Письма в ЖЭТФ, том 100, вып. 9, с. 664 – 669

Связанные состояния в континууме, инициированные потенциалом электрода в зигзагообразной квантовой проволоке

А. Ф. Садреев[+1)], *А. С. Пилипчук*[+*]

[+]*Институт физики им. Киренского СО РАН, 660036 Красноярск, Россия*

[*]*Сибирский федеральный университет, 660080 Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 20 августа 2014 г.

После переработки 30 сентября 2014 г.

Рассматривается электронный транспорт в зигзагообразной квантовой проволоке под действием потенциала управляющего электрода. В рамках подхода неэрмитового эффективного гамильтониана вычислены положения и ширины резонансов. Показано, что резонансные ширины легко управляются потенциалом вплоть до обращения их в нуль. Последнее приводит к полной локализации электрона, несмотря на то что его энергия находится в зоне распространения волновода, т.е. к связанному состоянию в континууме (ССК). Показано также, что при определенных положительных значениях потенциала управляющего электрода зигзагообразная проволока становится резонатором Фабри-Перо, что также приводит к ССК.

DOI: 10.7868/S0370274X14210103

Введение. Баллистический электронный транспорт в прямолинейной квантовой проволоке шириной d в одноэлектронном приближении описывается функциями

$$\psi_{\pm}(x,y)=\sqrt{\frac{1}{2\pi k_p}}\exp(\pm ik_px)\phi_p(y). \qquad (1)$$

При этом энергия электрона

$$E=\pi^2p^2+k_p^2, \quad p=1,2,3,\ldots \qquad (2)$$

отсчитывается в терминах $E_0=\frac{\hbar^2}{2m^*d^2}$ и

$$\phi_p(y)=\sqrt{\frac{2}{d}}\sin\frac{\pi py}{d}. \qquad (3)$$

Каким образом может возникнуть локализация электрона в проволоке? Первый способ – изогнуть проволоку. Тогда в области изгиба возникает единственное связанное состояние с энергией ниже континуума проволоки π^2 [1, 2]. Это связанное состояние является результатом нового пространственного масштаба, превышающего d вследствие изгиба. В пионерской работе [3] было продемонстрировано, что при определенном подборе радиуса кривизны изгиба проволоки возникает локализованное состояние с энергией в континууме распространяющихся решений проволоки, т.е. выше π^2. Однако постановка эксперимента по наблюдению локализации с изменением кривизны проволоки проблематична.

Другой способ захвата транспортного электрона связан с резонансом Фано [4]. Предположим, что в волновод поместили in-channel центр рассеяния, который разбивает трансмиссию на два пути: один – через центр, а другой – минуя центр. Интерференция прошедших потоков приводит к резонансу Фано [4]. Она может стать полностью деструктивной и привести к нулю трансмиссии, т.е. к полному отражению. Соответственно два идентичных центра рассеяния, расположенные на некотором расстоянии друг от друга, реализуют резонатор Фабри-Перо (РФП). Он способен поддерживать связанное состояние с энергией в континууме, если расстояние между центрами обеспечивает укладку целого количества полуволн де Бройля. Механизм РФП захвата электрона был впервые рассмотрен Шахбазяном и Райхом [5]. Они поместили в волновод две примеси. Впоследствии РФП-механизм был развит для одномерной проволоки, в которой дополнительные фановские каналы трансмиссии создаются приложением переменного потенциала [6], и квантовой проволоки между квантовыми дотами [7–10]. В работе [11] было обращено внимание на то, что резонансное явление захвата электрона в структурированных проволоках и связанные состояния в континууме (ССК) фон Неймана и Вигнера [12] в специально выбранном центрально-симметричном потенциале имеют одно и то же происхождение. Локализация является резуль-

[1)]e-mail: almas@tnp.krasn.ru

татом полной деструктивной интерференции двух резонансов [13–16].

