

ПО ИТОГАМ ПРОЕКТОВ
РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Проекты РФФИ # 12-02-00272

Двумерные электроны кремниевых полевых структур
ориентации (100) в области малой концентрации
и высокой подвижности

В. Т. Долгополов¹⁾

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 13 января 2015 г.

Проведен сравнительный анализ экспериментальных данных, относящихся к области высокой проводимости и сильного межэлектронного взаимодействия в (100)-Si MOSFET. Продемонстрирована возможность описания электронов с помощью модели невзаимодействующего газа с перенормированной массой и фактором Ланде, позволяющей делать экспериментально проверяемые предсказания.

DOI: 10.7868/S0370274X1504013X

Экспериментальные исследования двумерного электронного газа в кремниевых полевых структурах имеют уже более чем полувековую историю [1] и тем не менее продолжают вплоть до настоящего времени (см., например, [2–4]). В основном интерес исследователей связан с возможным переходом металл–диэлектрик [5–8], а также с проявлениями сильного электрон–электронного взаимодействия [2–4, 9–11] при минимально достижимых электронных плотностях масштаба 10^{11} см^{-2} . В этой области электронных концентраций результаты взаимодействия между электронами не могут быть описаны рядом теории возмущений, поскольку параметр разложения r_s существенно превышает единицу. Следовательно, к интерпретации экспериментальных данных нужно относиться с большой осторожностью и, в первую очередь, выделить то общее, что установлено в опытах на образцах различных производителей разными исследовательскими группами при различных методах обработки результатов эксперимента. В настоящей статье выполнена часть этой программы и предложены некоторые варианты дальнейших экспериментов.

Почти невзаимодействующие несущие единичный заряд квазичастицы существуют лишь в ближайшей окрестности ферми-энергии. Для них определе-

ны фермиевский импульс p_F , заданный числом свободных электронов, введенных в исходно электронейтральную двумерную систему, скорость v_F и фактор Ланде g^* , относящийся только к квазичастицам на поверхности Ферми. Каждая из этих величин может быть измерена экспериментально.

Наиболее удобным и точным методом экспериментального нахождения соотношения между фермиевским импульсом и скоростью является измерение эффективной массы электронов $m = p_F/v_F$ с помощью анализа температурной зависимости амплитуды и формы осцилляций Шубникова–де Гааза. Именно с измерений такого рода удобно начать анализ экспериментальных данных. Следует, однако, иметь в виду ряд обстоятельств, заставляющих нас даже к этим, наиболее надежным данным относиться с определенной осторожностью. (i) Амплитуда квантовых осцилляций должна быть достаточно мала как из-за ограничения в применимости формулы Лифшица–Косевича, так и из-за возможной сильной непараболичности спектра [12] в окрестности ферми-уровня. Первая из указанных причин приводит к кажущемуся увеличению эффективной массы, а вторая, наоборот, к ее уменьшению. (ii) Номера квантовых осцилляций должны быть достаточно велики, чтобы соответствовать предположениям теории Лифшица–Косевича. (iii) Квантовое время релаксации не должно зависеть от температуры. В против-

¹⁾e-mail: dolgop@issp.ac.ru

ном случае эффективная масса будет переоценена или недооценена (в зависимости от диапазона температур) [4].

Первичная экспериментальная информация по измерениям эффективной массы может быть найдена в работах [13] и [14]. Измерения были проведены не только различными экспериментальными группами, но и на кремниевых полевых структурах от различных производителей. Согласно [4, 10] полученные экспериментальные данные для эффективной массы хорошо интерполируются зависимостью

$$m = 0.205m_e(1 + 0.035r_s + 0.00016r_s^4) \quad (1)$$

в интервале $8 > r_s > 1.5$, где $r_s = 2.63(10/n_s)^{1/2}$, а концентрация электронов измеряется в 10^{11} см^{-2} .

