темный солитон разрушается при больших плотностях возбуждения вместе с переходом системы из режима сильной связи в режим слабой связи из-за ионизационного разрушения экситонов.

Авторы выражают благодарность А.В. Горбунову и М.В. Лебедеву за плодотворные обсуждения, а также С. Хёфлингу и К. Шнайдеру за предоставленные образцы. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант # 14-12-01372).

1. A. V. Kavokin, J. J. Baumberg, G. Malpuech, and F. P. Laussy, *Microcavities*, Oxford University Press, Oxford (2007).
2. J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J. M. J. Keeling, F. M. Marchetti, M. H. Szymanska, R. Andre, J. L. Staehli, V. Savona, P. B. Littlewood, B. Deveaud-Pledran, and L. S. Dang, Nature **443**, 409 (2006).
3. S. Christopoulos, G. B. Hoger von Hogersthal, A. Grundy, P. G. Lagoudakis, A. V. Kavokin, J. J. Baumberg, G. Christmann, R. Butte, E. Feltin, J. F. Carlin, and N. Grandjean, Phys. Rev. Lett. **98**, 126405 (2007).
4. В. Д. Кулаковский, А. В. Ларионов, С. И. Новиков, С. Хефлинг, К. Шнайдер, А. Форхел, JETP Lett. **92**(9), 659 (2010).
5. S. I. Tsintzos, N. T. Pelekanos, G. Konstantinidis, Z. Hatzopoulos, and P. G. Savvidis, Nature **453**, 372 (2008).

6. Ch. Schneider, A. Rahimi-Iman, N. Y. Kim, J. Fischer, I. G. Savenko, M. Amthor, M. Lermer, A. Wolf, L. Worschech, V. D. Kulakovskii, I. A. Shelykh, M. Kamp, S. Reitzenstein, A. Forchel, Y. Yamamoto, and S. Hofling, Nature **497**, 348 (2013).
7. P. Bhattacharya, Th. Frost, S. Deshpande, M. Z. Baten, A. Hazari, and A. Das, Phys. Rev. Lett. **112**, 236802 (2014).
8. K. G. Lagoudakis, M. Wouters, M. Richard, A. Baas, I. Carusotto, R. Andre, L. S. Dang, and B. Deveaud-Pledran, Nat. Phys. **4**, 706 (2008).
9. D. Sanvitto, F. M. Marchetti, M. H. Szymanska, G. Tosi, M. Baudisch, F. P. Laussy, D. N. Krizhanovskii, M. S. Skolnick, L. Marrucci, A. Lemaitre, J. Bloch, C. Tejedor, and L. Vina, Nat. Phys. **6**, 527 (2010).
10. G. Nardin, G. Grosso, Y. Leger, B. Pietka, F. Morier-Genoud, and B. Deveaud-Pledran, Nat. Phys. **7**, 635 (2011).
11. F. Manni, T. C. H. Liew, K. G. Lagoudakis, C. Ouellet-Plamondon, R. Andre, V. Savona, and B. Deveaud, Phys. Rev. B. **88**, 201303 (2013).
12. Y. G. Rubo, Phys. Rev. Lett. **99**, 106401 (2007).
13. K. G. Lagoudakis, T. Ostatnicky, A. V. Kavokin, Y. G. Rubo, R. Andre, and B. Deveaud-Pledran, Science **326**, 974 (2009).
14. A. V. Yulin, O. A. Egorov, F. Lederer, and D. V. Skryabin, Phys. Rev. A **78**, 061801 (2008).
15. A. Amo, S. Pigeon, D. Sanvitto, V. G. Sala, R. Hivet, I. Carusotto, F. Pisanello, G. Lemenager, R. Houdre, E. Giacobino, C. Ciuti, and A. Bramati, Science **332**, 1167 (2011).
16. G. Grosso, G. Nardin, F. Morier-Genoud, Y. Leger, and B. Deveaud-Pledran, Phys. Rev. B **86**, 020509 (2012).
17. O. A. Egorov, D. V. Skryabin, A. V. Yulin, and F. Lederer, Phys. Rev. Lett. **102**, 153904 (2009).
18. M. Sich, D. N. Krizhanovskii, M. S. Skolnick, A. V. Gorbach, R. Hartley, D. V. Skryabin, E. A. Cerda-Mendez, K. Biermann, R. Hey, and P. V. Santos, Nat. Photonics **6**, 50 (2012).
19. E. A. Ostrovskaya, J. Abdullaev, A. S. Desyatnikov, M. D. Fraser, and Y. S. Kivshar, Phys. Rev. A **86**, 013636 (2012).
20. E. A. Cerda-Mendez, D. Sarkar, D. N. Krizhanovskii, S. S. Gavrilov, K. Biermann, M. S. Skolnick, and P. V. Santos, Phys. Rev. Lett. **111**, 146401 (2013).
21. P. Cilibrizzi, H. Ohadi, T. Ostatnicky, A. Askitopoulos, W. Langbein, and P. Lagoudakis, Phys. Rev. Lett. **113**, 103901 (2014).
22. Y. Xue and M. Matuszewski, Phys. Rev. Lett. **112**, 216401 (2014).
23. L. A. Smirnov, D. A. Smirnova, E. A. Ostrovskaya, and Y. S. Kivshar, Phys. Rev. B **89**, 235310 (2014).
24. A. S. Brichkin, S. I. Novikov, A. V. Larionov, V. D. Kulakovskii, M. M. Glazov, C. Schneider, S. Hofling, M. Kamp, and A. Forchel, Phys. Rev. B **84**, 195301 (2011).
25. V. V. Belykh, N. N. Sibeldin, V. D. Kulakovskii, M. M. Glazov, M. A. Semina, C. Schneider, S. Hofling, M. Kamp, and A. Forchel, Phys. Rev. Lett. **110**, 137402 (2013).
26. H. Deng, G. S. Solomon, R. Hey, K. H. Ploog, and Y. Yamamoto, Phys. Rev. Lett. **99**, 126403 (2007).