Недавно РФП-механизм ССК был рассмотрен в фотонике [17, 18], что стимулировало экспериментальные работы по наблюдению ССК [19–24]. В настоящей работе мы рассматриваем микроэлектронную систему в виде зигзагообразной квантовой проволоки с симметрично расположенным над управляющим электродом и показываем, что она способна поддерживать два типа ССК. Первый тип ССК реализуется при положительном потенциале управляющего электрода за счет механизма резонатора Фабри–Перо, в котором "Зеркала" являются следствием изгибов проволоки, а условие укладки волн де Бройля захваченного между зеркалами электрона обеспечивается потенциалом управляющего электрода. Однако оказалось, что управляющий электрод реализует еще один механизм ССК за счет обращения в нуль связи внутренних состояния РФП (горизонтальный темно-синего цвета участок на рис. 1) с внешними распространяющимися решениями (1) в вертикальных участках проволоки (показаны голубым цветом). Данный механизм, названный *accidental* [24–26], является более тонким и будет рассмотрен во втором пункте статьи.

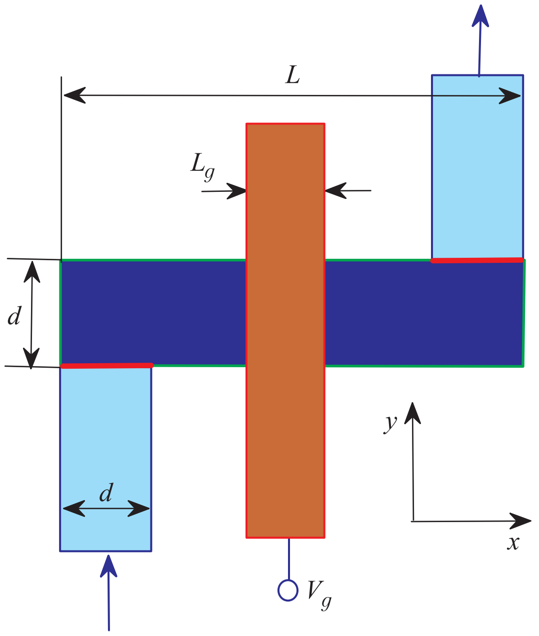

Рис. 1. (Цветной онлайн) Вид зигзагообразной квантовой проволоки с управляющим электродом (показано коричневым). Стрелки указывают направление электронного транспорта

Транспорт электрона через зигзагообразный волновод. Электронный, микроволновой и акустический транспорт в однократно и двукратно изогнутых под прямым углом квантовых проволоках и волноводах исследовался многими авторами [27–30]. Из множества особенностей их проводимости для дальнейшего изложения важны нули и узкие резонансы, которые показаны на рис. 2. Каждый прямой угол квантовой проволоки имеет один трансмиссионный нуль, который расщепляется на два за счет взаимодействия. Резонансное поведение проводимости в зигзагообразной проволоке легко понять, если прибегнуть к описанию электронного транспорта с помощью матрицы рассеяния [31–35]

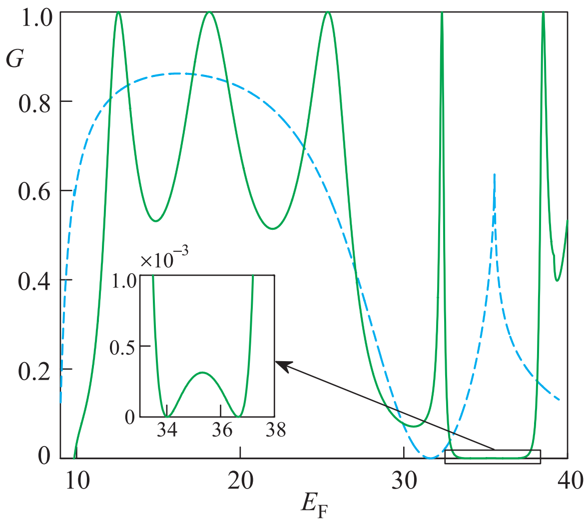

Рис. 2. Проводимость в первом канале зигзагообразной проволоки (сплошная кривая) и проводимость проволоки с одним углом (штриховая кривая)

$$\widehat{S} = \widehat{W}[E^+ - \widehat{H}_{\rm eff}]^{-1}\widehat{W}^+, \quad (4)$$