На рис. 1 представлена зависимость эффективной массы от концентрации электронов в виде $m_b n_s / m$,

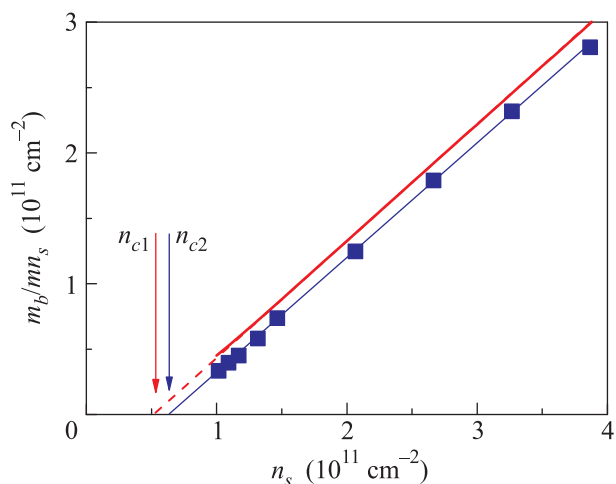


Рис. 1. Зависимость обратной эффективной массы от концентрации электронов. Ось ординат выбрана таким образом, чтобы для системы невзаимодействующих электронов соответствующая зависимость выглядела прямой линией, проходящей через начало координат под углом в 45° . Сплошная жирная линия соответствует эксперименту с подгонкой выражением (1). Значки и проведенная по ним прямая – данные работы [14]. Стрелками отмечены критические концентрации, возникающие при линейной экстраполяции экспериментальных данных

где $m_b = 0.19m_e$ – зонная эффективная масса. Жирная сплошная линия соответствует массе, заданной соотношением (1), а точки отвечают экспериментальным данным работы [14]. В той области, где произведены измерения, оба массива экспериментальных данных прекрасно описываются зависимостью

$$m = m_b \frac{n_s}{n_s - n_c}. \quad (2)$$

Действительно, в использованных координатах каждый из них подгоняется к прямой линии с наклоном 42° . Это соответствует массе m_b , найденной из эксперимента, на 10% меньшей, чем известная [1]. Зависимость (2) описывает данные, полученные на многих образцах, отличающихся по подвижности. Создается впечатление, что критическая концентрация n_c определяется взаимодействием между электронами и слабо зависит от хаотического потенциала.

Зависимость (2) в окрестности точки квантового фазового перехода в сильно взаимодействующей двумерной электронной системе предсказана в ряде публикаций [15–18]. Отметим, что справедливость выражения (2) не нарушается по меньшей мере до электронной плотности 10^{12} см^{-2} .

Экстраполированные значения критической электронной плотности несколько отличаются: $n_{c1} = 0.54 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, а $n_{c2} = 0.64 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Наиболее вероятно, что пятнадцатипроцентное расхождение обусловлено чисто техническими причинами, к числу которых можно отнести разные методы обработки экспериментальных данных и переоценку экспериментальной точности. Существует, конечно, возможность влияния и более фундаментальных причин, таких, как различная ширина слоя обеднения в образцах от разных производителей и, как следствие, различие в энергиях кулоновского взаимодействия или различная степень беспорядка.

Другим надежно установленным фактом является отсутствие зависимости эффективной массы электронов в (100)-Si-MOSFET от степени спиновой поляризации электронной системы. Это утверждение, впервые сделанное на основе анализа температурной зависимости осцилляций Шубникова–де Гааза в присутствии параллельной интерфейсу компоненты магнитного поля [14], было недавно подтверждено (по крайней мере в первом приближении) независимыми экспериментами [4]. Более того, в его пользу свидетельствуют некоторые из первичных экспериментальных данных, приведенных в более ранней работе [13], а также вычисления [19] для многодолинной электронной системы в пределе слабого взаимодействия.

Для дальнейшей интерпретации экспериментальных данных потребуются дополнительные и, вообще говоря, слабо обоснованные предположения. Будем полагать, что система сильно взаимодействующих частиц может быть описана в терминах ферми-газа невзаимодействующих квазичастиц с теми же параметрами, что и на ферми-уровне, зависящими исключительно от электронной плотности. Косвенно это предположение подтверждается расчетом

в технике квантового Монте-Карло [20], в котором разность энергий спин-поляризованной и спин-неполяризованной электронной системы оказалась пропорциональной квадрату поляризации, как и в случае свободных электронов. Кроме того, проэкстраполируем линейный закон на рис. 1 вплоть до пересечения с осью абсцисс и далее по этой оси до нуля.