где

$$\widehat{H}_{\rm eff} = \widehat{H}_B - i\pi\widehat{W}\widehat{W}^+ \quad (5)$$

есть неэрмитовый эффективный гамильтониан. Здесь $\widehat{H}_B$ – гамильтониан внутренней прямоугольной области проволоки B, выделенной зеленым контуром на рис. 1, а матрица $\widehat{W}$ отвечает за связь внутренних состояний $\psi_b(x,y)$ с распространяющимися волнами (1) в волноводах W. Если длина управляющего электрода намного превышает ширину проволоки d, собственные состояния внутренней области разделяются:

$$\psi_b(x,y) = \phi_m(x)\psi_n(y) = \sqrt{\frac{2}{d}}\sin\left(\frac{\pi n y}{d}\right)\psi_m(x), \quad (6)$$

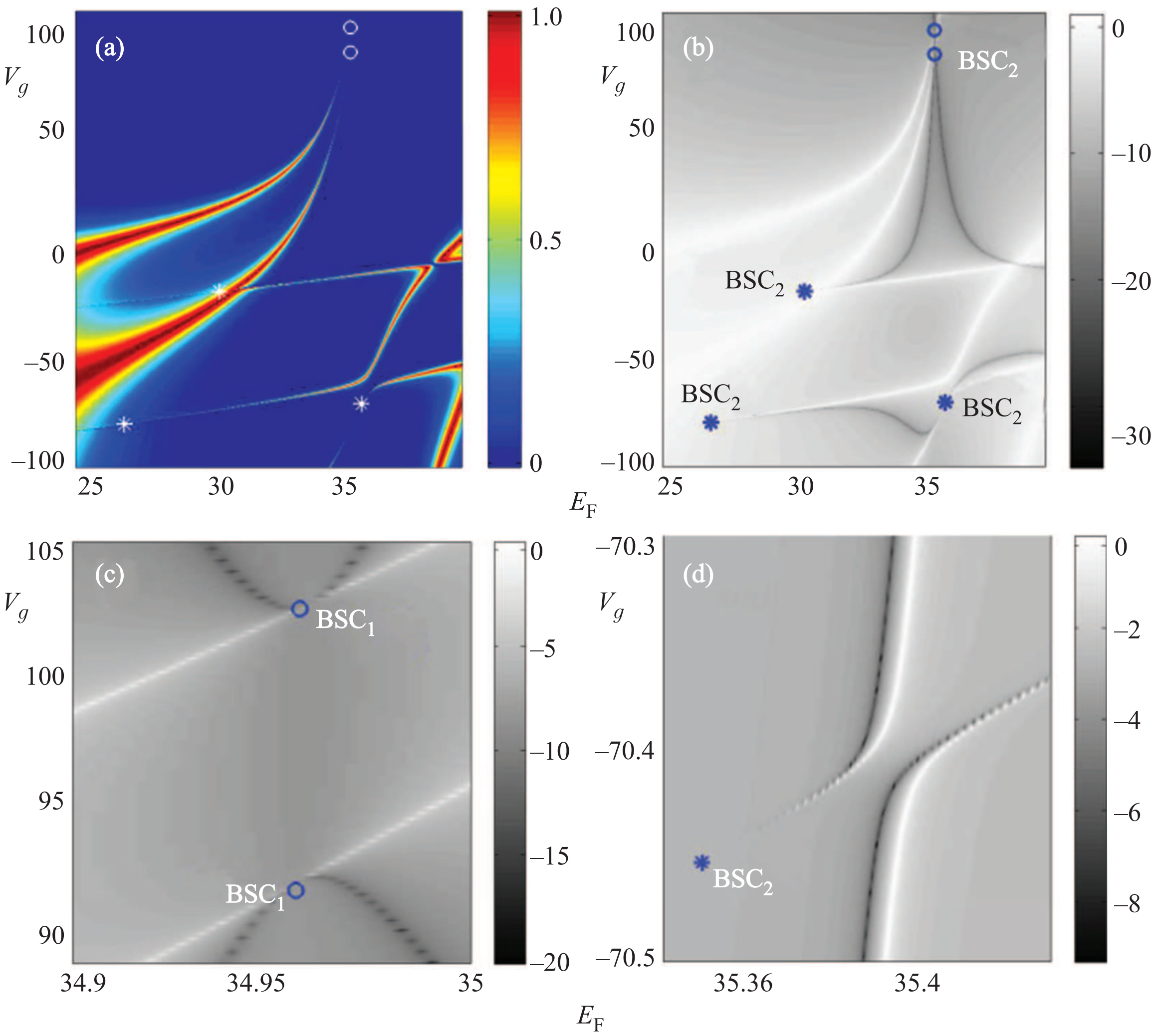

Рис. 3. (a) – Проводимость зигзагообразной проволоки с $L = 4d$ в первом канале ($p = 1$) под действием управляющего электрода с шириной $L_g = d/2$. (b) – То же самое в логарифмическом масштабе. (Самая светлая часть соответствует единичной проводимости, а самая темная – нулевой проводимости.) Тонкие детали проводимости в окрестности ССК с $E = 34.95$, $V_g = 102.3$ (c) и $E = 35.34898$, $V_g = -70.4532$ (d)

где поперечные собственные функции $\phi_n(y)$ совпадают с решениями в волноводах (1), а $\phi_m(x)$ – собственные функции в прямоугольной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной L, внутри которой симметрично наложен потенциал $V_g(x)$ управляющего электрода шириной L_g. Этот потенциал выражается через обратные тригонометрические функции [36]. Однако если электрод расположен достаточно близко к двумерному электронному газу полупроводникового интерфейса, потенциал можно рассматривать как прямоугольный [37]. Решение задачи на собственные функции $\phi_m(x)$ и собственные уровни энергии $\epsilon(V_g)$ для этого случая приведено в книге Флюгге [38].

Матричные элементы $\widehat{W}$ в случае электронного транспорта в первом канале равны [34, 35, 39]

$$W_{m,n} = \frac{1}{\sqrt{k_1}} \int_0^d dx \psi_1(x) \frac{\partial \psi_{m,n}(x, y=0, d)}{\partial y} = \\ = \frac{2}{\sqrt{k_1 d}} \frac{\pi n}{d} \int_0^d dx \psi_1(x) \phi_m(x). \quad (7)$$

Область интегрирования выделена на рис. 1 жирной красной линией. Собственные функции внутренней области $\psi_m(x)$ нормированы на длину L. Поэтому чем больше отношение L/d, тем меньше интегралы перекрытия (7) и, следовательно, тем уже резонансы. Резонансы наблюдаются при энергиях, близких к собственным значениям энергии прямоугольника $E_b = \epsilon_m + \pi^2 n^2/d^2$.