При $n_s > n_c$ отсчитанный от дна зоны уровень химического потенциала будет равен

$$\mu(n_s) = n_s \pi \hbar^2 / 2m = (n_s - n_c) \pi \hbar^2 / 2m_b. \quad (3)$$

Из этого равенства сразу же следует, что термодинамическая плотность состояний $\partial n_s / \partial \mu$ в рассматриваемой сильно взаимодействующей электронной системе совпадает с термодинамической плотностью состояний исходного невзаимодействующего газа электронов: $\partial n_s / \partial \mu = 2m_b / \pi \hbar^2$. Последнее соотношение может быть проверено экспериментально с помощью измерения разности емкостей MOSFET в нулевом магнитном поле и при тех значениях квантующего магнитного поля, при которых термодинамическая плотность состояний обращается в бесконечность (детально метод описан, например, в работе [21]).

Результат соответствующих измерений показан на рис. 2. Из рисунка следует, что в отсутствие маг-

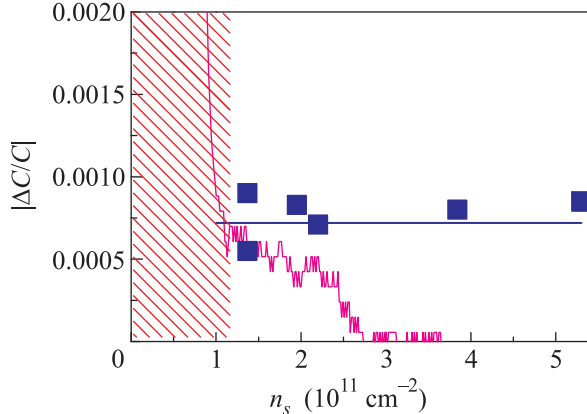


Рис. 2. Обнаруженное экспериментально изменение емкости при изменении плотности состояний от уровня, соответствующего неполяризованной по спину электронной системе, до бесконечно большой плотности состояний (точки), а также вследствие полной поляризации по спину (кривая с шумом, $B = 9.9$ Т). Сплошной горизонтальной линией показано значение, ожидаемое для невзаимодействующего электронного газа. Заштрихованная часть рисунка при малых электронных плотностях отвечает области локализации электронов в магнитном поле, полностью поляризующем электронную систему по спину

нитного поля термодинамическая плотность состояний с экспериментальной точностью действительно совпадает с плотностью состояний невзаимодействующих электронов, а сделанные ранее предположения дают предсказания, согласующиеся с экспериментом.

Обратимся теперь к случаю магнитного поля, параллельного интерфейсу и меньшего или равного полю полной спиновой поляризации, $B \leq B_p$. Магнитный момент единицы площади двумерной электронной системы M определяется плотностью состояний при фиксированном числе электронов и разностью энергий электронов со спинами по и против поля:

$$M = (\mu_B g)^2 B \frac{m_b}{2\pi \hbar^2} \frac{n_s}{n_s - n_c}, \quad (4)$$

где μ_B – магнетон Бора, а g – перенормированный взаимодействием фактор Ланде. В уравнении (4) на основании экспериментальных данных о независимости эффективной массы от параллельной компоненты магнитного поля предполагается, что и критическая концентрация n_c от магнитного поля не зависит.

Воспользовавшись соотношением

$$\frac{\partial M}{\partial n_s} = - \frac{\partial \mu}{\partial B}, \quad (5)$$

получим для экспериментально измеряемой величины

$$\frac{\partial \mu}{\partial B} = (\mu_B g)^2 B \frac{m_b}{2\pi \hbar^2} \frac{n_c}{(n_s - n_c)^2}. \quad (6)$$

Отметим, что в соотношении (6) нет подгоночных параметров, а имеются только экспериментально измеряемые величины g и n_c .

Экспериментальные данные для производной $\partial \mu / \partial B$ в различных магнитных полях получены в работах [22, 23]. На рис. 3 данные [23] сравниваются с кривой, полученной согласно (6) с использованием n_{c2} и $g = 1.4g_0 = 2.8$ [24]. Видно, что: (i) в полном соответствии с (6) экспериментальные кривые в области перекрытия действительно скалируются с величиной магнитного поля, (ii) зависимость (6) качественно совпадает с экспериментом, (iii) имеется заметное количественное расхождение. Особенно неприятным является расхождение в области концентраций $2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2} < n_s < 4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, где оно явно превышает возможную погрешность и не может быть списано на конечность температуры или на неоднородность образца. Наиболее вероятной причиной данного расхождения является использование параметров, полученных для электронов на химическом потенциале, для описания электронов внутри ферми-распределения.

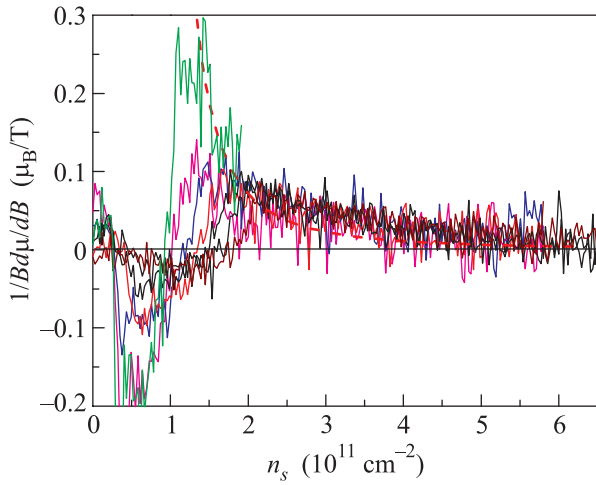


Рис. 3. Сравнение экспериментальных результатов [23] (для магнитных полей 1.5, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Т) с расчетом по формуле (6) (штриховая кривая)

Обратимся теперь к результатам измерений поля полной спиновой поляризации в магнитном поле, параллельном интерфейсу. Соответствующие экспериментальные данные приведены на рис. 4. Для сравне-

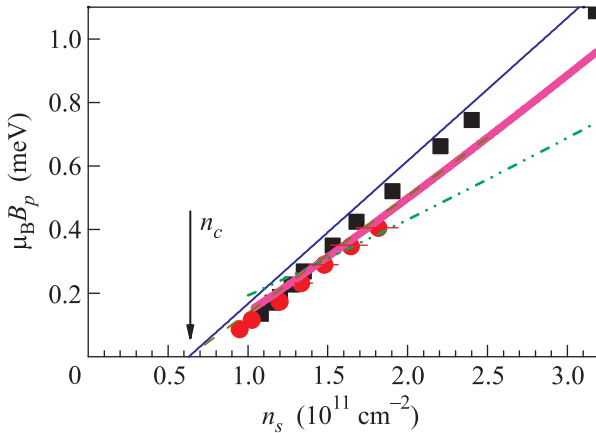


Рис. 4. Зависимость поля полной спиновой поляризации от концентрации электронов. Тонкая линия — результат вычислений по подгоночной линии, проведенной по экспериментальным точкам на рис. 1 при $g = 1.4g_0$, толстая — ожидаемое поле полной спиновой поляризации с учетом параметров на уровне химического потенциала [4, 10]. Квадраты соответствуют измерениям поля насыщения магнитосопротивления [24], а кружки — результатам работы [23]. Штрихпунктирная линия построена по расчету [20] для идеальной электронной системы с использованием экспериментального значения фактора Ланде

ния там же приведены линии, полученные из независимых измерений. Сплошная тонкая линия, проходящая несколько выше экспериментальных точек, по-