На рис. 3a приведена проводимость электрона в зависимости от его энергии и потенциала управляющего электрода. В общем случае она дается формулой Ландауэра–Буттикера [31]. В частном случае электронного транспорта в первом канале проводимость в терминах $2e^2/\hbar$ равна $G = |t|^2$, где амплитуда трансмиссии дается матрицей рассеяния (4). Для того чтобы пронаблюдать особенности проводимости в окрестности ССК, мы дополнили этот рисунок проводимостью в логарифмическом масштабе (рис. 3b). Связанные состояния в континууме можно диагностировать по особым точкам на проводимости, в которых нуль проводимости совпадает с максимальной проводимостью [15, 16, 19] (показаны звездочками и кружками). В этих точках происходит коллапс резонанса Фано [40]. Для того чтобы убедиться в этом, мы представили на рис. 3c и d тонкие детали проводимости в окрестности ССК-точек. Строго ССК можно найти по обращению в нуль ширины линии $\Gamma_r = -2i\,\mathrm{mag}[z(E_r)]$ при варьировании потенциала V_g, где $E_r = \mathrm{real}[z(E_r)]$ [7, 8, 16, 33]. Альтернативный способ состоит в нахождении полюсов матрицы рассеяния. В этом подходе ССК определяются по моменту касания полюсом реальной оси в процессе эволюции полюсов как функции V_g [9, 10, 41, 42].

На рис. 4a показана эволюция реальной и мнимой частей комплексных собственных значений $z_\lambda(E)$ эффективного гамильтониана (5) по мере изменения потенциала управляющего электрода V_g. Представлены лишь резонансы, расположенные в первом канале трансмиссии от $E = 25$ до $E = 38$. При положительных V_g имеет место РФП-механизм ССК с вырожденными энергиями 34.947 (обозначены красными кружками). Рис. 4b показывает, что эти два ССК реализуются при разных потенциалах. При $V_g < 0$ имеет место множество ССК (крестики на рис. 4). Заметим, что в случае рис. 4b существует ССК и при значениях управляющего потенциала ниже -100. Для квантовой проволоки шириной порядка 100 нм на основе индий-допированного интерфейса AlGaAs $E_0 \sim 0.1$ мэВ. Безразмерная шкала потенциала 100 на рис. 3 и 4 соответствует размерному потенциалу 0.1 В. Отметим высокую чувствительность резонансной ширины линии к изменению потенциала.

При $V_g > 0$ имеет место первый тип ССК. На рис. 3 и 4 они обозначены кружками. При $V_g < 0$ имеет место второй тип ССК (крестики). Легко убедиться в их принципиальном отличии, рассмотрев их пространственную структуру, показанную на рис. 5. Мы видим, что первый тип является результатом механизма Фабри–Перо, реализованного углами зигзагообразной проволоки. Второй же тип ССК реализуется, когда один из интегралов перекрытия $J_m = \int_0^1 dx\psi_1\left(\frac{\pi}{d}\right)\phi_m(x)$ в (7) обращается в нуль по мере