лучена с использованием интерполяции данных [14] и значения фактора Ланде $g = 1.4g_0$ по формуле

$$\mu_B B_p = \frac{n_s \pi \hbar^2}{mg}, \quad (7)$$

отвечающей модели свободных электронов с перенормированными массой и фактором Ланде. Толстая сплошная кривая получена из независимых экспериментов [4, 10], произведение gm в которых описывается выражением

$$gm = g_0 m_b (1 + 0.21r_s + 0.003r_s^3 + 0.0000045r_s^6). \quad (8)$$

Видно, что при электронной плотности выше 10^{11} см^{-2} как экспериментальные точки, так и обе сплошные линии укладываются на прямые с несколько отличающимися наклонами. Разница в наклонах не превышает систематической погрешности эксперимента, а экстраполяция обеих подгоночных прямых к нулевому значению поля полной спиновой поляризации дает одну и ту же критическую концентрацию, $n_c = 0.63 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Это значение ниже, чем получаемое экстраполяцией прямой по экспериментальным точкам, возможно из-за уже упоминавшейся завышенной оценки энергии, необходимой для полной спиновой поляризации электронной системы.

Расчет поля полной спиновой поляризации методом квантового Монте-Карло [20] (см. рис. 4) также задает в интересующем нас интервале на плоскости $(n_s B_p)$ линию, близкую к прямой. Однако ее наклон заметно меньше, чем найденный в эксперименте. Согласно [20] в электронной системе с беспорядком происходит качественное изменение зависимости поля полной спиновой поляризации от концентрации электронов: оно обращается в нуль при конечной концентрации электронов, что напоминает экспериментально обнаруженное поведение. Тем не менее даже в этом случае расчет заметно недооценивает энергию полной спиновой поляризации при электронной плотности выше $2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Впрочем, если считать, что фактор Ланде, определенный для электронов на уровне химического потенциала, не описывает электроны внутри фермиевского распределения, и рассматривать его в качестве дополнительного подгоночного параметра, то с помощью этих двух параметров (степень беспорядка и g) экспериментальные данные рис. 4 можно подогнать расчетом [20] вполне удовлетворительно.

Переход электронной системы в поле B_p от неполной к полной спиновой поляризации должен сопровождаться резким изменением термодинамической

плотности состояний и, следовательно, резким изменением емкости MOSFET-структуры. Пример соответствующего экспериментального графика показан на рис. 2.

Пользуясь соотношением (6), нетрудно вычислить величину химического потенциала частично поляризованной электронной системы в магнитном поле $B < B_p$:

$$\mu(B, n_s) = \mu(0, n_s) + \left(\frac{\mu_B g B}{2} \right)^2 \frac{m_b}{\pi \hbar^2} \frac{n_c}{(n_s - n_c)^2}, \quad (9)$$

где $\mu(0, n_s)$ задается выражением (3). Следовательно, обратная термодинамическая плотность состояний имеет вид

$$\frac{\partial \mu}{\partial n_s} = \frac{\pi \hbar^2}{2m_b} - \frac{(\mu_B g B)^2 m_b n_c}{2\pi \hbar^2 (n_s - n_c)^3}. \quad (10)$$

Наиболее сильного изменения она достигает у границы перехода в спин-поляризованное состояние:

$$\frac{\partial \mu}{\partial n_s}(B_p) = \frac{\pi \hbar^2}{2m_b} \left\{ 1 - \frac{n_c}{[n_s(B_p) - n_c]} \right\}. \quad (11)$$

Второй член в скобках в формуле (11) не является малым, особенно при $B_p \rightarrow 0$. Тем не менее никаких проявлений этого члена в эксперименте не замечено. Действительно, согласно (11) следовало бы ожидать заметно отличающихся от нуля значений $|\Delta C/C|$ при концентрациях выше наблюдаемого скачка емкости. Такого поведения не обнаруживается ни на рис. 2, ни на одной из экспериментальных кривых из [23].

Причина столь заметного расхождения состоит в том, что в выражениях (5), (6), (9)–(11) использовался химический потенциал, отсчитанный от уровня свободного электрона, а экранирование (а вместе с ним и емкость) определяется разностью химического потенциала и энергии дна двумерной электронной подзоны. В экспериментах, в которых сдвиг дна подзоны под действием внешних параметров несущественен, все вышеприведенные выражения справедливы. Второй член в (9) равен сдвигу дна подзоны, в чем легко убедиться в пределе $B \rightarrow B_p$. Это второе слагаемое должно быть опущено в последующих формулах, определяющих экранирование. В результате ожидаемая величина скачка емкости в поле спиновой поляризации по модулю будет совпадать с горизонтальной линией на рис. 2. Как видно из рисунка, в реальности скачок оказывается на 25% меньше.

Часто используется альтернативный способ описания двумерной электронной системы в Si-MOSFET на языке ферми-жидкости Ландау. Такой подход, с

одной стороны, требует введения для описания того же круга явлений большего количества экспериментально определяемых параметров (амплитуд F_0^s, F_0^a, F_1^s вместо m и g^2), а с другой, позволяет работать с квазичастицами только в узком интервале энергий вблизи уровня химического потенциала.

Поскольку эффективная масса, определяющая сжимаемость и термодинамическую плотность состояний электронной системы, зависит от двух амплитуд, F_0^s и F_1^s :

$$m_{\text{com}} = \frac{m}{1 + F_0^s} = m_b \frac{1 + F_1^s}{1 + F_0^s}, \quad (12)$$

слабая зависимость скачка емкости от электронной концентрации (см. рис. 2) означает, что $F_0^s \simeq F_1^s$ [25].

Из всех жидкостных параметров наиболее чувствительным к взаимодействию оказывается F_1^s . Согласно (2), (12) в исследованной области электронных концентраций F_1^s представим как

$$F_1^s = \frac{r_{sc}^2}{r_{sc}^2 - r_s^2} \quad (13)$$

и превышает 2 при электронной плотности 10^{11} см^{-2} , что соответствует $r_s \simeq 8$.

Одинаковая функциональная зависимость F_0^s и F_1^s неудивительна, поскольку обе амплитуды являются гармониками одной и той же функции $F_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}$, а совпадение их величин в пределах экспериментальной точности означает слабую зависимость $F_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}$ от угла между векторами \mathbf{k} и \mathbf{k}' .

Наиболее детально (см. [10]) изучен параметр F_0^a , что связано с надеждой определить его из двух различных экспериментов: во-первых, по измеренным значениям фактора Ланде, во-вторых, по линейной температурной зависимости упругого времени релаксации [26]. Полученные результаты в пределах реальной экспериментальной погрешности свидетельствуют о том, что F_0^a слабо зависит от электронной плотности в интервале от $1.9 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и почти до $1 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$. При меньших электронных концентрациях наблюдается заметное возрастание $|F_0^a|$, вполне согласующееся с результатом [25].

Таким образом, обработка экспериментальных данных любым из использованных способов приводит к качественно совпадающим результатам для F_0^a . На более точное совпадение вряд ли можно рассчитывать как из-за ограниченной точности экспериментальных данных, так и из-за ограниченной примени-

²⁾ Во избежание недоразумений приведем используемое ниже разложение по амплитудам Ландау для двумерного случая: $F_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^{s,a} = F_0^{s,a} + 2\sum_{n=1}^{\infty} F_n^{s,a} \cos(n[\theta - \theta'])$.

мости модели, использованной в [26] и последовавших за ней публикациях. Отметим, например, никак не учтенный в теории факт, что рассеивающий потенциал в Si-MOSFET в рассматриваемом интервале электронных концентраций радикально изменяется. Это экранированный кулоновский потенциал при минимальных концентрациях, сменяющийся рассеянием на шероховатостях поверхности по мере роста концентрации. Не исключено, что несколько отличающиеся от упоминавшихся выше экспериментальные результаты, полученные в работе [27], связаны именно со сдвигом концентрации, отвечающей переходу между разными потенциалами рассеяния.

В заключение еще раз отметим тот удивительный факт, что систему двумерных сильно взаимодействующих электронов удается с хорошей точностью описать в терминах невзаимодействующего электронного газа с перенормированной массой и фактором Ланде, причем это описание обладает предсказательной силой. Надежды на дальнейший прогресс в экспериментальном исследовании двумерной электронной системы в кремниевых MOSFET в области малой электронной плотности и высокой подвижности связаны с прецизионными измерениями термодинамической плотности состояний.