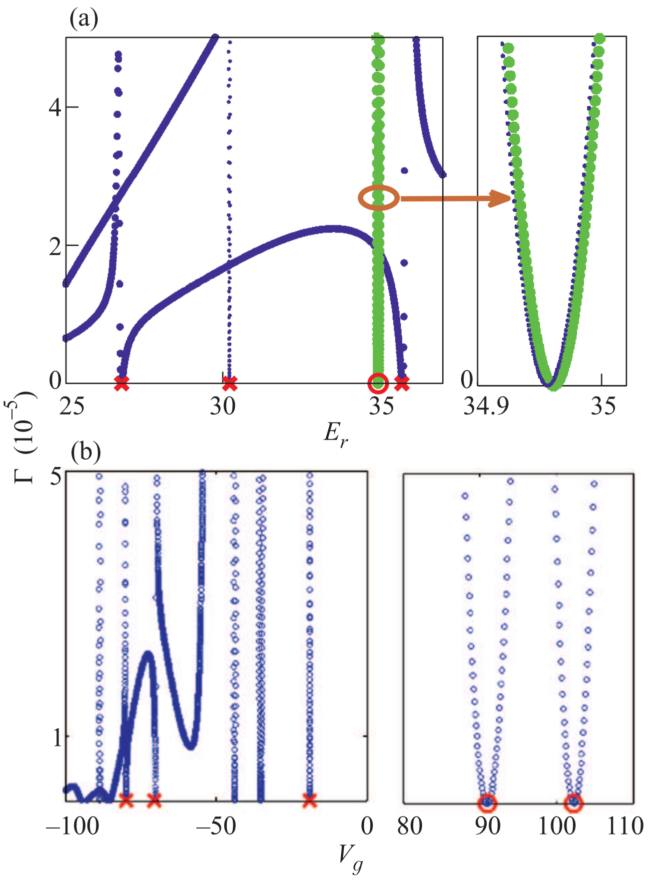

Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Эволюция положения и ширины резонансов по мере изменения V_g. (b) – зависимость ширины линии от управляющего потенциала. Красными крестиками и кружками обозначены ССК, показанные на рис. 3a звездочками и кружками. Параметры проволоки те же, что и на рис. 3

изменения V_g. На рис. 6 показано, как, в частности, обращается в ноль интеграл J_6 в результате того, что внутренняя собственная функция $\phi_6(x)$ деформируется с ростом V_g.

Заключение. Нами рассмотрен электронный транспорт в квантовой проволоке зигзагообразной формы в случае, когда проволока поддерживает транспорт в первом канале проводимости. Данная задача имеет давнюю историю [27–30]. Вместе с тем новизна настоящей работы заключается в предсказании локализации транспортного электрона между изгибами за счет образования связанных состояний в континууме с дискретными энергиями в зоне распространения электрона в проволоке. В последнее время интерес к ССК растет, особенно благодаря экспериментальной визуализации в фотонике [19–24]. Представленные на рис. 5 ССК наглядно демонстрируют, что они не является экзотикой и в квантовых про-

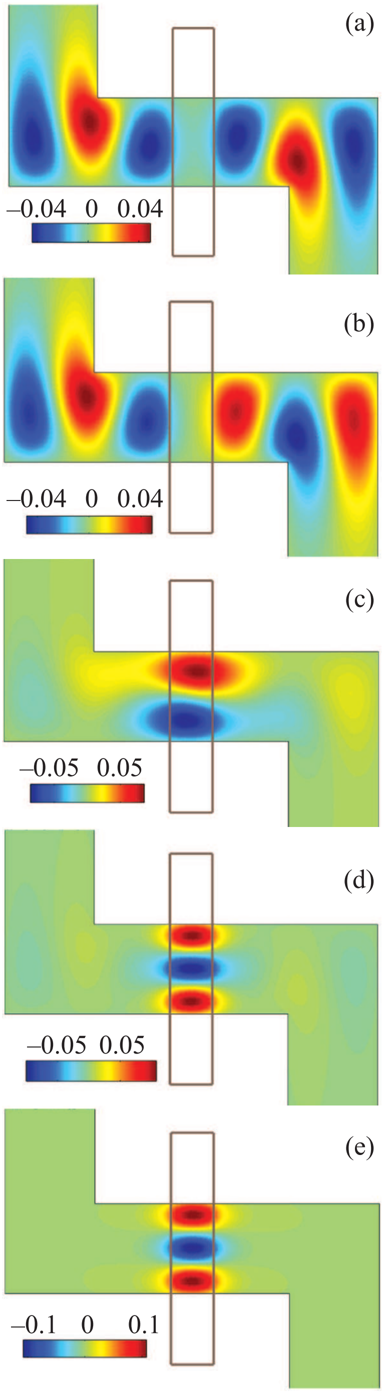

Рис. 5. Примеры пространственных конфигураций различных ССК с параметрами: $E = 34.947$, $V_g = 90.95$ (a), $E = 34.947$, $V_g = 102.3$ (b), $E = 30.225$, $V_g = -18.908$ (c), $E = 35.34898$, $V_g = -70.4532$ (d) и $E = 26.779$, $V_g = -79.8495$ (e). В центре показан управляющий электрод