Автор выражает искреннюю благодарность за полезные обсуждения С.В. Кравченко, В.М. Пудалову и А.А. Шашкину. Работа поддержана грантами РФФИ # 13-02-00095 и 13-02-12127, а также Российской академией наук.

1. T. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
2. A. Mokashi, S. Li, B. Wen, S. V. Kravchenko, A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, and M. P. Sarachik, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 096405 (2012).
3. A. Yu. Kuntsevich, L. A. Morgun, and V. M. Pudalov, *Phys. Rev. B* **87**, 205406 (2013).
4. V. M. Pudalov, M. E. Gershenson, and H. Kojima, *Phys. Rev. B* **90**, 075147 (2014).
5. S. V. Kravchenko and M. P. Sarachik, *Rep. Prog. Phys.* **67**, 1 (2004).
6. A. A. Shashkin, *Physics-Uspokhi* **48**, 129 (2005).
7. D. A. Knyazev, O. E. Omel'yanovskii, V. M. Pudalov, and I. S. Burmistrov, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 046405 (2008).
8. S. V. Kravchenko and M. P. Sarachik, *Int. J. Mod. Phys. B* **24**, 1640 (2010).

9. D. A. Knyazev, O. E. Omel'yanovskii, and V. M. Pudalov, *Sol. State Comm.* **144**, 518 (2007).
10. N. N. Klimov, D. A. Knyazev, O. E. Omel'yanovskii, V. M. Pudalov, H. Kojima, and M. E. Gershenson, *Phys. Rev. B* **78**, 195308 (2008).
11. A. A. Shashkin, A. A. Kapustin, E. V. Deviatov, V. T. Dolgoplov, Z. D. Kvon, and S. V. Kravchenko, *J. Phys. A: Math. Theor.* **42**, 214010 (2009).
12. A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, J. W. Clark, V. R. Shaginyan, M. V. Zverev, and V. A. Khodel, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 186402 (2014).
13. V. M. Pudalov, M. E. Gershenson, H. Kojima, N. Butch, E. M. Dizhur, G. Brunthaler, A. Prinz, and G. Bauer, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 196404 (2002).
14. A. A. Shashkin, M. Rahimi, S. Anissimova, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 046403 (2003).
15. V. T. Dolgoplov, *JETP Lett.* **76**, 377 (2002).
16. V. T. Dolgoplov and A. A. Shashkin, *Письма в ЖЭТФ* **95**, 648 (2011).
17. V. Dobrosavljevic, in *Conductor Insulator Quantum Phase Transitions*, ed. by V. Dobrosavljevic, N. Trivedi, and J. M. Valles, Jr., Oxford University Press (2012).
18. M. Ya. Amusia, K. G. Popov, V. R. Shaginyan, and V. A. Stephanovich, *Theory of Heavy Fermion Compounds*, Springer (2014).
19. S. Gangadharaiyah and D. L. Maslov, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 186801 (2005).
20. G. Fleury and X. Waintal, *Phys. Rev. B* **81**, 165117 (2010).
21. V. S. Khrapai, A. A. Shashkin, and V. T. Dolgoplov, *Phys. Rev. B* **67**, 113305 (2003).
22. O. Prus, Y. Yaish, M. Reznikov, U. Sivan, and V. Pudalov, *Phys. Rev. B* **67**, 205407 (2003).
23. A. A. Shashkin, S. Anissimova, M. R. Sakr, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 036403 (2006).
24. A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **66**, 073303 (2002).
25. A. Gold and V. T. Dolgoplov, *Письма в ЖЭТФ* **86**, 687 (2007).
26. G. Zala, B. N. Narozhny, and I. L. Aleiner, *Phys. Rev. B* **64**, 214204 (2001).
27. S. A. Vitkalov, K. James, B. N. Narozhny, M. P. Sarachik, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **67**, 113310 (2003).