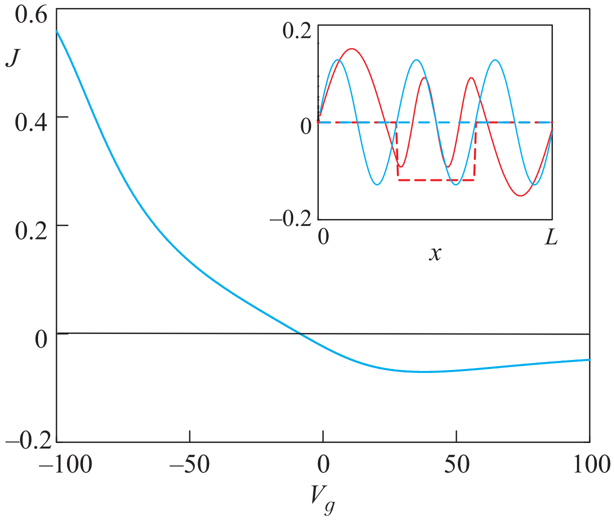

Рис. 6. (Цветной онлайн) Зависимость интеграла перекрытия внутреннего состояния $\phi_6(x)$ с функцией волновода первого канала $\psi_1 = \sqrt{\frac{2}{d}}\sin\left(\frac{\pi x}{d}\right)$ от потенциала управляющего электрода. Вставка показывает, как меняется внутренняя функция при изменении потенциала V_g с 0 (синяя линия) до -100 (красная линия). Штриховыми линиями показан профиль потенциала по оси x для $L = 3d, L_g = d$

волоках. Кроме того, предложенную зигзагообразную проволоку с управляющим электродом посередине можно представить как транзистор, способный управлять не только транспортными свойствами, но и резонансами вплоть до обращения резонансной ширины в нуль (см. рис. 6). В микроэлектронных системах непосредственно пронаблюдать ССК затруднительно. Однако точки ССК можно диагностировать по особенностям в проводимости, где имеет место коллапс резонансов Фано (см. рис. 3). Существование таких особенностей было впервые экспериментально подтверждено в [19] в диэлектрическом резонаторе, расположенном в микроволновом волноводе.

Работа поддержана грантом Российского научного фонда # 14-12-00266.

1. P. Exner and P. Ŝeba, J. Math. Phys. **30**, 2574 (1989).
2. Y. Avishai, D. Bessis, B. G. Giraud, and G. Mantica, Phys. Rev. B **44**, 8028 (1991).
3. O. Olendski and L. Mikhailovska, Phys. Rev. B **66**, 35331 (2002).
4. U. Fano, Phys. Rev. **124**, 1866 (1961).
5. T. V. Shahbazyan and M. E. Raikh, Phys. Rev. B **49**, 17123 (1994).
6. C. S. Kim and A. M. Satanin, Phys. Rev. B **58**, 15389 (1998).
7. I. Rotter and A. F. Sadreev, Phys. Rev. E **69**, 66201 (2004); Phys. Rev. E **71**, 046204 (2005).
8. A. F. Sadreev, E. N. Bulgakov, and I. Rotter, Письма в ЖЭТФ **82**, 556 (2005).

9. G. Ordonez, K. Na, and S. Kim, Phys. Rev. A **73**, 022113 (2006).
10. G. Cattapan and P. Lotti, Eur. Phys. J. B **60**, 51 (2007); Eur. Phys. J. B **66**, 517 (2008).
11. E. N. Bulgakov, K. N. Pichugin, A. F. Sadreev, and I. Rotter, Письма в ЖЭТФ **84**, 508 (2006).
12. J. von Neumann and E. Wigner, Phys. Z. **30**, 465 (1929).
13. A. Z. Devdariani, V. N. Ostrovsky, and Yu. N. Sebyakin, Sov. Phys. JETP **44**, 477 (1976).
14. H. Friedrich and D. Wintgen, Phys. Rev. A **32**, 3231 (1985).
15. A. Volya and V. Zelevinsky, Phys. Rev. C **67**, 054322 (2003).
16. A. F. Sadreev, E. N. Bulgakov, and I. Rotter, Phys. Rev. B **73**, 235342 (2006).
17. D. C. Marinica, A. G. Borisov, and S. V. Shabanov, Phys. Rev. Lett. **100**, 183902 (2008).
18. E. N. Bulgakov and A. F. Sadreev, Phys. Rev. B **78**, 075105 (2008).
19. T. Lepetit, E. Akmansoy, J.-P. Ganne, and J.-M. Lourtioz, Phys. Rev. B **82**, 195307 (2010).
20. Y. Plotnik, O. Peleg, F. Dreisow, M. Heinrich, S. Nolte, A. Szameit, and M. Segev, Phys. Rev. Lett. **107**, 183901 (2011).
21. G. Corrielli, G. Della Valle, A. Crespi, R. Osellame, and S. Longhi, Phys. Rev. Lett. **111**, 220403 (2013).
22. S. Weimann, Y. Xu, R. Keil, A. E. Miroshnichenko, A. Tunnermann, S. Nolte, A. A. Sukhorukov, A. Szameit, and Yu. S. Kivshar, Phys. Rev. Lett. **111**, 240403 (2013).
23. Ch. W. Hsu, B. Zhen, J. Lee, S.-L. Chua, S. G. ohnson, J. D. Joannopoulos, and M. Soljacic, Nature **499**, 188 (2013).
24. B. Zhen, Ch. W. Hsu, L. Lu, A. D. Stone, and M. Soljačić, arXiv: 1408.0237v1 [physics.optics] (2014).
25. E. N. Bulgakov and A. F. Sadreev, Phys. Rev. B **83**, 235321 (2011).
26. Y. Yang, Ch. Peng, Y. Liang, Zh. Li, and S. Noda, Phys. Rev. Lett. **113**, 037401 (2014).
27. A. Weisshaar, J. Lary, S. M. Goodnick, and V. K. Tripathi, Appl. Phys. Lett. **55**, 2114 (1989).
28. J. C. Wu, M. N. Wybourne, W. Yindeepol, A. Weisshaar, and S. M. Goodnick, Appl. Phys. Lett. **59**, 102 (1991).
29. Ch.-K. Wang, K.-F. Berggren, and Zh.-L. Ji, J. Appl. Phys. **77**, 2564 (1995).
30. J. P. Carini, J. T. Londergan, D. P. Murdock, D. Trinkle, and C. S. Yung, Phys. Rev. B **55**, 9842 (1997).
31. S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*, Cambridge University Press, Cambridge, UK (1995).
32. H.-J. Stöckmann, *Quantum Chaos: An Introduction*, Cambridge University Press, Cambridge, U.K. (1999).
33. J. Okołowicz, M. Płoszajczak, and I. Rotter, Phys. Rep. **374**, 271 (2003).
34. A. F. Sadreev and I. Rotter, J. Phys. A **36**, 11413 (2003).
35. D. V. Savin, V. V. Sokolov, and H.-J. Sommers, Phys. Rev. E **67**, 026215 (2003).
36. J. H. Davies, I. A. Larkin, and E. V. Sukhorukov, J. Appl. Phys. **77**, 4504 (1995).
37. A. F. Sadreev and E. Ya. Sherman, Phys. Rev. B **88**, 115302 (2013).
38. З. Флюгге, *Задачи по квантовой механике*, Мир, М. (1974), с. 66.
39. K. Pichugin, H. Schanz, and P. Seba, Phys. Rev. E **64**, 056227 (2001).
40. C. S. Kim, A. M. Satanin, Y. S. Joe, and R. M. Cosby, Phys. Rev. B **60**, 10962 (1999).
41. H. Nakamura, N. Hatano, S. Garmon, and T. Petrosky, Phys. Rev. Lett. **99**, 210404 (2007).
42. S. Hein, W. Koch, and L. Nannen, J. Fluid Mech. **692**, 257 (2012).